

Simulations Numériques de l'écoulement de béton chargé de fibres.

Patrice Laure, Luisa Silva, Thierry Coupez & Fabrice Toussaint

Laboratoire J.-A. Dieudonné, UMR 6621 CNRS, Parc Valrose, 06108 Nice cedex 2, France

Patrice.Laure@unice.fr

Centre De Mise en Forme des Matériaux, Ecole Nationale Supérieure des Mines De Paris, UMR 7635 CNRS,
06904 Sophia-Antipolis, France

LAFARGE Laboratoire Central de Recherche, 38291 St Quentin Fallavier, France

Résumé :

Ce travail propose une approche multi-domaine pour modéliser l'écoulement d'un fluide complexe (un fluide de Bingham). Une attention plus particulière est portée à l'interface liquide-air et à l'orientation des fibres. Les applications concernent l'ajout de tiges de métal au béton liquide afin d'améliorer les propriétés mécaniques des poutrelles. La principale différence par rapport aux procédés classiques d'injection de polymères chargés est la prise en compte de la gravité et des effets d'inertie ainsi que la taille de l'interface liquide-air. Le champ de vitesse est calculé par une méthode classique éléments finis tandis que l'évolution du tenseur orientation est résolue par une méthode espace temps Galerkin discontinue. Une méthode spécifique a été développée pour calculer correctement le déplacement de l'interface. Pour cela, on propose une nouvelle formulation de la méthode "Level Set" qui régularise automatiquement le gradient de la fonction distance autour de l'interface.

Abstract :

The aim of this paper is to propose a multi-domain approach to model the flow motion of concrete flow. We mainly deal with free surfaces, material interfaces and fiber orientation. The main application behind this paper is related with the addition of rigid long metal pieces to fresh concrete in order to improve the final mechanical properties of concrete beams. Bingham's rheology is used for fresh concrete behavior, whereas the fiber orientation is described by Folgar and Tucker equation. The velocity field is computed using a classical finite element method whereas the evolution of orientation tensors is solved by a space-time discontinuous Galerkin method. Furthermore, a specific method has been developed in order to compute accurately the moving free surface.

Mots-clefs :

fluide à seuil, surface libre, méthode éléments finis

1 Introduction

La simulation numérique directe est largement utilisée pour calculer l'écoulement et l'orientation finale pour l'injection de pièces par des polymères chargés. Comme pour l'injection, une approche multi-domaine est utilisée pour étudier l'écoulement de béton chargé de tiges de fer.

La principale différence provient de la prise en compte de la gravité et des effets d'inertie ainsi que de la taille de l'interface béton liquide-air. L'approche purement Eulérienne utilisée ici est habituellement peu employée [8]. En effet une description Lagrangienne peut sembler plus naturelle pour suivre l'interface comme proposé dans [10] et [2].

Afin de calculer l'évolution de l'interface par une approche Eulérienne, une nouvelle formulation de la méthode "Level set" est proposée. De cette manière le gradient de la fonction "Level Set" au voisinage de l'interface est automatiquement régularisé. Finalement, on montre que l'orientation finale des fibres dépend de la rhéologie du béton liquide.

1.1 Définitions des domaines fluides et solides

Le domaine de calcul Ω est partagé en deux sous domaines Ω_f et Ω_a qui sont associés respectivement à la région occupée par le fluide et l'air (les indices f et a signifient "fluide" et "air" respectivement). Comme la formulation faible du problème est écrite sur le domaine de calcul, il est nécessaire d'introduire une fonction caractéristique \mathbb{I} pour différencier ces deux domaines :

$$\mathbb{I}(x, t) = 1 \text{ si } x \in \Omega_f \text{ et } \mathbb{I}(x, t) = 0 \text{ si } x \notin \Omega_f \quad (1)$$

Selon l'approximation choisie ($P0$ or $P1$), il y a principalement deux manières de calculer cette fonction caractéristique : la fonction de présence ("VOF") ou la fonction distance signée ("level set"). Dans la suite, on choisit une description de l'interface basée sur la méthode "level set".

