

Contribution à l'étude de plaques perforées en régime élastoplastique

Sélim Datoussaïd, Thierry Descamps & Laurent Van Parys

Faculté Polytechnique de Mons
Service de Génie Civil & Mécanique des Structures
Rue du Joncquois 53, 7000 Mons (Belgique)
selim.datoussaïd@fpms.ac.be

Résumé :

Il est avantageux de procéder au dimensionnement mécanique des plaques tubulaires des échangeurs de chaleur dans le domaine plastique. En effet, ces plaques ont tout intérêt à être d'épaisseur la plus faible possible, d'une part afin de réduire les gradients internes de température et les risques liés à la fatigue thermique et, d'autre part afin de réduire les coûts de réalisation liés au matériau et au perçage de la plaque. Dans la pratique, les plaques sont forées selon un réseau de perforation périodique suivant un réseau de mailles carrées ou triangulaires équilatérales. Ces réseaux sont caractérisés géométriquement par le facteur de ligament dépendant du diamètre de perforation et du pas de la maille.

L'objectif de l'article est de proposer une méthode de dimensionnement des plaques tubulaires basée sur l'emploi de plaques pleines équivalentes. Dans un premier temps, les résultats de l'analyse élastoplastique de plaques perforées par voie numérique sont commentés. Une plaque pleine équivalente à la plaque perforée peut servir au dimensionnement à l'état limite de la plaque tubulaire. Dans ce cas, une loi d'écoulement plastique est reformulée pour tenir compte des perforations.

Abstract :

Perforated steel plates are essential components of some mechanical equipments such as heat exchangers and vessels. Such plates may be considered as made of a damaged material prepared with holes and isotropic metal. For their analysis under loading and specially for an analysis at ultimate limit state, it is generally impossible to prepare a model with the exact geometry due to the large number of holes. Non linear material and geometric behaviour increases the difficulties. So an homogenized approach appears necessary to define the strength of such plates. This paper describes a study aiming to define, for a perforated steel plate, a macroscopic elastic or yield surface depending on the properties of the perforation. Some cellular areas based on the symmetry of the problem are isolated inside the considered plate and studied at the ultimate elastic or yield limit state using the finite element method and appropriate boundary conditions. The accuracy of the approach is verified by comparison of predictions of elasto-plastic behaviour of homogenized plates with experimental data from tests on real perforated plates.

Mots-clefs :

plaque tubulaire ; surface d'écoulement ; homogénéisation

1 Introduction

Le dimensionnement et la vérification fiable de la résistance d'un bon nombre de structures couramment utilisées en milieux industriels posent d'importants problèmes relevant à la fois de leur géométrie compliquée et de la complexité des lois de comportement de leur matériau constitutif. Tel est le cas des plaques tubulaires des échangeurs de chaleur.

Ces dernières présentent des milliers de perforations dans lesquelles viennent se loger les tubes. La complexité de la géométrie introduite par la perforation rend l'opération de dimensionnement difficile. Le souhait d'examiner leur comportement dans le domaine plastique accroît en-

core la difficulté.

L'objectif de cet article est de décrire le comportement de telles plaques perforées en vue d'apporter une contribution à leur dimensionnement.

Les plaques tubulaires sont forées selon un réseau de perforations périodiques formant un réseau de mailles carrées ou triangulaires équilatérales. Ce réseau est caractérisé par le *facteur de ligament* μ défini par :

$$\mu = \frac{h}{p} \quad (1)$$

où h est le ligament et p la distance entre deux trous successifs. Les valeurs du ligament μ varient entre 0.15 et 1.0 pour une plaque pleine mais, les valeurs comprises entre 0.2 et 0.5 présentent un intérêt technique plus important.

Une manière de contourner la difficulté de dimensionner une plaque perforée consiste à la remplacer par une plaque pleine homogène qui présentera le même comportement structural que la plaque réelle. Pratiquement, cette méthode consiste à déterminer un matériau équivalent dans le domaine élastique. Actuellement, ces méthodes sont bien connues dans le domaine élastique et sont implémentées dans les codes de dimensionnement.

L'extension du dimensionnement au domaine plastique consiste en la détermination de la surface d'écoulement plastique d'un matériau équivalent. L'approche proposée se base sur des simulations numériques pour établir la loi d'écoulement.

2 Formulation du problème

Soit un disque perforé par de nombreux trous où le ligament et le diamètre des perforations sont petits vis-à-vis de la plaque tubulaire. Le réseau de perforation peut être à maille carrée (fig. 1.a) ou triangulaire (fig. 1.b). Le matériau constitutif est homogène et isotrope, mais le réseau des perforations induit une structure orientée. Si une portion de ce disque est isolée, il peut être considéré que cette portion est soumise à un chargement de contraintes appliquées sur chaque coté de la zone isolée (fig. 2). Ces contraintes sont supposées uniformes et principales sur l'épaisseur du disque dans la mesure où toutes les contraintes tangentielles sont négligées. Le matériau obéit au critère de Hucker-Mises et répond à la loi de normalité [Massonnet (1963)].

