

Bistabilité d'une surface liquide induite par la pression de radiation acoustique et application à l'atténuation d'ondes capillaires

Bruno Issenmann, Régis Wunenburger, Sébastien Manneville & Jean-Pierre Delville

CNRS, Université Bordeaux I
Centre de Physique Moléculaire Optique et Hertzienne, UMR CNRS 5798, Université Bordeaux I
351 cours de la Libération 33405 Talence CEDEX
Centre de Recherche Paul Pascal, UPR CNRS 8641
Avenue Albert Schweitzer, 33600 PESSAC
b.issenmann@cpmoh.u-bordeaux1.fr

Résumé :

En focalisant une onde acoustique sur l'interface entre deux fluides, on déforme cette interface par pression de radiation. Si l'interface est totalement transparente, la déformation de l'interface croît linéairement avec l'énergie acoustique incidente. Si l'interface est totalement réfléchissante, l'onde acoustique est confinée dans la cavité limitée par la surface de l'émetteur et l'interface fluide, impliquant un comportement bistable de cette interface. Ceci se traduit par une hystérésis de la hauteur de la déformation en fonction de la fréquence ou de l'amplitude de l'onde incidente. Un modèle à une dimension d'un résonateur de Fabry-Pérot déformable permet de reproduire fidèlement ce comportement. Ce phénomène ouvre d'intéressantes perspectives en terme de contrôle d'interfaces, comme l'atténuation d'ondes capillaires par la cavité acoustique.

Abstract :

The interface between two fluids is deformed by radiation pressure when an acoustic wave is focalized on the interface. If the interface is totally transparent, the deformation grows linearly with the incident acoustic energy. If it is totally reflecting, the acoustic wave is confined in the cavity limited by the surface of the transducer and the fluid interface, triggering a bistable behavior of this interface. This appears as an hysteresis of the height of the deformation with the frequency or the amplitude of the incident wave. A one-dimensional model of a Fabry-Pérot deformable resonator allows this behavior to be well reproduced. This phenomenon has interesting applications in controlling interfaces, like attenuating capillary waves by the acoustic cavity.

Mots-clefs :

acoustique ; pression de radiation ; bistabilité

1 Introduction

Le couplage entre le chemin optique d'un résonateur de Fabry-Pérot et l'intensité de la lumière qui se propage dans la cavité peut conduire à de nombreux phénomènes non linéaires statiques ou dynamiques, comme de la bistabilité, des oscillations régénératives, du chaos, etc (Gibbs (1985)). On peut réaliser ce couplage soit en plaçant entre les deux miroirs un matériau dont l'indice de réfraction dépend de l'intensité lumineuse (non-linéarités de volume), soit en faisant varier la longueur physique de la cavité grâce à l'interaction des deux miroirs avec la lumière (non-linéarités associées aux conditions aux limites). La pression de radiation permet de réaliser cette deuxième option. Ces phénomènes non linéaires ont été étudiés surtout en utilisant des ondes électromagnétiques, mais le couplage entre une onde et un résonateur a aussi été observé avec des ondes mécaniques : autoadaptation à résonance d'un système corde-masselotte mobile forcé (Boudaoud *et al.* (1999)), hystérésis de la résonance de cavités acoustiques fermées rigides dans des régimes d'ondes de choc (Lawrenson *et al.* (1998)), due à la dépendance

de la vitesse de l'onde avec l'amplitude (Ilinsky *et al.* (2001)). Nous étudions ces phénomènes non linéaires en utilisant des ondes acoustiques. Elles présentent en effet plusieurs avantages :

- des fréquences relativement faibles et des longueurs d'onde relativement grandes, ce qui permet une mesure directe de la phase des ondes et du chemin acoustique
- une intensité de la pression de radiation acoustique qui rend ses effets mécaniques notables à l'échelle macroscopique, même avec une onde d'intensité modérée.

Par ailleurs, étudier ces phénomènes en acoustique pose la question de l'universalité des effets mécaniques de la pression de radiation, c'est-à-dire leur dépendance ou non vis-à-vis de la nature de l'onde excitatrice.

Nous présenterons l'hystérésis de forme d'une interface liquide déformée par la pression de radiation acoustique (Issenmann *et al.* (2006)), et son application à l'atténuation d'ondes capillaires.

