

Identification des paramètres de lois de comportement élastoplastique par indentation continue sphérique

Jean-Marc Collin*, Gérard Mauvoisin*, Philippe Pilvin** et Rochdi El Abdi*

*: LA.R.M.A.U.R., FRE CNRS 2717, Campus de Beaulieu, Université de Rennes1, 35042 RENNES CEDEX

** : L.G.2M. Université de Bretagne-Sud, Rue de Saint-Maudé, BP 92116, 56321 LORIENT CEDEX
jean-marc.collin@etudiant.univ-rennes1.fr

Résumé :

Nous proposons une étude numérique et expérimentale de l'indentation instrumentée sphérique. L'étude numérique nous a permis de suivre l'évolution d'un certain nombre de grandeurs pouvant être déduites d'une courbe d'indentation. Pour chacune de ces grandeurs, un modèle a été déterminé pour deux lois de comportement. L'étude de ces modèles a conduit à l'étude de l'unicité de la solution en indentation sphérique. L'étude expérimentale nous a permis d'évaluer les paramètres de deux lois de comportement pour quatre matériaux métalliques.

Abstract :

The purpose of this work is to propose numerical and experimental studies of spherical instrumented indentation. The numerical study has allowed us to follow the evolution of data deduced from an indentation curve. Models for these data are proposed in the case of two behavior laws. They are the basis of the study of the uniqueness of the solution in the case of the spherical indentation. The experimental study has allowed us to evaluate the mechanical parameters of two behavior laws for four metallic samples.

Mots-clefs :

Indentation sphérique ; énergies d'indentation ; caractérisation des matériaux

1 Introduction

Le test d'indentation historiquement utilisé pour mesurer la dureté d'un matériau est développé depuis plusieurs années pour identifier les propriétés mécaniques des matériaux. Le test d'indentation continue consiste à mesurer simultanément la profondeur h et l'effort d'indentation F au cours de l'enfoncement imposé d'un indenteur dans un matériau. Ce test peut être utilisé pour caractériser certains paramètres de la loi d'écrouissage du matériau testé. La loi la plus communément utilisée est la loi d'écrouissage isotrope de Hollomon définie par l'équation (1) :

$$\sigma = \sigma_y^{1-n} E^n \varepsilon^n \quad (1)$$

Cette relation donne, pour une sollicitation monotone en régime élastoplastique, la contrainte d'écoulement. E , σ_y , n et ε sont respectivement le module de Young, la limite d'élasticité, l'exposant d'écrouissage et la déformation. Le premier paramètre à avoir été identifié est le module de Young réduit E^* défini par $E^* = [(1-\nu_i^2)/E_i + (1-\nu_m^2)/E_m]^{-1}$, ν étant le coefficient de Poisson, i et m étant relatifs respectivement à l'indenteur et au matériau. La détermination de E^* est basée sur la théorie des contacts élastiques de Hertz (1882). Ainsi, Sneddon (1965) propose une solution générale au problème de l'indentation d'un matériau élastique par un indenteur de forme quelconque. La raideur de contact S est alors définie par la relation (2) :

$$S = \frac{dF}{dh} = 2E^* a \quad (2)$$

a étant le rayon de contact entre l'indenteur et le matériau. Ternovskii *et al.* (1973), Bulychev *et al.* (1975) et Shorshorov *et al.* (1982) démontrent que lorsque le régime élastique est dépassé, la relation (2) peut s'appliquer lors du déchargement. La raideur de contact S est donc définie comme étant la pente de déchargement. Ainsi, Loubet *et al.* (1986) et Oliver et Pharr (1992) proposent de déterminer E^* à partir de la relation (2). Les méthodes proposées par ces deux auteurs se distinguent par le mode de détermination de a . Enfin, Hay et Wolff (2001) proposent une correction à la formule de Sneddon (2) permettant de prendre en compte les déplacements radiaux de la matière sous l'indenteur.

En ce qui concerne le comportement plastique des matériaux, de nombreuses méthodes proposent de déduire d'un test d'indentation les paramètres de la loi de comportement habituellement obtenue en traction simple. Ces méthodes se distinguent par le type d'indenteur utilisé (sphérique, conique, Vickers...) et les grandeurs mesurables utilisées. Tabor (1908) introduit une déformation représentative pour décrire l'évolution de la dureté en indentation sphérique. La majorité des méthodes d'identification sont basées sur de nouvelles formulations de cette déformation représentative. Certains auteurs, comme Dao *et al.* (2001) utilisent d'autres grandeurs comme la courbure C et le rapport des énergies plastiques et totales W_p/W_t . La procédure d'identification consiste alors à minimiser l'écart entre des grandeurs issues d'une expérimentation et celles issues de modèles déduits d'une étude numérique.