On définit *l'orientation du chargement* par l'angle α entre la direction de la contrainte principale σ_x et la direction du réseau de perforations (fig. 2). Des études antérieures [Litewka *et al.* (1979)] ont montré que, pour des raisons de symétrie, il suffit d'examiner le domaine $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ pour le réseau à maille carrée et $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ pour le réseau à maille triangulaire pour obtenir toutes les surfaces d'écoulement. Les structures présentent une symétrie par rapport aux axes A-A, B-B, C-C et D-D. Ainsi, il est avantageux de limiter l'étude à une cellule élémentaire soumise à des contraintes uniformes σ_x et σ_y et restreinte cinématiquement ; le déplacement des cotés devant rester rectiligne et se déplacer perpendiculairement à l'axe de symétrie (fig. 3).

L'analyse est dès lors réduite à l'étude, pour chaque réseau, de deux cellules élémentaires pour tracer la surface d'écoulement. Pratiquement, ces cellules correspondent à $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 45^\circ$ pour le réseau à maille carrée et à $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 30^\circ$ pour le réseau à maille triangulaire équilatérale (fig. 4).

Des simulations numériques ont été menées sur les cellules élémentaires pour plusieurs chargements bi-axiaux σ_x et σ_y . Le chargement est progressivement augmenté en conservant constant

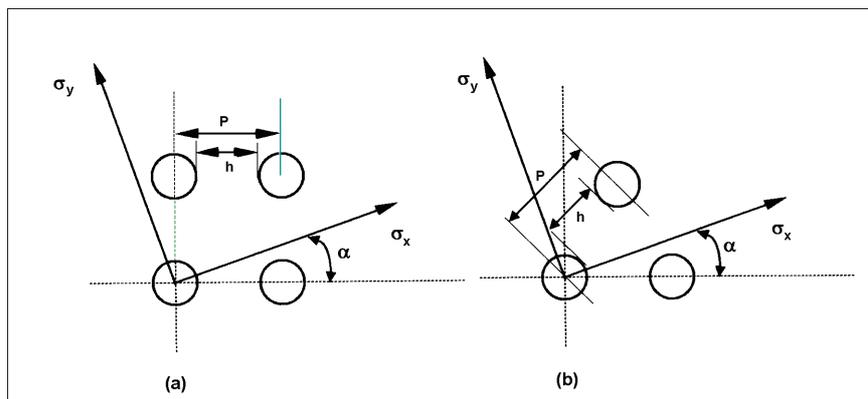


FIG. 1 – Maille du réseau de perforation carré (a) ou triangulaire (b)

