

Une étude expérimentale du pompage énergétique en acoustique

Romain Bellet, Sergio Bellizzi, Bruno Cochelin, Philippe Herzog & Pierre-Olivier Mattei

CNRS
Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique
31 chemin Joseph Aiguier 13402 Marseille
bellet@lma.cnrs-mrs.fr

Résumé :

Ce papier présente un dispositif expérimental pour étudier le phénomène de pompage énergétique entre un milieu acoustique et un oscillateur non linéaire. Ce montage permet ainsi d'observer un transfert irréversible d'énergie entre le premier mode acoustique d'un tube et une fine membrane visco-élastique. Divers aspects du pompage énergétique sont présentés : différents comportements sous excitation harmonique, seuil de pompage, capture de résonance et réponses impulsionnelles.

Abstract :

This papers presents an experimental vibro-acoustic set-up that aims to reproduce the energy pumping phenomenon between an acoustic medium and an essentially nonlinear oscillator. It shows a one-way irreversible transfer of energy between the first acoustic mode in a tube and a thin visco-elastic membrane. Various observed aspects of energy pumping are presented : different existing behaviors under sinusoidal forcing, pumping threshold, resonance capture and transient response.

Mots-clefs :

pompage énergétique ; vibrations non linéaires ; réduction sonore passive

1 Introduction

Ce papier présente une étude expérimentale du pompage énergétique pour des applications en acoustique. Le concept de pompage énergétique a été introduit par Gendelman *et al.* (2001) et Vakakis *et al.* (2001) : l'idée est de réduire passivement les vibrations d'un système linéaire en fixant sur celui-ci un absorbeur à raideur purement non linéaire. Sous certaines conditions, un transfert irréversible d'énergie du système linéaire vers le système non linéaire apparaît, menant à une disparition rapide et complète des oscillations du système linéaire.

De nombreux papiers récents ont été publiés autour de ce nouveau thème et de ces divers champs d'application. Par exemple, l'idée d'utiliser plusieurs oscillateurs non linéaires pour améliorer le pompage a été étudiée par Gourdon et Lamarque (2005) et une première validation expérimentale du pompage énergétique a été obtenue par Farland *et al.* (2005) sur un système mécanique à deux degrés de liberté.

Dans ce papier, nous décrivons un dispositif expérimental qui a permis d'obtenir un transfert irréversible d'énergie entre un milieu acoustique et une fine membrane visco-élastique. La membrane a été dimensionnée afin de vibrer sous de grandes amplitudes dans le but de se comporter comme une raideur essentiellement non linéaire. Cette première observation du pompage énergétique en acoustique est un premier pas vers la mise au point d'une nouvelle génération d'absorbants acoustiques non linéaires qui seraient efficaces essentiellement en basses fréquences, là où les matériaux absorbants actuels sont inopérants.

2 Modèles et mise au point d'un dispositif expérimental

Considérons un système à deux degrés de liberté (figure 1) constitué de deux oscillateurs reliés par un ressort de couplage de faible raideur. Le premier oscillateur est un système masse-ressort linéaire classique. Le second est composé d'une masse, d'une raideur non linéaire cu-

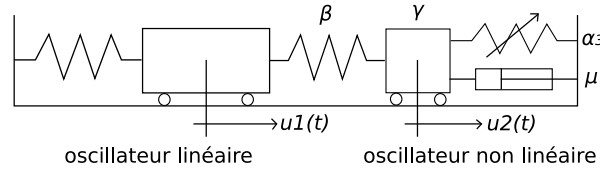


FIG. 1 – Système mécanique à deux degrés de liberté.

bique et d'un amortisseur. En rapportant le temps à la fréquence naturelle de l'oscillateur linéaire, les équations adimensionnées reliant les positions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ des masses sont

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + u_1 + \beta(u_1 - u_2) &= 0 \\ \gamma \ddot{u}_2 + \alpha_3 u_2^3 + \mu \dot{u}_2 + \beta(u_2 - u_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

avec γ le rapport des masses, β le petit coefficient de couplage, μ le coefficient d'amortissement dans l'oscillateur non linéaire et α_3 le coefficient de raideur cubique. Un tel système permet de reproduire le phénomène de pompage énergétique (Cochelin *et al.* (2006)).