Cependant, très peu d'auteurs proposent des applications de leur méthode sur des courbes expérimentales. Beghini *et al.* (2005) déterminent les paramètres de la loi de Hollomon (1) par un test d'indentation sphérique. Cette méthode est basée sur l'inversion d'un modèle de la courbe $F(h)$ et conduit à une bonne approximation des paramètres de quelques matériaux métalliques. Cependant, les auteurs supposent connues les propriétés élastiques du matériau.

Concernant le problème d'unicité de la solution en indentation, Cheng et Cheng (2004) proposent une étude très complète de l'indentation, ils étudient en particulier la possibilité de déterminer la loi de comportement d'un matériau à partir d'un test d'indentation. Les auteurs démontrent qu'il n'y a pas unicité de la solution dans le cas de l'utilisation d'un unique indenteur conique ou pyramidal. Ceci revient à dire que plusieurs jeux de paramètres de matériaux peuvent conduire à la même courbe d'indentation. Selon ces mêmes auteurs, l'indentation sphérique n'est pas concernée par ce problème d'unicité. Pour lever l'indétermination en indentation conique, Bucaille *et al.* (2003) proposent de déterminer les paramètres de la courbe de traction par l'utilisation de deux indenteurs coniques différents. Cependant, l'objectif est de proposer une procédure la plus simple possible. Aussi, nous étudions ici le problème d'unicité en indentation sphérique et nous proposons une méthode permettant d'approximer les paramètres de deux lois de comportement par l'utilisation d'un unique indenteur.

2 Les grandeurs déduites d'un test d'indentation

Selon le cycle de chargement effectué, différentes grandeurs peuvent être extraites d'un essai d'indentation. Tout d'abord, si le test est composé d'un unique chargement, les seules grandeurs pouvant être déduites de la courbe d'indentation sont la courbe $F(h)$ et l'énergie totale W_t . Si le test est composé d'un cycle chargement et déchargement, on peut déduire les valeurs de la pente de début de décharge, de l'énergie élastique W_e et de l'énergie plastique W_p . Enfin, si le test est composé de plusieurs cycles de chargement, déchargement et rechargement, on peut alors déduire **l'évolution** des différentes grandeurs évoquées ci-dessus au cours du test. La présente étude concerne l'évolution de ces grandeurs obtenues par plusieurs cycles de chargement, déchargement et rechargement.

3 Etude numérique

L'étude numérique est réalisée avec le code d'éléments finis Cast3M et les calculs sont réalisés en mode axi-symétrique du fait de la géométrie du problème. Le maillage est optimisé pour obtenir la meilleure précision sur le rayon de contact avec des éléments quadratiques à 8 nœuds de taille inférieure à $4\mu\text{m}$ dans la zone de contact. L'utilisation d'éléments aussi fins est nécessaire pour obtenir des courbes d'indentation présentant le moins possible d'oscillations. Les caractéristiques de l'indenteur sont : rayon $R = 0,5\text{ mm}$, module de Young $E_i = 600\text{ GPa}$ et coefficient de Poisson $\nu_i = 0,3$. Trois différents modules de Young de matériaux ont été considérés : 72 GPa , 124 GPa et 210 GPa . Deux lois élastoplastique à écrouissage isotrope, associées au critère de Von-Mises, ont été étudiées, la loi de Hollomon (1) et la loi de Ludwig (3):

$$\sigma = \sigma_y + k\varepsilon_p^m \quad (3)$$

Pour l'étude, nous avons fait varier la valeur de la limite d'élasticité de 150MPa à 3000MPa , celle du coefficient n de $0,02$ à $0,4$, celle du coefficient k de 25MPa à 15000MPa et celle du coefficient m de $0,2$ à $0,5$.