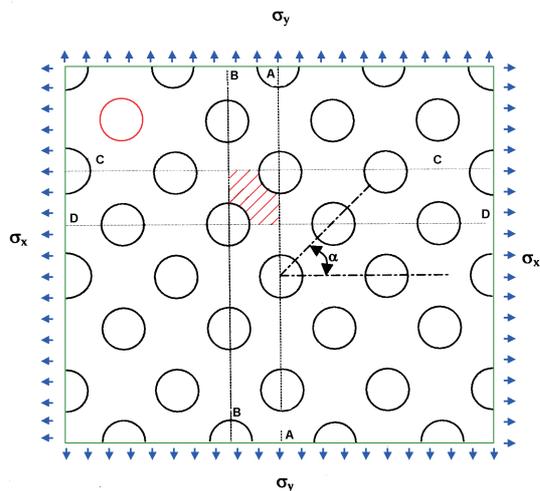


FIG. 2 – Réseau de perforation carré $\alpha = 45^0$

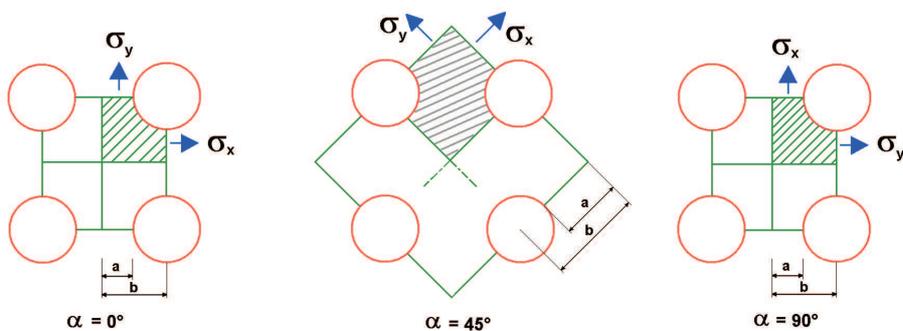


FIG. 3 – Cellules élémentaires

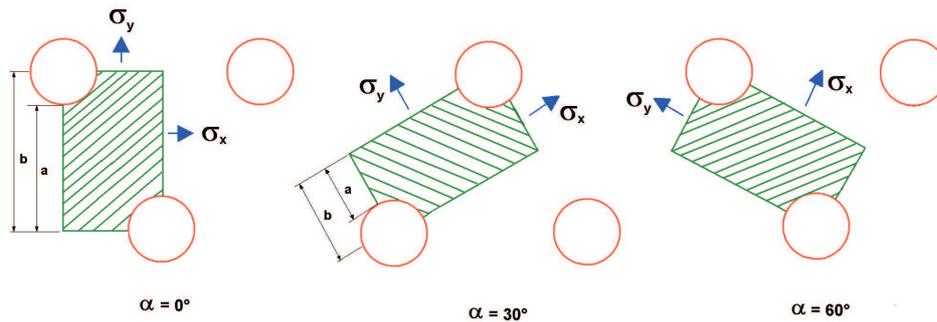


FIG. 4 – Cellules minimales

le rapport $\eta = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ jusqu'à la ruine totale de la cellule élémentaire correspondant au déplacement libre d'un des bords de la cellule. Notons qu'au cours de la procédure, il est possible de déterminer le chargement donnant lieu à l'apparition de la première plastification locale.

Le modèle permet de petits déplacements et le matériau est élastique parfaitement plastique. Le logiciel aux éléments finis ABAQUS a été utilisé. Celui-ci permet d'appliquer les contraintes cinématiques particulières décrites ci-avant (tous les noeuds d'un même bord doivent se déplacer de la même quantité, par raison de symétrie).

On définit la *contrainte limite* σ_L comme la contrainte maximale rencontrée sur la courbe force-déplacement. Les contraintes homogénéisées se déduisent du chargement de la cellule par :

$$\bar{\sigma}_x = \frac{a}{b} \sigma_x \quad (2)$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{\bar{\sigma}_x}{\eta} \quad (3)$$

où a et b sont les dimensions caractéristiques de la cellule élémentaire (fig. 3).

La limite élastique équivalente est déduite de (2) en remplaçant σ_x par σ_L . Les valeurs $\bar{\sigma}_x$ et $\bar{\sigma}_y$ constituent dans ce cas les coordonnées d'un point de la surface limite du matériau homogénéisé. La condition de plasticité est obtenue en faisant varier η de $-\infty$ à $+\infty$. L'ensemble des points de coordonnées $(\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y)$ pour lesquels les bords de la cellule se déplacent librement, constitue la *surface d'écoulement plastique* ou *limite* car elle correspond à la ruine de la plaque. De la même manière, on obtiendrait le *lieu élastique* correspondant à l'apparition dans la cellule de la première plastification locale.

Les surfaces d'écoulement sont obtenues pour de nombreux facteurs de ligament μ grâce à la procédure décrite ci-dessus ; un exemple est illustré à la figure 5. L'ensemble des résultats montre que le matériau perforé est d'autant plus anisotrope que le facteur de ligament est grand.

3 Approximation du lieu élastique et de la condition de plasticité

Les conditions obtenues sont relativement compliquées pour être employées efficacement pour résoudre les problèmes industriels. C'est pourquoi plusieurs relations approximatives ont été élaborées. La relation la plus attractive est basée sur l'ellipse de Mises réduite homothétiquement. Cette formulation permet en effet l'emploi d'un logiciel commercial pour étudier la plaque homogène équivalente. Le matériau homogène équivalent aurait ainsi la caractéristique suivante :

$$\bar{\sigma}_x^2 - \bar{\sigma}_x \bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_y^2 = (\sigma_0 \lambda)^2 \quad (4)$$

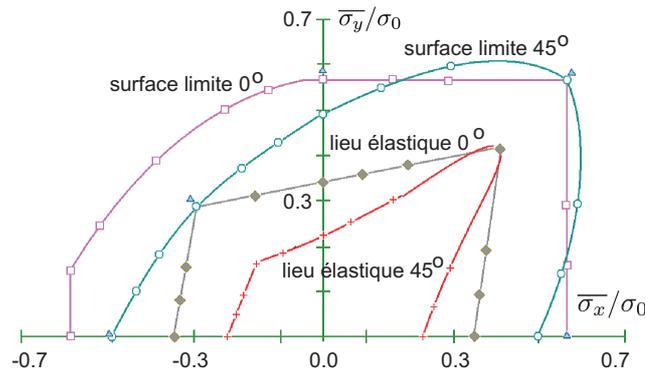


FIG. 5 – Lieux élastiques et conditions de plasticité pour un réseau carré pour différentes valeurs de α (facteur de ligament $\mu = 0.5$)

où λ est un facteur de réduction dépendant du réseau selon la relation (5).