Le principe de la fonction "level set" [5] est de définir l'interface comme le zéro d'une fonction qui est définie sur tout le domaine. Cette fonction est positive dans un des sous domaines et négative dans l'autre. De plus cette fonction doit être continue et plus régulière que la fonction caractéristique de la relation (1). Si l'interface est décrite par une courbe Γ_f , la "level set" peut être construite à partir de la distance signée :

$$\alpha(x) = ||x - \Gamma_f|| \text{ dans } \Omega_f \quad \text{et} \quad \alpha(x) = -||x - \Gamma_f|| \text{ dans } \Omega_a \quad (2)$$

Une approximation $P1$ de la fonction caractéristique \mathbb{I} est facilement obtenue en prenant le signe de $\alpha(x_i)$ sur les noeuds du maillage x_i :

$$\mathbb{I}(x_i) = 1 \text{ si } \alpha(x_i) > 0 \quad \text{et} \quad \mathbb{I}(x_i) = 0 \text{ si } \alpha(x_i) < 0 \quad (3)$$

Finalement, on obtient une interface "floue" entre l'air et le fluide. Les erreurs provenant de cette approximation peuvent être diminuées en raffinant le maillage au voisinage de l'interface Γ_f .

1.2 La rhéologie des produits

Le béton frais peut être considéré comme un fluide si le mélange est suffisamment homogène sans aggrégation de particules. Cependant modéliser le comportement du béton n'est pas toujours facile puisque chaque béton se comporte différemment suivant sa composition et la manière dont il a été mélangé. Ici le comportement du béton est décrit par une relation entre le tenseur des contraintes τ et le taux de déformation $\dot{\epsilon}$. On ne regarde que les trois modèles les plus simples (c'est à dire les modèles de Newton, Bingham ou Herschel-Bulkley) qui peuvent être décrits par la relation :

$$\tau = \left(K \dot{\epsilon}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\epsilon}} \right) \dot{\epsilon}, \quad \text{pour } \bar{\tau} \succeq \tau_0 \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon} = 0, \quad \text{pour } \bar{\tau} \prec \tau_0 \quad (5)$$

où K est la consistance, n l'index de la loi puissance qui décrit l'effet rhéofluidifiant, τ_0 le seuil de contrainte, $\bar{\tau}$ et $\dot{\epsilon}$ sont les deuxièmes invariants des tenseurs de contrainte et de déformations.

Grâce à la relation (4) et puisque la relation (5) est vérifiée automatiquement pour les grandes viscosités, on peut définir la viscosité du béton par

$$\eta_f = K \dot{\epsilon}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\epsilon}} \quad \text{pour } \dot{\epsilon} > 0 \quad (6)$$

où les fluides newtoniens ou de Bingham correspondent respectivement à ($n = 1, \tau_0 = 0$) et ($n = 1, \tau_0 \neq 0$). Afin d'éviter des problèmes numériques, il faut éviter d'avoir une trop grande

gamme de valeur pour la viscosité (on peut traiter sans problème un rapport de 10^4 entre la plus grande et la plus petite viscosité). Par conséquent, une valeur limite $\dot{\epsilon}_{min}$ est introduite. Cette valeur correspond à la situation où le terme $K\dot{\epsilon}^n$ devient négligeable par rapport à τ_0 . De cette manière, la viscosité maximale du béton est égale à $\eta_f(\dot{\epsilon}_{min})$.

Comme on utilise une approche multi-domaine, la viscosité et la densité doivent être définies dans tout le domaine de calcul et on utilise les relations de mélange suivantes :

$$\eta = \mathbb{I} \eta_f + (1 - \mathbb{I}) \eta_a \quad ; \quad \rho = \mathbb{I} \rho_f + (1 - \mathbb{I}) \rho_a \quad (7)$$

Les simulations numériques sont faites dans la suite pour des fluides Newtoniens et de Herschel-Bulkley (les valeurs et les définitions des différents paramètres sont données dans le tableau 1).