Notre but a donc été de mettre en place un modèle équivalent à celui représenté par les équations (1) où le système à calmer serait un milieu acoustique. L'idée est de remplacer l'oscillateur mécanique linéaire par l'air contenu dans un tube et vibrant sur le premier mode acoustique de celui-ci, le ressort de couplage par l'air contenu dans une boîte de couplage et l'oscillateur non linéaire par une fine membrane circulaire visco-élastique à peine tendue comme nous pouvons le voir sur le schéma de principe (figure 2). Un modèle continu associé à cette idée peut être

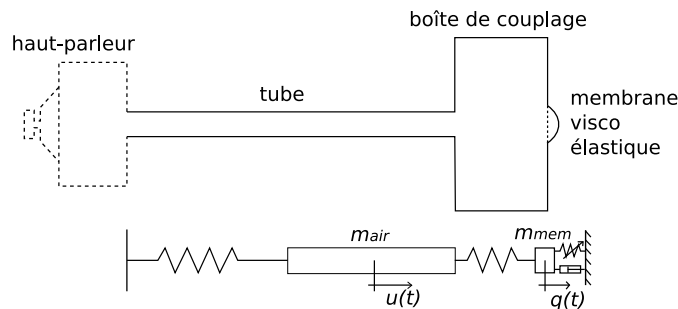


FIG. 2 – Schémas de principe du dispositif expérimental acoustique équivalent au système mécanique à deux degrés de liberté de la figure 1.

développé. Préférant mettre l'accent sur les résultats expérimentaux nous ne présentons ici que les principaux points permettant de construire ce modèle. Celui-ci est obtenu grâce aux équations d'Helmholtz pour l'air contenu dans le tube et aux équations non linéaires de plaque de type Von Kármán pour la membrane. Un modèle de Kelvin-Voigt est adopté pour tenir compte de la viscosité dans la membrane : le second tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff est déduit du tenseur de déformation de Green-Lagrange et de sa dérivée temporelle par la relation $\mathbf{S} = \mathbf{D} : (\mathbf{E} + \eta \dot{\mathbf{E}})$ où η est le coefficient d'amortissement et \mathbf{D} est le tenseur isotropique de Hooke ne dépendant que du module d'Young E et du coefficient de poisson ν . En première

approximation, le modèle continu peut être réduit à un système à deux degrés de liberté en prenant $U(x, t) = u(t)\cos(\frac{\pi x}{L})$ où U est le déplacement de l'air dans le tube (premier mode) et $w(r, t) = q(t)(1 - (\frac{r}{R})^2)$ où w est le déplacement transversal de la membrane circulaire (fonction de forme parabolique). Les variables u et q correspondent au déplacement de l'air à l'extrémité du tube (côté boîte de couplage) et au déplacement du centre de la membrane. Dans la boîte, la vitesse acoustique est supposée négligeable et la pression est alors considérée comme spatialement uniforme. Celle-ci est liée à la variation de volume par $p = \rho c^2 \frac{\Delta V}{V}$ avec $\Delta V = u(t)S_t - q(t)\frac{hS_m}{2}$.

En appliquant une méthode classique de Galerkin, nous obtenons le système réduit suivant

$$\begin{aligned} \ddot{u} + u + \beta(u - q) &= 0 \\ \gamma \ddot{q} + \alpha_3(2\eta\omega q^2 \dot{q} + q^3) + \beta(q - u) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

qui ressemble au système (1) excepté pour le terme dissipatif qui est ici non linéaire à cause de la nonlinéarité géométrique de la membrane. La partie linéaire de la raideur de la membrane a été négligée en considérant que celle-ci oscille toujours sous de grandes amplitudes. La fréquence naturelle de l'oscillateur linéaire étant $\omega = \frac{\pi c}{L}$, nous avons

$$\beta = \frac{2 S_t L}{\pi^2 V} \quad \gamma = \frac{8 h S_t \rho_m}{3 L S_m \rho_{air}} \quad \alpha_3 = \frac{64}{3(1 - \nu^2)\pi^3} \frac{E}{\rho_{air} c^2} \frac{h^3 L S_t}{R^6} \quad (3)$$

où h , R , S_m et ρ_m sont l'épaisseur, le rayon, la section et la masse volumique de la membrane, L et S_t sont la longueur et la section du tube, V est le volume de la boîte de couplage, E le module d'Young de la membrane, ρ_{air} la masse volumique de l'air et c la vitesse du son.