Des modèles permettant de déterminer l'évolution des énergies élastique et totale (l'énergie plastique étant la différence entre les deux), la courbe de chargement $F(h)$ et l'évolution du rapport W_p/W_t ont été déterminés en fonction des paramètres des lois de Hollomon et de Ludwig. La courbe de chargement $F(h)$ et les deux énergies adimensionalisées suivent une fonction puissance du type (4) :

$$\frac{(h/R)^A}{\exp(B)} \quad (4)$$

Le rapport W_p/W_t suit quand à lui une fonction exponentielle de puissance du type (5) :

$$\frac{W_p}{W_t} = \exp\left(-C \left(\frac{h}{R}\right)^{-D}\right) \quad (5)$$

Les fonctions A , B , C et D intervenant dans chacun des modèles dépendent de la grandeur et de la loi de comportement. Elles ont été déterminées par interpolation des résultats numériques par des fonctions polynomiales. Plus le nombre de paramètres de loi de comportement est élevé, plus il est difficile d'obtenir un modèle précis. C'est pourquoi les modèles les plus précis sont ceux déterminés en fonction des paramètres de la loi de Hollomon. Ces modèles sont la base de l'étude d'unicité de la solution au problème de l'indentation sphérique.

Concernant la loi de Hollomon, l'inversion de chacun des modèles conduit à une unique solution. Cependant, l'inversion des modèles de W_e et W_t conduit à une surévaluation de n et donc une sous-évaluation de σ_y . La précision moyenne des paramètres identifiés est alors de l'ordre de 15% . Les mêmes paramètres ont pu être évalués avec une précision moyenne de l'ordre de 10% grâce au modèle de $F(h)$ et de 4% grâce au modèle du rapport W_p/W_t . Les différences de précision selon la grandeur peuvent se justifier par la sensibilité de celle-ci à une variation de paramètres de loi de comportement. En effet, une étude précédente a permis de révéler que les grandeurs les plus sensibles sont W_e et W_t alors que le rapport W_p/W_t est la moins sensible. Plus la grandeur est sensible, plus il est difficile d'obtenir un modèle précis et donc plus l'inversion de celui-ci conduit à des valeurs peu précises.

Concernant la loi de Ludwig, il n'y a pas unicité de la solution. Selon les valeurs de départ, la minimisation peut conduire à plusieurs minimums locaux dans les bornes de l'étude.

L'unicité en indentation sphérique n'est donc vérifiée que pour la loi de Hollomon à deux paramètres. Pour des lois de comportement plus complexes, il n'y aura pas unicité avec l'utilisation d'un unique indenteur. L'affirmation de Cheng et Cheng concernant l'unicité en

indentation sphérique n'est donc valable que pour la loi de Hollomon. Pour identifier les paramètres de lois plus complexes, il sera nécessaire d'utiliser plusieurs indenteurs.

4 Etude expérimentale

Trois aciers (C22, C100 et C35) et un bronze de module de Young respectif $210GPa$ et $124GPa$ ont été retenus pour notre étude expérimentale. Pour ces quatre matériaux, les paramètres des lois de Hollomon et de Ludwig sont connus. Ils ont été obtenus en interpolant la courbe de traction par chacune de ces deux lois. Beghini *et al.* (2005) ont montré la différence entre la limite d'élasticité à 0,2% de déformation plastique et la limite d'élasticité obtenue en interpolant la courbe de traction par la loi de Hollomon. Nous retenons la valeur de limite d'élasticité obtenue après interpolation par la loi de Hollomon.

Nous avons développé un banc expérimental permettant de déterminer la courbe enfoncement de l'indenteur – effort avec une très bonne reproductibilité. L'indenteur utilisé est un monobloc en carbure de Tungstène. Le choix d'un indenteur monobloc est justifié par le fait que les indenteurs communément utilisés sont constitués d'une bille sertie dans un support. Ce sertissage engendre des déplacements parasites importants que l'on n'observe plus avec un indenteur monobloc. La mesure du déplacement est réalisée par trois capteurs capacitifs fixés à 120° sur le corps de l'indenteur par une pièce intermédiaire. Le déplacement réel de l'indenteur est donc obtenu en moyennant les trois signaux obtenus. L'écrasement de la tige de l'indenteur étant négligeable par rapport à l'écrasement de la partie utile, le déplacement mesuré est égal au déplacement du centre de la partie utile.