2 Dispositif expérimental et observation de l'hystérésis

L'expérience est menée sur une interface eau-air, totalement réfléchissante aux ondes acoustiques (le coefficient de transmission en intensité vaut 10^{-3} en incidence normale). L'eau dégazée est placée dans un réservoir transparent. Nous utilisons un transducteur ultrasonore sphérique de marque *Imasonic* (distance focale $F = 38$ mm, ouverture 1, fréquence centrale f valant 2,25 MHz, bande passante 600 kHz, profondeur de champ 4 mm, temps d'utilisation maximal 5 s), son axe étant vertical (cf Fig. 1). La surface de l'eau se trouve au point focal du transducteur ultrasonore immergé. Le transducteur est alimenté par un amplificateur de puissance

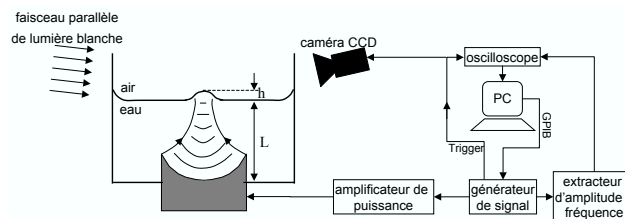


FIG. 1 – Dispositif expérimental.

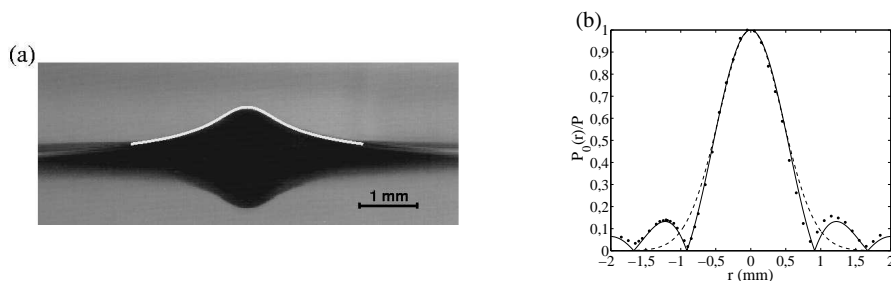


FIG. 2 – (a) Photo de la déformation stationnaire de la surface libre et de sa réflexion sur l'interface eau-air, observée pour une amplitude de pression incidente $P_i = 0,93 MPa$ au point focal et $f = 2,46 MHz$. La ligne blanche continue représente la forme prédite par l'équation 4. (b) Amplitude renormalisée du champ de pression du faisceau entrant mesuré dans le plan focal. Les points sont les points expérimentaux. La ligne continue est la courbe théorique prédite par Kino (1987). La ligne pointillée représente l'approximation par une gaussienne.

Amplifier Research 75A250, lui-même alimenté par un générateur de signaux piloté par ordi-

nateur. L'amplitude instantanée du signal de sortie du générateur de signaux est extraite grâce à un démodulateur d'amplitude et envoyée vers un oscilloscope numérique. Des mesures de pression indépendantes réalisées dans un grand réservoir d'eau en émettant des trains d'ondes ont montré que dans le plan focal du transducteur, l'amplitude $P_0(r)$ du champ de pression $p_0(r, t)$ du faisceau émis par le transducteur (que nous appelons dans la suite le faisceau *entrant*) est bien décrite par l'expression usuelle pour les transducteurs sphériques (Kino (1987)), comme le montre la figure 2b :

$$P_0(r) = P \left| \frac{J_1\left(\frac{\pi r}{\lambda}\right)}{\frac{\pi r}{2\lambda}} \right| \quad (1)$$

J_i est la fonction de Bessel d'ordre i , r le rayon en coordonnées cylindriques, et $\lambda = 660\mu\text{m}$ est la longueur d'onde acoustique à la fréquence centrale de fonctionnement du transducteur. Typiquement, l'amplitude de pression acoustique au point focal vaut $P = 0,04$ à $1,4$ MPa. La surface libre de l'eau, située au foyer du transducteur ($L \approx F$), réfléchit totalement le faisceau acoustique incident et est déformée par la pression de radiation, qui vaut (Chu *et al.* (1982))