Grâce à ce modèle, nous avons pu simuler le comportement du système et observer pour quelles valeurs des différents paramètres nous pouvions obtenir le phénomène de pompage énergétique. Nous avons ainsi pu dimensionner le montage afin d'avoir $\omega \approx 580 \text{rd/s}$ ($\approx 92 \text{Hz}$), $\beta \approx 0.1$, $\gamma \approx 1$, $\alpha_3 \approx 10^{-2}$. En effet avec ces valeurs la simulation montre que le pompage est effectif et que ses conditions d'obtention sont compatibles avec les conditions expérimentales. Les paramètres physiques sont alors $L = 2 \text{ m}$, $R = 0.03 \text{ m}$, $S_t = 0.0069 \text{ m}^2$, $h = 0.46 \text{ mm}$, $E = 1.3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, $\eta = 0.002$, $\rho_m = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$, $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$, $V = 0.028 \text{ m}^3$.

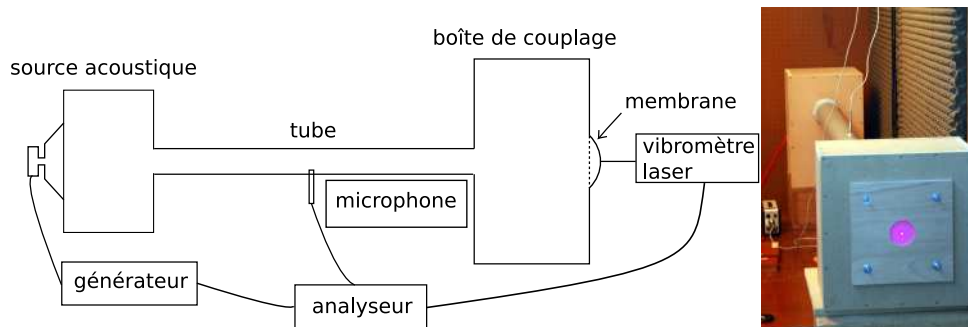


FIG. 3 – Schéma et photo du montage expérimental. Un générateur est utilisé pour contrôler le haut-parleur. Deux mesures recueillies par l'analyseur sont ici possibles : un microphone mesure la pression au milieu du tube (aisément reliable au déplacement de l'air u en bout de tube) et un vibromètre laser mesure la vitesse du centre de la membrane (bien sûr aisément reliable au déplacement q du centre de la membrane).

3 Résultats expérimentaux

3.1 Comportements sous excitation harmonique

Comme nous le voyons sur les figures 4 A, B et C, nous avons pu observer expérimentalement un seuil d'apparition du pompage. Deux régimes stables existent, l'un sans pompage (figure 4 A) lorsque le niveau de la source est inférieur au seuil, l'autre avec pompage (figure 4 C) lorsque le niveau est supérieur au seuil. Un régime instable (figure 4 B) existe également autour du seuil, le pompage est alors activé par intermittence. Le régime sans pompage correspond au second mode non linéaire de vibration localisé sur les vibrations dans le tube. Le régime avec pompage correspond quant à lui au premier mode non linéaire de vibration localisé sur la membrane. Un minimum d'énergie à apporter au système est nécessaire pour que le mouvement de la membrane se place sur le premier mode. Ce minimum correspond au seuil d'apparition du pompage. Cette notion de seuil et de bifurcation de régime a été décrite dans Vakakis *et al.* (2001).

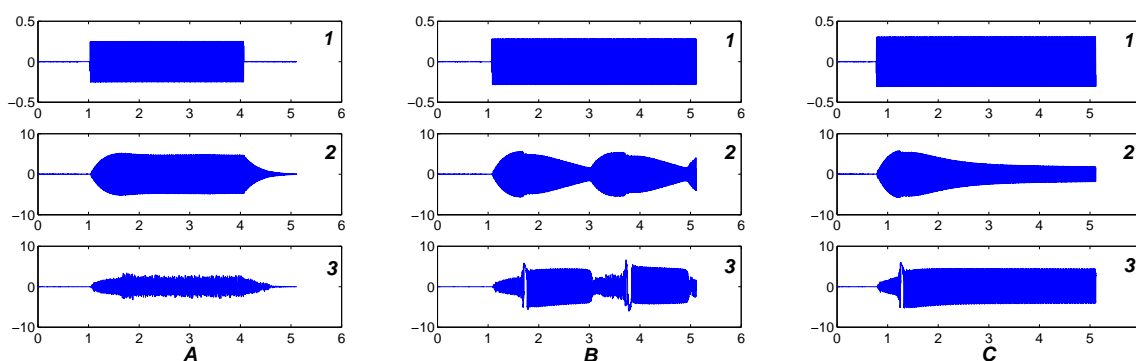


FIG. 4 – Trois comportements différents du système observés expérimentalement : un régime sans pompage (A) pour un niveau d'entrée inférieur au seuil d'apparition du pompage, un régime avec pompage (C) pour un niveau d'entrée supérieur au seuil et un régime intermédiaire instable (B) où le pompage est intermittent pour un niveau d'entrée proche du seuil. Les voies 1, 2 et 3 correspondent respectivement au signal d'entrée, à la mesure de la pression au milieu du tube et à la mesure de la vitesse du centre de la membrane. Le temps (s) est en abscisse et l'amplitude (V) en ordonnée.