$$\text{maille carrée} \quad \lambda = 1.0072\mu - 0.0105 \quad (5)$$

$$\text{maille triangulaire} \quad \lambda = 0.9428\mu - 0.0048 \quad (6)$$

Si on applique un raisonnement analogue pour le lieu élastique, on obtient comme facteurs de réduction de l'ellipse de Mises les relations suivantes :

$$\text{maille carrée} \quad \lambda_e = 0.3981\mu + 0.314 \quad (7)$$

$$\text{maille triangulaire} \quad \lambda_e = 0.4692\mu + 0.0013 \quad (8)$$

4 Mesures expérimentales

4.1 Lieu élastique

Des résultats de campagnes d'essais de plaques perforées selon une maille carrée, sont disponibles dans [Litewka *et al.* (1979)]. Certains résultats sont repris sur la figure 5. On peut constater une bonne corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux.

4.2 Condition de plasticité

De nombreuses campagnes d'essais ont été menées par les auteurs. Les résultats sont disponibles dans [Layad (1999)]. Ils correspondent à des plaques perforées circulaires de petites dimensions soumises à une pression croissante jusqu'à ruine complète. La figure 6 illustre le cas d'une plaque circulaire de 200 mm de diamètre et 8 mm d'épaisseur comportant 208 trous de 6 mm de diamètre selon une maille carrée. Le facteur de ligament vaut $\mu = 0.5$. Ce cas a été étudié selon trois approches [Layad (1999)] :

- le matériau est homogénéisé suivant la relation (5) et un modèle géométriquement non linéaire est employé ;
- le matériau est considéré comme anisotrope et un modèle géométriquement non linéaire est employé ;
- le matériau est considéré comme anisotrope et la résolution analytique se base sur un comportement élastique parfaitement plastique, sans non-linéarité géométrique.

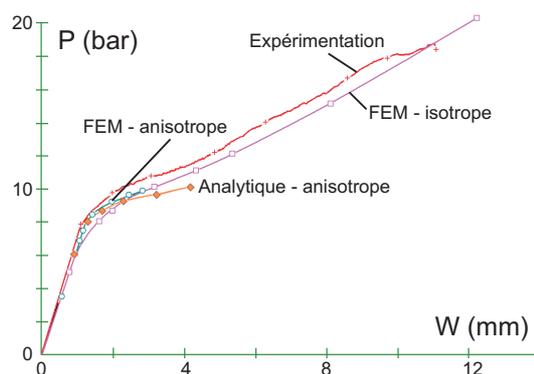


FIG. 6 – Pression en fonction du déplacement du centre de la plaque circulaire

Dans tous les cas, il est tenu compte de la zone de matériau plein au droit des appuis. La comparaison des résultats est reprise à la figure 6. La concordance des approches analytiques et expérimentales est acceptable dans le cadre du dimensionnement des plaques perforées. On remarque évidemment que l'approche analytique n'est valable que pour de petites valeurs de déplacement.

5 Conclusions

L'approche proposée pour déterminer les lois d'écoulement de plaques perforées, basée sur la méthode aux éléments finis, conduit à des conclusions simples aisément utilisables pour dimensionner ce genre d'équipement. Elle fournit de bons résultats tant pour les réseaux de perforation à maille carrée ou triangulaire équilatérale. Des comparaisons avec des mesures expérimentales disponibles ont montré l'intérêt de la technique d'homogénéisation proposée.

Références

- Layad A., 1999, Simulation du comportement des plaques circulaires perforées 1999 , *Ph. D Thesis*, Polytechnic Faculty of Mons, Belgium.
- Litewka A., Rogalska E. 1979 Plastic Flow of the Perforated Material with Square Penetration Pattern. *Trans. 5th Int. Conf. SMIRT*, L12/9
- Porowski J., O'Donnell W.J. 1975 Plastic Strength of Perforated Plates with Square Penetration Pattern. *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 97, pp. 146-154.
- Rogalska E., Kakol W., Guerlement G., Lamblin D. 1997 Limit Load Analysis of Perforated Disks with Square Penetration Pattern. *Journal of Pressure Vessel Technology*, vol. 119, pp. 122-126.
- Targowski R., Lamblin D., Guerlement G. 1993 Non linear Analysis of Perforated Circular Plates with Square Penetration Patterns. *SMIRT-12*, K. Kussmaul Editor, pp. 57-62.
- Ch. Massonnet 1963 Résistance des matériaux, tome I et II *Sciences et lettres, Liège (1963)*