L'observation de l'indenteur au microscope électronique à balayage a révélé qu'il n'est pas parfaitement sphérique. Son profil exact a donc été modélisé pour comparer les courbes obtenues expérimentalement et celles obtenues numériquement. La figure 1 montre l'exemple de l'acier C22, on observe une très bonne concordance entre le chargement numérique et expérimental. Cependant, on observe des différences non négligeables entre le déchargement numérique et expérimental, en particulier à la fin de la décharge. L'enfoncement réel est alors plus faible que celui prédit par la simulation numérique, le rechargement fait aussi apparaître une légère hystérésis. Huber et Tsakmakis (1998) ont étudié l'influence du type d'écroutissage sur le déchargement. Ils montrent que la présence d'écroutissage cinématique influe sur la fin de la décharge et sur la recharge avec l'apparition d'une hystérésis. Les matériaux testés semblent donc présenter un écroutissage cinématique non négligeable en décharge.

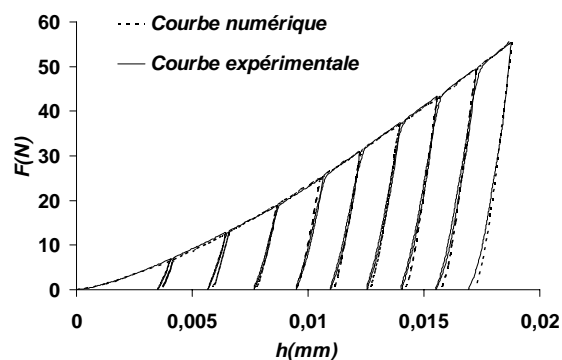


Fig.1 : Comparaison entre courbe expérimental et numérique (C22)

Avec notre banc expérimental, nous mesurons le déplacement de la partie supérieure de l'indenteur, or les modèles et théories de l'indentation sont développés en fonction de l'enfoncement de la partie inférieure de l'indenteur dans le matériau. Le rapport entre le module de Young des matériaux testés et celui de l'indenteur n'est pas suffisamment faible pour que

l'écrasement de l'indenteur soit négligeable par rapport à l'enfoncement dans le matériau. Pour retrancher l'écrasement de l'indenteur au déplacement mesuré nous proposons une méthode basée sur la modélisation de cet écrasement en fonction de l'effort et du rayon de contact. Li *et al.* (1997) ont démontré la possibilité de déterminer le rayon de contact en charge et décharge à partir des formulations issues de la théorie de Hertz. Nous proposons d'utiliser la formulation développée par Hay et Wolff (2001). Cependant, notre méthode nécessite la connaissance des propriétés élastiques de l'indenteur et du matériau. Cette procédure a été appliquée avec succès sur les courbes expérimentales obtenues sur les quatre matériaux métalliques retenus et nous permet d'obtenir la courbe d'indentation $F(h)$ et l'évolution du rayon de contact $a(h)$. Notre indenteur n'étant pas parfaitement sphérique, une fonction « rayon équivalent » dépendante du rayon de contact a été déterminée. Cette fonction nous permet d'appliquer les modèles développés dans le cadre de l'indentation sphérique.

Les différences entre décharges numériques et expérimentales (Fig. 1) engendrent des écarts non négligeables entre les courbes expérimentales du rapport W_p/W_t et celles prédites par le modèle (5). C'est pourquoi, l'inversion de ce modèle conduit à des valeurs peu précises (écart moyen de 25%) des paramètres de la loi de Hollomon. Au contraire du rapport W_p/W_t , la courbe de chargement n'est pas affectée par ces problèmes. L'inversion du modèle de $F(h)$ a conduit à l'approximation de σ_y et n avec une précision moyenne de l'ordre de celle obtenue dans la partie 3 (environ 9%).

L'utilisation d'un indenteur non parfaitement sphérique à « rayon équivalent » variable s'apparente à effectuer des tests avec plusieurs indenteurs de rayon différent. C'est pourquoi, l'inversion du modèle de $F(h)$ développé en fonction des trois paramètres de la loi de Ludwig conduit à une solution unique. Cependant, les paramètres ainsi obtenus ne sont pas très précis. Dans le cas où la limite d'élasticité est bien déterminée par inversion du modèle relatif à la loi de Hollomon, on peut la fixer comme connue pour la loi de Ludwig. L'inversion ne concerne alors plus que les paramètres k et m . Cette inversion a conduit à une évaluation à 7% des paramètres k et m de la loi de Ludwig. Ces résultats sont résumés dans le tableau 1.

