

Traitement des couplages thermomécaniques induits par la déformation

Norbert Renault, Stéphane André & Christian Cunat

LEMTA-CNRS UMR 7563
2 Avenue de la Forêt de Haye
B.P. 160, 54504 VANDOEUVRE-lès-NANCY, FRANCE
Norbert.Renault@ensem.inpl-nancy.fr

Résumé :

Nous réalisons un essai mécanique piloté par Vidéotraction[®] avec enregistrement simultané des cartes de température sur l'éprouvette via une caméra infrarouge haute définition. Un traitement d'analyse d'image permet de reconstruire les sources thermiques au centre de l'éprouvette à partir de l'équation de la chaleur. L'analyse thermodynamique explicite la nature des diverses contributions responsables des sources : (i) la thermoélasticité, (ii) la variation d'entropie due aux évolutions micro-structurales et (iii) la dissipation intrinsèque provoquée par ces réorganisations.

Nous développons une modélisation selon la démarche DNLR (Distribution of Non Linear Relaxations) qui intègre ces couplages via la résolution simultanée de trois familles d'équations d'état, l'une d'elle reflétant l'évolution entropique (équation de la chaleur), une autre relatant le comportement mécanique couplé à la fois à la thermique et à la micro-structure et une troisième reliant les potentiels chimiques aux sollicitations imposées. La confrontation avec l'expérience est d'ores et déjà tout à fait satisfaisante.

Abstract :

A tensile test is carried out. It is controlled by videotraction[®] with simultaneous recording of the temperature fields on the specimen via a high definition infra-red camera. An image analysis procedure allows to rebuild the thermal sources in the center of the specimen starting from the heat equation. The thermodynamical analysis clarifies the nature of the various contributions responsible for the sources : (i) thermoelasticity, (ii) variation of entropy induced by the microstructural evolutions and (iii) intrinsic dissipation caused by these reorganizations.

We develop a modelling according to the DNLR approach (Distribution of Non Linear Relaxations) which integrates these couplings via the simultaneous resolution of three families of state equations. One of them reflects the entropic evolution (heat equation), another refers to the mechanical behaviour coupled at the same time with thermal effects and the microstructure's evolution kinetics and a third one links the chemical potentials to the imposed sollicitations. By now, a rough confrontation with experiments is completely satisfactory.

Mots-clefs :

thermographie infrarouge ; couplages thermodynamiques ; loi de comportement DNLR.

1 Introduction

Les polymères, notamment les semi-cristallins, sont de plus en plus souvent utilisés comme matériaux de structure. Le corollaire en est une exigence accrue vis à vis de la connaissance de leurs propriétés mécaniques. Les modèles qui leur sont dédiés se doivent d'être de plus en plus robustes et fiables. Dans cet objectif, nous avons développé une méthode d'acquisition et d'analyse de données thermomécaniques induites par des déformations imposées.

Nous présentons tout d'abord notre dispositif expérimental puis la méthode de reconstruction des sources thermiques que nous avons développées avant d'aborder la structure de notre modélisation pour enfin comparer simulations et expériences et poursuivre par une courte conclusion et quelques perspectives.

2 Dispositif expérimental

Avec le dispositif Vidéotraction[®] qui équipe notre machine d'essai, la mesure des déformations est obtenue par le suivi de taches apposées artificiellement sur la face avant de l'éprouvette. La figure 1 (a, b et c) explicite la répartition utilisée. Une analyse des images captées par une caméra CCD permet de remonter aux barycentres des taches donc aux déformations longitudinales et transversales. Il convient de placer soigneusement les taches pour éviter tout biais de mesure notamment en raison du développement de la striction (Gsell et al. (1992)). La machine d'essai est une presse hydraulique MTS et le capteur d'effort permet de remonter à la contrainte.