$$\Pi(r) = \frac{2\langle p_i^2(r, t) \rangle_t}{\rho c^2} \quad (2)$$

où $p_i(r, t) = P_i(r)\cos(2\pi ft)$ est le champ de pression du faisceau *incident* au point focal (c'est-à-dire de la superposition du faisceau entrant $p_0(r, t)$ et de ses réflexions multiples incidentes à la surface), ρ est la masse volumique de l'eau et c est la vitesse du son dans l'eau. La surface est éclairée en incidence rasante par un faisceau parallèle de lumière blanche, et les images de la déformation de la surface sont filmées grâce à une caméra rapide CCD déclenchée par le générateur de signaux. Lorsque l'intensité de l'onde acoustique est continue et modérée, les déformations de la surface liquide sont stationnaires, en forme de cloche, et leur diamètre à mi-hauteur est comparable au diamètre du faisceau acoustique à la moitié du maximum d'énergie ($650\mu\text{m}$), cf Fig. 2a. Si par contre h dépasse environ $1,4$ mm, on observe une fontaine acoustique, c'est-à-dire un jet d'eau instationnaire éventuellement accompagné d'un brouillard de gouttelettes induit par la cavitation (Wood *et al.* (1927)). Pour mettre en évidence la bistabilité acoustique, nous faisons croître puis décroître linéairement $P^2 \propto \Pi(0)$ pendant 5 s et nous mesurons simultanément les variations de la hauteur h de la déformation, définie sur la figure 1, en fonction du temps. Comme le montre la figure 3a, $h(P^2)$ présente plusieurs cycles d'hystérésis.

3 Modélisation

Pour modéliser l'hystérésis observée, nous considérons uniquement le couplage entre la déformation de la surface et l'onde acoustique induite par la pression de radiation, c'est-à-dire que nous négligeons l'effet des non-linéarités de volume (nous avons vérifié qu'au point focal, l'amplitude de la première harmonique de pression ne dépassait pas 6 % de celle du fondamental dans le régime étudié) et des écoulements redressés (Hamilton *et al.* (1998)). Le volume compris entre la surface libre et le transducteur constitue une cavité résonante.

Modélisons d'abord la déformation de cette cavité par la pression de radiation. Le temps caractéristique de relaxation de la déformation étant d'une dizaine de millisecondes, la déformation évolue adiabatiquement pendant les rampes de pression de radiation. Par conséquent, sa forme axisymétrique $h(r)$ résulte de la compétition entre la pression de radiation d'une part et la gravité g et la tension superficielle σ d'autre part. $h(r)$ vérifie donc

$$\rho gh(r) - \sigma \kappa(r) = \Pi(r) \quad (3)$$

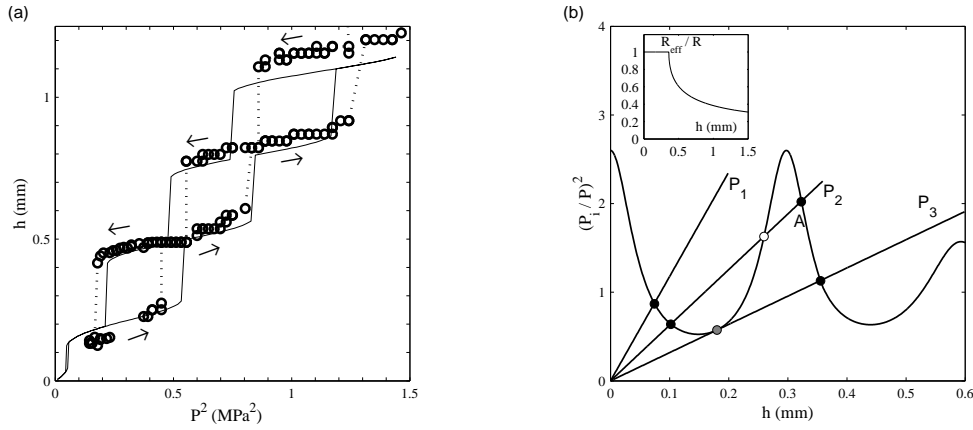


FIG. 3 – (a) Hauteur h de la déformation en fonction du carré l’amplitude de pression P^2 du faisceau entrant ($f = 2,5\text{MHz}$). Symboles : données expérimentales. Ligne continue : prédiction théorique du modèle représenté en (b). (b) Modélisation de l’hystérésis acoustique. La courbe est la courbe de résonance de la cavité. Les droites représentent la relation linéaire entre h et la pression de radiation (cf Eq. 5) pour des pressions entrantes $P_1 < P_2 < P_3$. Les points noirs, blancs et gris représentent respectivement les points d’équilibre stable, instable et marginal de la surface libre. L’encart représente la variation en fonction de h du coefficient de réflexion effectif R_{eff} sur le transducteur.