Matériau	Valeurs théoriques					Valeurs identifiées				
	$\sigma_y(MPa)$	n	$\sigma_y(MPa)$	$k(MPa)$	m	$\sigma_y(MPa)$	n	$\sigma_y(MPa)$	$k(MPa)$	m
Bronze	151	0,16	151	305	0,297	167	0,14	167	267	0,284
C35	340	0,17	340	761	0,370	278	0,18	278	814	0,345
C22	183	0,20	183	587	0,321	174	0,19	174	673	0,344
C100	161	0,26	161	989	0,375	139	0,27	139	939	0,373

Tab. 1 : Résultats des procédures d'identification pour les lois de Hollomon et de Ludwig

5 Conclusion

Une étude numérique nous a permis de déterminer des relations permettant de modéliser l'évolution de grandeurs issues de la courbe d'indentation en fonction des paramètres de deux lois d'érouissage isotrope. Cette étude nous a permis de démontrer l'unicité de la solution en indentation sphérique dans le cas de l'utilisation de la loi de Hollomon à deux paramètres de plasticité. Cependant, l'utilisation d'une loi plus complexe comme la loi de Ludwig conduit à plusieurs solutions.

L'étude expérimentale a été effectuée avec un banc d'essai développé par notre équipe. Cette étude révèle une bonne correspondance entre le chargement numérique et expérimental, cependant le déchargement semble être affecté par de l'érouissage cinématique. L'inversion du modèle de $F(h)$ nous a permis d'évaluer à 9% en moyenne les paramètres de la loi de Hollomon pour quatre matériaux métalliques. De plus, l'utilisation d'un indenteur à « rayon équivalent » variable conduit à l'unicité de la solution avec la loi de Ludwig. Cependant, l'application de notre méthode nécessite la connaissance des propriétés élastiques du matériau.

Les perspectives sont d'étudier l'influence de l'écroutissage cinématique sur le comportement des matériaux en indentation. Enfin, il sera nécessaire de proposer une méthode permettant de déterminer le module de Young lorsque celui-ci n'est pas connu.

Remerciements

Ce rapport est rédigé à partir de travaux financés par la région Bretagne.

Références

Beghini, M., Bertini, L., Fontanari, V., 2005. Evaluation of the stress-strain curve of metallic materials by spherical indentation. *Int. J. of Sol. and Struct.*

Bucaille, J.L., Strauss, S., Felder, E., Michler, J., 2003. Determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using different sharp indenters. *Acta mat.* 51, 6, 1669-1678.

Bulychev, S.I. and Alekhin V.P., 1975. Determining young's modulus from the indenter penetration diagram. *Zavod Lab.* ,41.

Cheng, Y.T., Cheng, C.M., 2004. Scaling, dimensional analysis, and indentation measurements. *Mat. Sc. and Eng. R* 44 91-149.

Dao, M., Chollacoop, N., Van Vliet, K.J., Venkatesh, T.A., Suresh, S., 2001. Computational modelling of the forward and reverse problems in instrumented sharp indentation. *Acta Mater.* 49 3899-3918.

Hay, J.C., Wolff, P.J., 2001. Small correction required when applying the Hertzian contact model to instrumented indentation data. *J. of Mat. Res.*16, 5, 1280-1286.

Hertz H., 1882. *Über die Berührung fester Körper.* *Z. Reine und Angew. Math.* 92, 156-171.

Loubet, J.L., Georges, J.M., Meille, G., 1986. Vickers indentation curves of elastoplastic materials. *Microindentation techniques in materials science and engineering*, ASTM STP 889.

Huber N. and Tsakmakis Ch., 1997. Experimental and theoretical investigation of the effect of kinematic hardening on spherical indentation. *Mech. Mat.*, 27 (1998), 241-248.

Li, K., Wu, T.W., Li, J.C.M., 1997. Contact area evolution during an indentation process. *J. Mat. Research*, 12 8, 2064-2071.

Oliver, W.C., Pharr, G.M., 1992. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *J. Mat. Research* 7 (6), 1564-1583.

Shorshorov M.Kh., Bulychev S.I. and Alekhin V.P., 1982. *Sov Phys. Dokl.*, 26.

Sneddon I.N., 1965. The relation between load and penetration in the axi-symmetric Boussinesq problem for a punch of arbitrary profile. *Int. J. of Eng. Sci.*, 3.

Tabor, D., 1908. *Hardness of Metals.* Clarendon Press, Oxford.

Ternovskii A.P., Alekhin V.P., Shorshorhov M.Kh., Khurshchov M.M., and Skvortsov V.N., 1973, *Zavod Lab.*,39, 1973.