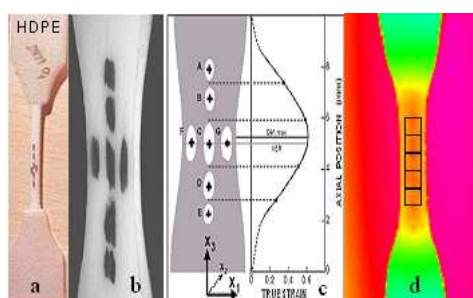


FIG. 1: a) Échantillon déformé, b) Marqueurs vus par la caméra CCD, c) Principe du vidéoextensomètre, d) Image infrarouge de la face arrière

La spécificité de Vidéotraction[®] est d'une part de fournir une déformation localisée en un point de l'éprouvette et d'autre part de permettre un contrôle du déplacement de la traverse en temps réel, de manière à réguler sur la vitesse de déformation au point de mesure.

3 Reconstruction de source

La détection infrarouge est de plus en plus présente dans les applications thermomécaniques (Chrysochoos and Belmahjoub (1992), Krapez et al. (2000)). Toutefois, bien que l'analyse des champs de température pour remonter aux puissances thermiques fasse l'objet de nombreux travaux (Coles and Murio (2002)), le problème n'est pas encore véritablement clos. En fait, c'est un problème inverse (mal posé) dont la solution est très sensible aux perturbations infinitésimales (les bruits) portées par la réponse observée (le signal).

L'équation de la chaleur fournit le modèle direct ; sous sa forme adimensionnée, elle s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + 2Bi \theta = q(x, y, t) \quad (1)$$

où θ est la température et q la source à déterminer et t le temps adimensionnel, temps normalisé par rapport au temps caractéristique de diffusion de chaleur. Nous avons considéré le problème 2D.

Les échanges de chaleur par convection dans la troisième direction sont modélisés par une approximation d'ailette (présence du nombre de Biot Bi). Le terme $V.grad(T)$ pourrait être ajouté mais, dans notre expérience, les échanges de chaleur par advection (déformation du milieu) sont limités : la caméra infrarouge suit le mouvement de la partie centrale de l'éprouvette au cours de l'essai.

L'inversion est obtenue en mettant en oeuvre une méthode d'optimisation sous contraintes d'un estimateur 'moindre carré' J_α établi entre les températures mesurées T et modélisées θ ,

comme le suggèrent Rajic (2001) et Wong and Kirby (1990). Nous introduisons deux contraintes pour l'optimisation. La première impose formellement le respect de l'équation de la chaleur entre températures calculées θ et sources reconstituées q (formulation adjointe du problème inverse). La seconde est une contrainte de régularisation de type Tikhonov (Tikhonov (1963)) qui porte sur la source à identifier et introduit le paramètre α :

$$J_\alpha(\theta, \mu, q, t) = \int_{\Omega} (T(x, y, t) - \theta(x, y, t))^2 dV + \int_{\Omega} \mu(x, y, t) F(\theta, q) dV + \alpha \int_{\Omega} (q(x, y, t) - \tilde{q}(x, y, t))^2 dV \quad (2)$$

où $F(\theta, q)$ correspond à l'équation (1) et $\mu(x, y, t)$ à des coefficients de Lagrange. Notre objectif n'est pas ici de détailler la méthode, toutefois soulignons simplement que l'équation (2) est discrétisée et que l'on obtient un problème linéaire $\mathbf{M}_\alpha x^n = b_\alpha^n$ avec $x = {}^t [\theta, \mu, q]$; La stratégie d'inversion mise au point est la suivante :

1. Résolution du problème sans régularisation ($\alpha = 0$) et ce qui donne $q_{\alpha=0}$ (fortement bruité) mais $\langle q_{\alpha=0} \rangle$, la moyenne spatiale de $q_{\alpha=0}$, non biaisé.
2. L'information a priori est posée comme $\tilde{q}(x, y, t) = \langle q_{\alpha=0} \rangle$, ce choix correspond à l'introduction d'un modèle réduit dans l'algorithme d'inversion (problème écrit en moyenne même en présence de source localisée)
3. Résolution du problème avec régularisation. α selon diverses méthodes : L-curve (Hansen and O'Leary (1993)), Discrepancy principle...

Cette méthode présente deux avantages : (i) son implantation est facile et (ii) elle ne dépend pas des conditions aux limites : les températures mesurées sont prises comme conditions limites. Le prix à payer est le temps de calcul lorsque le domaine à explorer devient grand (1/2 heure pour 400 pixels², 5 heures pour 1600 pixels²).