Nous pouvons également observer le phénomène de capture de résonance associé à la bifurcation sur la figure 5 qui est simplement un zoom des figures 4 A(voies 2 et 3) et 4 C(voies 2 et 3). Il est clairement visible que lors de la bifurcation du régime sans pompage vers le régime avec pompage, un décalage de phase a lieu sur les vibrations de la membrane et qu'une résonance 1 :1 apparaît entre le système linéaire à calmer et l'absorbeur non linéaire. Le changement de localisation est également bien visible : sans pompage les vibrations sont localisées sur le tube alors qu'avec pompage elles sont localisées sur la membrane, c'est-à-dire que la membrane vibre "à la place" de l'air dans le tube, ce qui nous intéresse bien sûr particulièrement.

3.2 Réduction du niveau sonore grâce au pompage

Afin d'observer clairement la réduction du niveau sonore obtenue dans le tube grâce au pompage, nous avons enregistré les signaux dans deux configurations : la première juste avant l'apparition du pompage et la seconde juste après, si bien que dans les deux cas le niveau de la source est sensiblement le même. Nous observons sur la figure 6 une diminution d'un facteur deux de l'amplitude sonore dans le tube associée à une nette augmentation des vibrations de la membrane lorsque le pompage est actif.

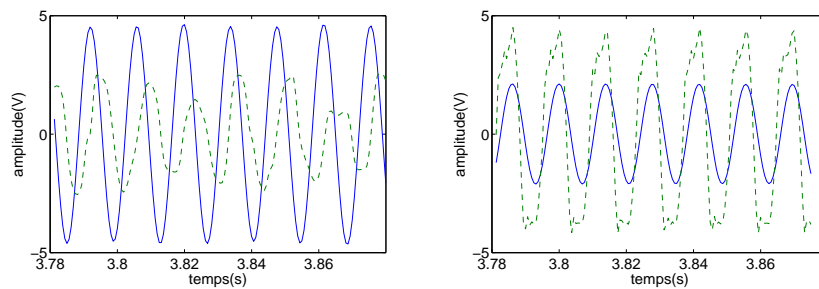


FIG. 5 – Capture de résonance : zoom de la figure 4 pour observer les phases des signaux sans pompage (à gauche) et avec pompage (à droite). Le trait plein correspond à la voie 2 (pression au milieu du tube) et le trait pointillé correspond à la voie 3 (vitesse du centre de la membrane).

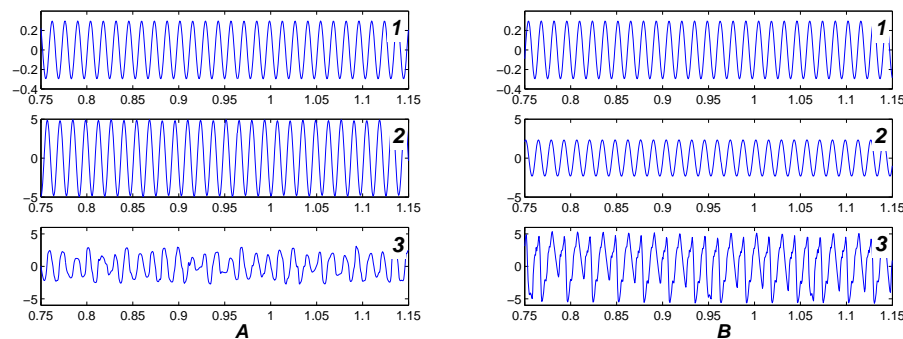


FIG. 6 – Observation de la réduction du niveau sonore dans le tube due au pompage énergétique. Pour un même niveau d'entrée nous avons à gauche le régime sans pompage et à droite le régime avec pompage. Les voies 1, 2 et 3 correspondent toujours respectivement au signal d'entrée, à la mesure de la pression au milieu du tube et à la mesure de la vitesse du centre de la membrane. Le temps (s) est en abscisse et l'amplitude (V) en ordonnée.