Paramètres	fluide Newtonien	H-B fluide	air
ρ (kg/m^3)	1 370	1 370	1×10^{-3}
K ($Pa s^{-n}$)	35	32.42	0.0181
n	1	0.552	1
τ_0 (Pa)	0	15	0
$\dot{\epsilon}$	0	.001	0

TAB. 1 – Paramètres rhéologiques des fluides étudiés.

Un autre problème concerne la prise en compte des particules rigides dans la loi de comportement. Pour les fluides newtoniens, il y a plusieurs modèles qui décrivent le comportement de suspension de fibres. Dans ces modèles, plusieurs paramètres doivent être calculés pour chaque suspension. Cependant ces relations sont aussi utilisées pour les fluides rhéofluidifiants et visco-élastiques mais la valeur des paramètres sont obtenues par des mesures de rhéologie [9, 11]. Pour les bétons liquides il n'existe pas encore ce type d'étude et nous avons choisi dans ce travail préliminaire de négliger l'influence des fibres longues sur le tenseur des contraintes.

1.3 Les équations du mouvement

On suppose que le béton liquide est un fluide incompressible et les équations du mouvement s'écrivent de la manière habituelle

$$\nabla \cdot (\eta \dot{\epsilon}(u)) - \nabla p + \rho g = \rho \left(\frac{du}{dt} + u \cdot \nabla u \right) \quad (8)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (9)$$

où la viscosité η et la densité ρ sont fonctions des variables d'espace grâce aux relations (7).

1.4 L'orientation des fibres

L'approche adoptée pour calculer l'orientation des fibres utilise le tenseur du second ordre, a_2 , définie comme le produit dyadique du vecteur orientation [1]. La modélisation de l'orientation d'une fibre se fait habituellement à partir des travaux de Jeffery [4] qui donne l'équation décrivant l'évolution de l'orientation d'une particule ellipsoïde. Folgar et Tucker [3] ont ajouté un terme à l'équation de Jeffery qui prend en compte l'interaction entre les particules et l'équation finale s'écrit de la façon suivante pour une relation de fermeture quadratique :

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} + u \cdot \nabla - \frac{\lambda + 1}{2} (\nabla u a_2 + a_2 \nabla u^T) - \frac{\lambda - 1}{2} (\nabla u^T a_2 + a_2 \nabla u)$$

(10)

$$+2 \lambda (\nabla u : a_2) a_2 + C_I \dot{\epsilon} (d - \mathbb{E}) = 0$$

où le symbole ":" correspond au produit tensoriel doublement contracté et d est la dimension spatiale. Pour une particule ellipsoïde, $\lambda = (\beta^2 - 1)/(\beta^2 + 1)$ où β est le rapport d'aspect défini comme le rapport entre la plus grande et la plus petite longueur. Comme le modèle est empirique, il n'y a pas d'expression analytique qui donne la valeur du coefficient C_I . Cependant de petites valeurs ($< 10^{-2}$) donne un bon accord avec les mesures expérimentales.

Afin de mesurer le degré d'anisotropie, on introduit la contrainte effective de von Mises : elle est égale à zéro pour une orientation isotrope et $\sqrt{1/3}$ si toutes les fibres sont orientés le long d'une seule direction.

2 Ordonnancement des calculs

Les calculs sont faits à l'aide de la bibliothèque **CIMLib** et par une méthode découplée. À chaque pas de temps, on fait les calculs dans l'ordre suivant :

1. Calcul du champ de vitesse par une méthode de point fixe
 - (a) Calcul de la viscosité du béton liquide (6).
 - (b) Utilisation de la relation de mélange (7).
 - (c) On résoud les équations de Navier-Stokes (8-9) linéarisées en fixant la viscosité η .
 - (d) Teste la convergence.
2. Calcul de l'orientation (10).
3. Déplacement de l'interface

La première étape correspond à la résolution des équations (8-9) par une méthode élément finis mixtes [6]. La résolution de l'équation d'orientation (10) est faite par une méthode espace temps Galerkin discontinue [7] en prenant la vitesse calculée à l'étape précédente.