où $\kappa(r)$ est la courbure de la surface. En supposant que les déformations sont petites, c’est-à-dire que $|h'(r)| \ll 1$, et en supposant que $P_i(r) = P_i \exp(-r^2/\omega_0^2)$, où $\omega_0 = 0,86\lambda$, est l’amplitude de pression du faisceau incident (cf Fig. 2b), la forme de la surface s’écrit (Casner *et al.* (2001))

$$h(r) = \frac{P_i^2 \omega_0^2}{4\rho c^2} \int_0^\infty J_0(kr) \frac{\exp\left(-\frac{k^2 \omega_0^2}{8}\right)}{\rho g + \sigma k^2} k dk \quad (4)$$

et la hauteur de la déformation sur l’axe du transducteur vaut

$$h = h(r=0) = \frac{P_i^2 \omega_0^2}{8\sigma \rho c^2} \exp\left(\frac{\rho g \omega_0^2}{8\sigma}\right) E_1\left(\frac{\rho g \omega_0^2}{8\sigma}\right) \quad (5)$$

où $E_1(x) = \int_x^\infty \frac{\exp(-u)}{u} du$. La figure 2a démontre la précision de ce modèle.

Modélisons d’autre part la cavité acoustique limitée par le transducteur et la surface libre de l’eau comme un résonateur de Fabry-Pérot à une dimension. En considérant que l’énergie acoustique incidente est totalement réfléchiée par la partie plane de la déformation proche de l’axe du faisceau et que l’onde réfléchiée reste plane, on s’attend à ce qu’il y ait résonance lorsque $2(L+h) = n\lambda$ avec n entier (cf Fig. 1). Plus précisément,

$$P_i = \left| 1 - RR' \exp\left(i \frac{4\pi(L+h)}{\lambda}\right) \right|^{-1} P \quad (6)$$

où $R = -0,38 \pm 0,05$ et $R' = -1$ sont les coefficients de réflexion en pression respectivement de la surface du transducteur et de l’interface eau-air mesurés indépendamment. Cependant, le fait que la surface libre de l’eau soit courbée entraîne une défocalisation du faisceau et donc une réduction de l’amplitude des échos à l’intérieur de la cavité. Cette perte d’énergie peut être estimée grâce à l’acoustique géométrique, et est prise en compte par un coefficient de réflexion effectif décroissant avec h (voir l’insert de la Fig. 3b).

Finalement, comme le montre la figure 3b, la hauteur de la déformation est donnée graphiquement par l'intersection de la courbe de résonance réduite $(P_i/P)^2(h)$ définie par l'équation 6 avec la droite $(P_i/P)^2 \propto h/P^2$ déduite de l'équation 5. La multistabilité qui en résulte conduit à une hystérésis à mesure que la pente de la ligne droite varie avec P . Le comportement doué d'hystérésis prédit de h en fonction de P^2 (cf. Fig. 3a) est en bon accord avec les mesures.

4 Atténuation d'ondes capillaires

Cet effet de cavité modifie aussi la dynamique de la surface libre. Considérons le point de fonctionnement A représenté sur la figure 3b, qui constitue un point d'équilibre stable pour la déformation, et considérons qu'une perturbation δh de la hauteur de la déformation se produit. Lorsque $\delta h > 0$, la cavité se désaccorde, comme $\frac{d(P_i/P)^2}{dh}|_A < 0$, l'intensité acoustique diminue dans la cavité, donc la pression de radiation s'exerçant sur la surface libre diminue, en conséquence, la fluctuation de hauteur doit être atténuée. Un raisonnement similaire avec $\delta h < 0$ conduit bien sûr à la même conclusion. L'effet de cavité couplé à la pression de radiation acoustique procure à l'interface une "raideur" dynamique qui s'ajoute à sa raideur intrinsèque due à la gravité et à la tension de surface. Pour mettre en évidence ce phénomène, nous utilisons une lame horizontale partiellement immergée oscillant verticalement sinusoïdalement. Celle-ci crée une onde progressive plane harmonique à la surface de l'eau qui se propage jusqu'à la déformation. Son amplitude H , mesurée au sommet de la déformation, a bien été trouvée inférieure à son amplitude H_0 à l'endroit de la déformation en absence de déformation, comme le montre la Figure 4, qui représente la variation du rapport d'amplitude H/H_0 en fonction de la pente de la fonction d'Airy du résonateur de Pérot-Fabry déterminée expérimentalement.