3.3 Comportements impulsionnels

Pour exciter le système, nous utilisons un générateur et un haut-parleur relié au tube par l'intermédiaire d'une boîte de couplage. Expérimentalement, nous ne pouvons pas utiliser une simple impulsion pour initier le pompage et observer une réponse impulsionnelle. A la place nous utilisons une excitation harmonique à la fréquence naturelle de l'oscillateur linéaire que nous coupons soudainement pour observer ensuite les oscillations libres du système. Dans le cas de la figure 7 A, nous sommes sous le seuil de pompage et nous pouvons observer une décroissance exponentielle classique de la pression dans le tube. Pour une valeur plus importante de l'énergie initiale fournie au système, nous obtenons le phénomène de pompage (figure 7 B) et nous pouvons voir une décroissance quasi linéaire de la pression dans le tube, alors que la membrane continue d'osciller avec une amplitude quasi constante. Le fait inhabituel à noter est que l'impulsion la plus importante (au-dessus du seuil de pompage) est plus rapidement dissipée que celle d'intensité plus faible (sous le seuil). Ajoutons que le pompage énergétique agit ici jusqu'à une complète disparition des oscillations dans le tube. Ces comportements rejoignent ceux obtenus expérimentalement et numériquement par Gourdon *et al.* (2007) sur un système mécanique à deux degrés de liberté.

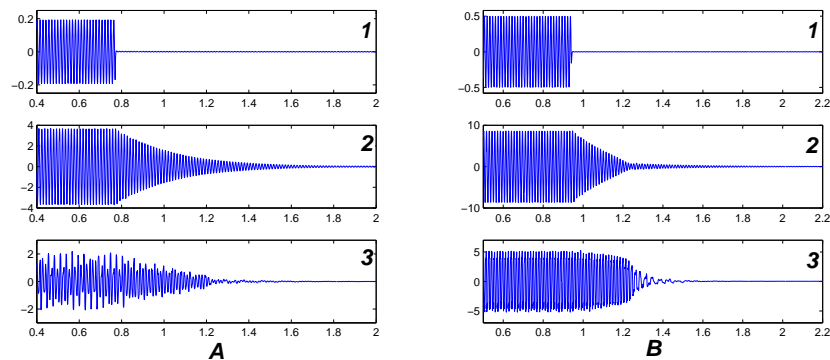


FIG. 7 – Observation de l’extinction sonore dans le tube après coupure de l’entrée. Le niveau initial de l’entrée est inférieur au seuil de pompage sur le graphe A et en est supérieur sur le graphe B. Les voies 1, 2 et 3 correspondent toujours respectivement au signal d’entrée, à la mesure de la pression au milieu du tube et à la mesure de la vitesse du centre de la membrane. Le temps (s) est en abscisse et l’amplitude (V) en ordonnée.

4 Conclusions

Ce dispositif expérimental a permis de mettre en évidence un transfert irréversible d’énergie entre un milieu acoustique et une membrane visco-élastique agissant comme un dissipateur d’énergie. Ce travail représente un premier pas vers une meilleure compréhension de la réduction sonore en basses fréquences utilisant un oscillateur essentiellement non linéaire. Une nouvelle campagne d’essais est en cours afin de mieux comprendre le rôle des différents paramètres et un modèle plus précis est à l’étude afin de mieux représenter certains phénomènes plus subtils apparaissant lors du pompage.

Références

- O. Gendelman, L.I. Manevitch, A.F. Vakakis, R. M’Closkey, 2001. *Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators, Part I : Dynamics of the underlying Hamiltonian systems*. Journal of Applied Mechanics **68**(1) 34-42.
- A.F. Vakakis, O. Gendelman, 2001. *Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators, Part II : Resonance capture*. Journal of Applied Mechanics **68**(1), 42-48.
- A.F. Vakakis, 2001. *Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems*. Journal of Vibrations and Acoustics **123**, 324-332.
- E. Gourdon, C.-H. Lamarque, 2005. *Energy pumping with various nonlinear structures : numerical evidences*. Nonlinear Dynamics **40**(3), 281-307.
- D.M. Mc Farland, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, 2005. *Experimental study of nonlinear energy pumping occurring at a single fast frequency*. International Journal of Nonlinear Mechanics **40**(6), 891-899.
- B. Cochelin, P. Herzog, P.-O. Mattei, 2006. *Experimental evidence of energy pumping in acoustics*. C.R. Mécanique **334**(11), 639-644.
- E. Gourdon, N.A. Alexander, C.A. Taylor, C.-H. Lamarque, S. Pernot, 2007. *Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling : Theoretical and experimental results*. Journal of Sound and Vibrations **300**, 522-551.