4 L'approche thermomécanique DNLR

Le formalisme DNLR est développé dans notre groupe au LEMTA (Cunat (2001)). Il repose sur une stratégie d'établissement de l'ensemble des lois d'état rassemblant toute l'information thermodynamique. Cette stratégie prend appui sur trois disciplines connexes :

- La Thermodynamique des Processus Irréversibles
- La Mécanique Statistique de l'équilibre et du non équilibre via la théorie des fluctuations
- La Cinétique Chimique

L'hypothèse centrale pour le côté thermodynamique est celle de De Donder qui admet que les potentiels thermodynamiques conservent leur statut hors équilibre (il introduit pour cela les concepts d'avancement z et d'affinité A). Pour le côté statistique, c'est le concept de fluctuation qui permet de préciser la distribution des modes dissipatifs. En revanche, pour la cinétique chimique, c'est la théorie statistique de l'état transitoire activé qui nous fournit des outils substitutifs (i) aux pseudo-potentiels des vitesses de l'approche à variables internes usuelle et (ii) à la traditionnelle règle de normalité.

Par ailleurs, l'expérience montre que la plupart des cinétiques à l'état solide peuvent se réduire à une distribution de cinétiques non linéaires du premier ordre dont la réponse peut

toujours être représentée par une exponentielle étendue au cours du temps (les temps caractéristiques τ^j peuvent dépendre de l'état actuel, donc de l'histoire du matériau). Ainsi pour chaque mode, on a :

$$\dot{z}^j = -\frac{z^j - z^{j,r}}{\tau^j} \quad (3)$$

4.1 A partir d'un bilan d'énergie

Sur un VER, on peut écrire l'énergie interne spécifique u comme une fonction de l'entropie spécifique, de la déformation et de plusieurs variables internes et, par transformée de Legendre, on obtient l'énergie libre : $f = u(s, \underline{\varepsilon}, \bar{z}) - T s = f(T, \underline{\varepsilon}, \bar{z})$.

Par différentiations successives, on peut écrire des lois d'évolution de l'entropie s , de la contrainte $\underline{\sigma}$ et de l'affinité \bar{A} relative aux processus \bar{z} . En introduisant des caractéristiques thermomécaniques : C_u la capacité volumique thermique, $\underline{\alpha}$ les coefficients de dilatation et $\underline{\underline{E}}$ le tenseur de Hooke, on trouve :

$$-\dot{s} = -\frac{C_u}{T} \dot{T} - \underline{\alpha} \cdot \underline{\underline{E}} \cdot \dot{\underline{\varepsilon}} + \overline{b_{th}} \cdot \dot{\bar{z}} \quad (4)$$

$$\dot{\underline{\sigma}} = -\underline{\alpha} \cdot \underline{\underline{E}} \dot{T} + \underline{\underline{E}} \cdot \dot{\underline{\varepsilon}} + \overline{b_m} \cdot \dot{\bar{z}} \quad (5)$$

$$-\dot{\bar{A}} = {}^t \overline{b_{th}} \dot{T} + {}^t \overline{b_m} \cdot \dot{\underline{\varepsilon}} + \overline{g} \cdot \dot{\bar{z}} \quad (6)$$

Notre propre contribution à la modélisation porte sur l'introduction du couplage thermo-mécanique-microstructure.

4.2 Écriture du modèle thermomécanique

Pour simplifier, limitons l'écriture du modèle au cas 1D (traction pure). Le cadre DNLR permet de poser $(\sigma^j - \sigma^{jr}) = b_m^j (z^j - z^{jr})$ et $-(s^j - s^{jr}) = b_{th}^j (z^j - z^{jr})$ et de définir les poids modaux p_0^j . Si l'on retient la forme linéaire de Onsager ($\bar{z} = \underline{\underline{L}} \cdot \bar{A}$), on aboutit aux équations d'état en écrivant $D = \sum_j D^j = \sum_j A^j \dot{z}^j$ et $\sigma = \sum_j \sigma^j$ et $s = \sum_j s^j$:

$$\dot{s}^j = p_0^j \left(\frac{C_u}{T} \dot{T} + \alpha_u E_u \dot{\varepsilon} \right) - \frac{s^j - s^{jr}}{\tau_s^j} \quad (7)$$

$$\dot{\sigma}^j = p_0^j \left(-\alpha_u E_u \dot{T} + E_u \dot{\varepsilon} \right) - \frac{\sigma^j - \sigma^{jr}}{\tau_\sigma^j} \quad (8)$$

$$-\frac{1}{2} \dot{D}^j = \frac{s^j - s^{jr}}{\tau_s^j} \dot{T} - \frac{\sigma^j - \sigma^{jr}}{\tau_\sigma^j} \dot{\varepsilon} + \frac{D^j}{\tau_D^j} \quad (9)$$

4.3 Modélisation des temps de relaxation τ^j et des états relaxés σ^{jr} et s^{jr}

La théorie des fluctuations donne accès à la forme du spectre $p_0^j(\tau^j)$ en prenant appui sur le théorème de l'équipartition de l'entropie créée. s^{jr} est approché par la relation $s^{jr} = p_r^j (C_r \ln(T/T_{ref}) + S_{ref})$. Pour σ^{jr} , la situation est plus complexe, nous empruntons la modélisation que Arieby et al. (2007) propose dans son travail de thèse :

$$\dot{\sigma}^{jr} = p^{jr} \left(-\alpha_r E_r \dot{T} + E_r \dot{\varepsilon} \right) - \frac{\sigma^{jr} - \sigma^{j,eq}}{\tau_\sigma^{j,eq}} \quad (10)$$

Cette contrainte est insensible à la vitesse de déformation tout comme la contrainte d'équilibre vrai $\sigma^{j,eq}$ modélisée par une loi hyperélastique.

5 Confrontation à l'expérience

Pour exprimer le terme source à partir de notre équation d'état décrivant la thermique, il suffit d'y adjoindre la forme locale du bilan d'entropie :

$$\dot{s} = \dot{s}_e + \dot{s}_i = \frac{\overline{A} \cdot \dot{\bar{z}}}{T} - \frac{\nabla \cdot \vec{J}_q}{T} \quad (11)$$

En prenant $\vec{J}_q = -\lambda \text{grad}(T)$ (loi de Fourier), on retrouve l'équation de la chaleur :

$$C_u \dot{T} = \lambda \Delta T + \underbrace{\overline{A} \cdot \dot{\bar{z}} - \alpha_u E_u T \dot{\varepsilon} - T \sum_j (b_{th}^j \frac{z^j - z^{j,r}}{\tau^j})}_{\text{source thermique}} \quad (12)$$

Cette source comprend trois termes : la dissipation intrinsèque donnée par $\overline{A} \cdot \dot{\bar{z}}$, le couplage thermo-élastique $-\alpha_u E_u T \dot{\varepsilon}$ et le couplage thermo-chimique $-T \sum_j (b_{th}^j \frac{z^j - z^{j,r}}{\tau^j})$.

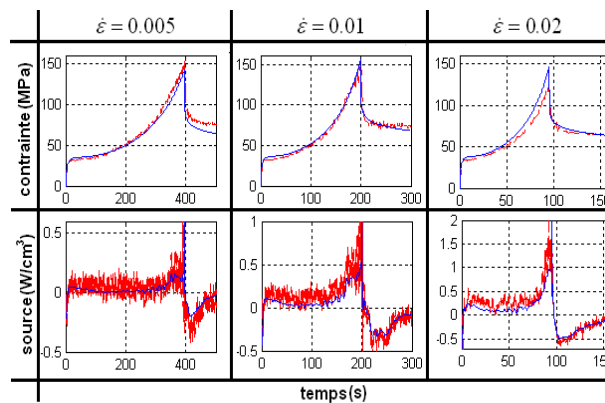


FIG. 2: Modélisation de la contrainte (en MPa, en haut) et de la source thermique (en W/cm^3 , en bas) à différentes vitesses de déformation sur des essais de traction-relaxation : $\dot{\varepsilon} = 0.005 s^{-1}$ (colonne 1), $\dot{\varepsilon} = 0.01 s^{-1}$ (colonne 2), $\dot{\varepsilon} = 0.02 s^{-1}$ (colonne 3)

La figure 2 compare nos simulations de la réponse mécanique et du terme source de l'équation (12) avec les résultats directement tirés de l'expérience pour trois vitesses de traction différentes lors d'essais d'extension suivis de relaxation. Évidemment, le jeu de paramètres optimisés est le même pour les trois vitesses. Il s'agit ici de montrer uniquement le potentiel de la modélisation mise en place et non d'exposer les détails du problème d'estimation paramétrique ; Certains paramètres sont considérés connus suite aux travaux antérieurs sur le PEHD (M'Rabet (Mrabet et al. (2005), ?).