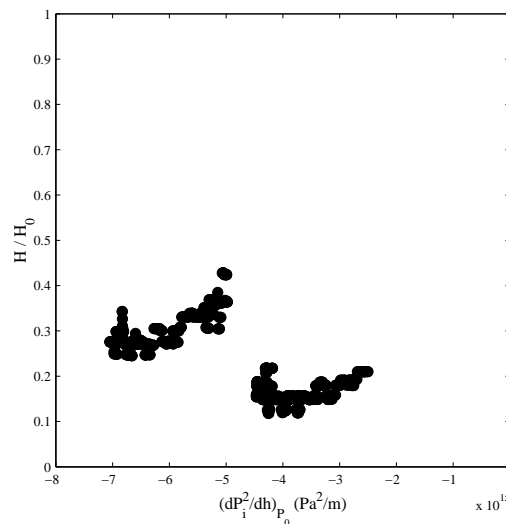


FIG. 4 – Atténuation des ondes de surface par la déformation. H : amplitude de l'onde au sommet de la déformation. H_0 : amplitude de l'onde à l'endroit de la déformation en absence de déformation. L'abscisse est la valeur de la pente de la fonction d'Airy du résonateur de Pérot-Fabry.

Ce phénomène est par ailleurs exploité en utilisant la pression de radiation optique pour contrôler la position, la raideur effective, ainsi que l'agitation thermique des pointes de microscopes à force atomique (Vogel *et al.* (2003))

Conclusion

Nous avons présenté l'hystérésis de forme d'une cavité acoustique établie entre un transducteur ultrasonore sphérique immergé et la surface libre de l'eau située en son point focal. Cette hystérésis peut être décrite précisément en utilisant un modèle de résonateur de Fabry-Pérot à une dimension, en supposant que la pression de radiation acoustique est le seul couplage mécanique entre la longueur de la cavité et le champ acoustique. Cette étude démontre que, au moins dans une situation stationnaire et à une dimension, le couplage entre une onde et un résonateur par la pression de radiation peut-être décrit de manière universelle pour les ondes électromagnétiques et les ondes acoustiques. Ces phénomènes originaux mettent en évidence la richesse du couplage non linéaire entre la propagation de l'onde qui déforme une interface et la déformation de l'interface qui modifie en retour la propagation de l'onde (Casner *et al.* (2003)).

Nous remercions Alice Nicolas et Olivier Misère pour leurs expériences préliminaires, ainsi que Joël Plantard et Sébastien Cassagnere pour leur assistance technique. Ce travail a été financé par le CNRS, l'Université Bordeaux I et la région Aquitaine (contrat numéro 2005 - 1101010A).

Références

- Boudaoud A., Couder Y., Ben Amar M. 1999, A self-adaptive oscillator, *Eur. Phys. J. B* **9** 159
- Casner A., Delville J.-P. 2001, Giant Deformations of a Liquid-Liquid Interface Induced by the Optical Radiation Pressure, *Phys. Rev. Lett.* **87** 054503
- Casner A., Delville J.-P. 2003, Laser-Induced Hydrodynamic Instability of Fluid Interfaces, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 144503
- Chu B., Apfel R. E. 1982, Acoustic radiation pressure produced by a beam of sound, *J. Acoust. Soc. Am.* **72**(6), 1673
- Gibbs H. M. 1985, Optical bistability : controlling light with light, *Academic*
- Hamilton M. F., Blackstock D. T. 1998, Nonlinear acoustics, *eds. Academic Press*
- Hertz G., Mende H. 1939, Der Schallstrahlungsdruck in Flüssigkeiten, *Z. Physik* **114**, 354
- Ilinskii Y. A., Lipkens B., Zabolotskaya E. A. 2001, Energy losses in an acoustical resonator, *J. Acoust. Soc. Am.* **109**(5), 1859
- Issenmann B., Wunenburger R., Manneville S., Delville J.-P. 2006, Bistability of a Compliant Cavity Induced by Acoustic Radiation Pressure, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 074502
- Kino G. S. 1987, Acoustic waves, devices, imaging and analog signal processing, *Prentice-Hall*
- Lawrenson C. C., Lipkens B., Lucas T. S., Perkins D. K., Van Doren T. W. 1998, Measurements of macroscopic standing waves in oscillating closed cavities, *J. Acoust. Soc. Am.* **104**(2), 623
- Vogel M., Mooser C., Karrai K., Warburton R. J. 2003, Optically tunable mechanics of micro-levers, *Appl. Phys. Lett.* **83**(7), 1337
- R. W. Wood et A. L. Loomis 1927, Effects of High-frequency Sound-waves of Great Intensity, *Phil. Mag. S. 7* **4**(22), 417