Dans l'introduction, on a définie la fonction "level set" à partir d'une distance signée. Cependant pour calculer son déplacement, on introduit une "level set" tronquée et régularisée définie par :

$$\alpha(x) = \frac{2E}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2E} s \|x - \Gamma_f\|\right) \quad \text{si} \quad \|x - \Gamma_f\| \leq E \quad (11)$$

$$\alpha = s \frac{2E}{\pi} \quad \text{si} \quad \|x - \Gamma_f\| > E \quad (12)$$

où $s = 1, -1, 0$ dans Ω_f, Ω_a et Γ_f respectivement et le scalaire E dépend de la taille de maille. De cette façon, le gradient de la "level set" α varie continuellement de 0 à 1

$$|\nabla \alpha| = \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{2E} \alpha\right)^2} \quad (13)$$

L'évolution de l'isovaleur zéro de la "level set" est donnée par l'équation de transport suivante qui a la propriété de garder le gradient unitaire au voisinage de l'interface :

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \cdot \nabla \alpha + \lambda s \left(|\nabla| - \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{2E} \alpha\right)^2} \right) = 0 \\ \alpha(t = 0, x) = \alpha_o(x) \end{cases} \quad (14)$$

où λ dépend de la taille de maille et du pas de temps. Par conséquent toutes les isovaleurs sont transportées mais l'interface est toujours représentée implicitement par l'isovaleur zéro.

La discrétisation en temps utilise un schéma implicite tandis que la discrétisation spatiale nécessite une méthode de stabilisation. Ces méthodes (appelées "Streamline Upwind Petrov Galerkin" (SUPG) ou "Residual-Free Bubbles" (RFB)) sont construites en ajoutant un terme de diffusion additionnel dans la direction de l'écoulement.

3 L'exemple de l'affaissement d'un cône

Cette géométrie classique décrite sur la figure 1 est utilisée pour déterminer les paramètres rhéologiques du béton liquide. Les calculs sont faits sur le quart du cône en utilisant les conditions aux limites suivantes

$$\begin{aligned}
 \text{for } y = 0 & : u_x(x, 0, z) = \partial_x u_y(x, 0, z) = \partial_x u_z(x, 0, z) = 0 \\
 \text{for } x = 0 & : \partial_y u_x(0, y, z) = u_y(0, y, z) = \partial_y u_z(0, y, z) = 0 \\
 \text{for } x = L \text{ ou } y = L \text{ ou } z = H & : \sigma \cdot n = 0 \\
 \text{for } z = 0 & : u = 0 \text{ dans } \Omega_f \text{ et } \sigma \cdot n = 0 \text{ dans } \Omega_a
 \end{aligned} \tag{15}$$

qui prennent en compte les conditions de symétries, le non glissement sur le sol et permettent à l'air d'entrer et de quitter le domaine de calcul.

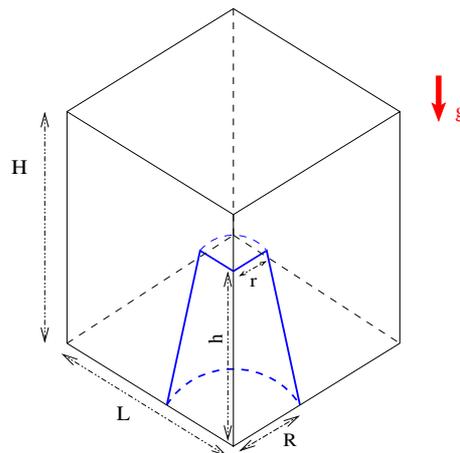


FIG. 1 – Géométrie du cône à l'état initial (a) : $r = 5 \text{ cm}$, $R = 10 \text{ cm}$, $h = 15 \text{ cm}$, $L = H = 18 \text{ cm}$.

L'écoulement est due à la gravité et l'affaissement s'effectue plus lentement pour le fluide newtonien que pour le fluide de Herschel-Bulkley à cause de l'effet rhéofluidifiant : la hauteur finale $h = 3.1 \text{ cm}$ est atteinte au temps, $t = 5 \text{ s}$ pour le fluide newtonien tandis que l'on a une hauteur de 2.8 cm au temps 0.25 s pour un fluide de H-B. Evidemment pour un fluide newtonien la hauteur continue à décroître très lentement tandis que le fluide est stoppé pour un fluide de H-B à cause du seuil de contrainte τ_0 .