Le PEDH présente :

- Un court régime élastique : partie linéaire sur la contrainte, effet thermoélastique sur la source.
- Puis, un régime viscoélastoplastique jusqu'à une déformation de 1.2 où la contrainte croît lentement et la source se stabilise.

- Ensuite, le durcissement se développe : la contrainte et la source croissent rapidement.
- Enfin, pendant la relaxation, on observe une décroissance monotone de la contrainte. La source devient négative pour ensuite revenir à 0. Nous interprétons actuellement ce phénomène comme dû à une restitution d'énergie bloquée (couplage thermo-chimique)

L'accord observé entre expériences et simulations est tout à fait satisfaisant, même si la modélisation peut encore être affinée.

6 Conclusions et Perspectives

Nous avons mis au point une méthode de caractérisations simultanées de la réponse contrainte/déformation et des champs de température induits par la dissipation lors d'essais mécaniques à différentes vitesses. Le matériau testé est du PEHD. Nous avons également mis en place un traitement complet des cartes thermiques pour remonter aux sources de l'équation de la chaleur. Enfin, nous avons conduit un traitement thermodynamique complet à partir du formalisme DNLR, pour aboutir à des simulations tout à fait satisfaisantes pour une première modélisation. Certaines hypothèses doivent encore être affinées bien entendu. De même, nous travaillons encore à améliorer la reconstruction des sources thermiques.

Références

- Gsell, C., Hiver, J.-M., Dahoun, A., Souahi, A. 1992. Video-controlled tensile testing of polymers and metals beyond the necking point. *J. of Materials Science* **27**, 5031–5031.
- Chrysochoos, A., Belmahjoub, F., 1992. Thermographic Analysis of Thermo-mechanical Couplings. *Archives of Mechanics* **44-1**, 55–68.
- Krapez, J.-C., Pacou, D., Gardette, G., Jul 2000. Lock-in thermography and fatigue limit of metals. Vol. **44-1**. QIRT 2000, Reims (France).
- Coles, C., Murio, D. A., 2002. Simultaneous Space Diffusivity and Source Term Reconstruction in 2D IHCP. *Mechanics of Time-Dependent Materials* **44**, 1493–1502.
- Rajic, N., 2001. Thermographic Assessment of the Heat Dissipation Associated with Fatigue Crack Growth in Mild Steel. Tech. Rep. 1190, Defence Science & Technology Organisation.
- Wong, A. K., Kirby, G. C., 1990. A hybrid numerical/experimental technique for determining the heat dissipated during low cycle fatigue. *Eng. Fract. Mech.* **37-3**, 493–504.
- Tikhonov, A., 1963. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. *Soviet Mathematics* **4**, 1035–1038.
- Hansen, P. C., O'Leary, D. P., 1993. The use of the L-curve in the regularisation of the discrete ill-posed problems. *SIAM J. Sci. Comput.* **14**, 1487–1503.
- Mrabet, K., Rahouadj, R., Cunat, C., 2007. An Irreversible Thermodynamic Model for Semicrystalline Polymers Submitted to Multisequence Loading at Large Strain. *Polymer Engineering and science*, **45**, 42-51.
- Arieby, R., Rahouadj, R., Cunat, C., 2007. Etude du comportement anisotrope du PEHD extrudé sous sollicitation de traction uniaxiale séquentielle en grande déformation. CFM 2007-1300.
- Cunat, C., 2001. The DNLR approach and relaxation phenomena. Part I - Historical account and DNLR formalism. *Mech. Time-depend. Mater.*, **5**, 39-65.