La figure 2 montre que l'orientation finale est aussi différente puisque les fibres sont plus orientées pour le fluide newtonien (les fibres sont perpendiculaires au sens de l'écoulement) que pour le fluide de H. B. En effet, pour un fluide de H. B., le cisaillement ne permet pas de dépasser le seuil de contrainte dans la partie supérieure et il n'y a pas d'écoulement. Par conséquent, l'orientation des fibres par l'écoulement s'effectue seulement dans la partie basse du cône jusqu'à ce que le seuil de contrainte le stoppe. Donc l'orientation des fibres par l'écoulement est moins important pour le fluide de H. B.

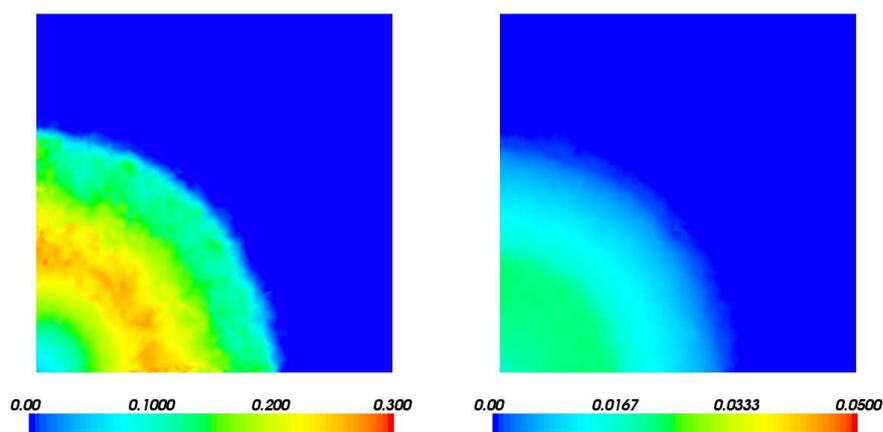


FIG. 2 – La contrainte effective de von Mises dans le plan (x, y) ($z = 1 \text{ cm}$) après l’affaissement pour un fluide newtonien (a) et un fluide de H. B. (b).

Références

- [1] G. Advani and C.L. Tucker. The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites. *J. Rheology*, 31 :751–784, 1987.
- [2] F. Dufour and G. Pijaudier-Cabot. Numerical modelling of concrete flow : homogeneous approach. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 29 :395–416, 2005.
- [3] F. Folgar and C.L. Tucker. Orientation behavior of fibers in concentrated suspensions. *J. Reinf. Plast. Compos.*, 3 :98–119, 1984.
- [4] G.B. Jeffery. The motion of ellipsoidal particles immersed in viscous fluid. *Proc. R. Soc.*, A 102 :161–179, 1922.
- [5] S. Osher and J. Sethian. Fronts propagating with curvature-dependent speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *J. Computational Physics*, 79 :12–69, 1988.
- [6] E. Pichelin and T. Coupez. Finite element solution of the 3D mold filling problem for viscous incompressible fluid. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 163 :359–371, 1998.
- [7] E. Pichelin and T. Coupez. A Taylor discontinuous Galerkin method for the thermal solution in 3d mold filling. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 178 :153–169, 1999.
- [8] N. Roussel. Three-dimensional numerical simulations of slump tests. *Ann. Transactions of Nordic Rheology Society*, 12 :55–62, 2004.
- [9] M. Sepehr, G. Ausias, and P.J. Carreau. Rheological properties of short fiber filled polypropylene in transient shear flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 123(1) :19–32, 2004.
- [10] Y. Tanigawa and H. Mori. Analytical study on deformation of fresh concrete. *J. Engineering Mechanics*, 115(3) :493–508, 1989.
- [11] J. Thomasset, P.J. Carreau, B. Sanschagrin, and G. Ausias. Rheological properties of long glass fiber filled polypropylene. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 125(1) :25–34, 2005.