

Modélisation numérique de l'acoustique en fluides thermovisqueux : application à l'étude de micro-systèmes

Nicolas JOLY & Stéphane DURAND

*Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine
UMR CNRS 6613
Avenue O. Messiaen, 72085 Le Mans cedex 9
nicolas.joly@univ-lemans.fr*

Résumé :

Les phénomènes acoustiques résultant de la compressibilité et de l'inertie du fluide sont perturbés, notamment au voisinage des parois, par des effets de conduction thermique et de viscosité de cisaillement. Ces phénomènes donnent lieu au développement de "couches limites thermovisqueuses" qui participent à la dissipation d'énergie ; leur effet est particulièrement sensible dans les systèmes de petites dimensions, les couches limites occupant alors une part importante, voire la totalité du volume des cavités.

Une formulation décrivant les effets de propagation acoustique et de diffusion thermique et visqueuse, adaptée à la prise en compte de conditions aux limites thermique et mécanique aux parois, et dont les solutions sont accessibles par la méthode des éléments finis, permet un calcul numérique du champ acoustique dans l'espace inter-électrodes et les cavités périphériques d'un microphone sur puce silicium à membrane carrée et électrode arrière plane.

Abstract :

Shear viscosity and thermal conductivity in the fluid layers near the boundaries have a strong effect on the acoustic phenomena related to the fluid compressibility and inertia. As these "thermo-viscous layers" take part in the energy dissipation, their effects are magnified in small-scale systems (like MEMs) where they may take almost the whole volume in cavities.

Acoustic propagation and both thermal and viscous diffusion effects can be described in a mean that is convenient for taking into account thermal and mechanical boundary conditions in a finite elements method. This enables the computation of the pressure field in the capacitive gap and surrounding cavities of a condenser MEMs microphone.

Mots-clefs : couche limite acoustique ; cavité ; microphone

1 Introduction

Les propriétés de viscosité et de conduction thermique du fluide acoustique, associées aux conditions d'échange thermique et d'adhérence du fluide à la paroi, donnent lieu au développement de couches limites acoustiques thermovisqueuses, d'épaisseurs

$$\delta_h = \sqrt{2 l_h / k_0} , \quad \delta_v = \sqrt{2 l_v / k_0} , \quad (1)$$

l_h et l_v étant les longueurs de diffusion thermique et visqueuse, et $k_0 = \omega / c_0$ le nombre d'onde acoustique. Dans les systèmes de grandes dimensions devant les épaisseurs δ_h , δ_v , ces effets de couches limites, confinés au voisinage des parois, peuvent être pris en compte par des conditions d'admittance équivalente [Bruneau (1998), Bossart *et al.* (2003)]. Les microsystèmes ne répondent pas à cette condition, les couches limites occupant une part importante, voire la totalité du volume fluide. L'étude de ces systèmes, généralement de géométrie complexe, rend nécessaire le développement de techniques de modélisation de l'acoustique en fluides thermovisqueux, notamment au moyen de méthodes numériques.

Le caractère conducteur de la chaleur [Karra C. *et al.* (1998)] et visqueux [Dokumaci (1995)] du fluide acoustique a été étudié, pour des applications numériques à caractère général ou spécifiquement pour des systèmes de petites dimensions [Cummings (1993), Beltman (1999)]. Les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus à partir d'une formulation basée sur les variables d'écart de température et de vitesse particulaire, qui rend compte des couplages entre acoustique, conduction de la chaleur et dissipation visqueuse.

2 Implémentation numérique de la formulation « vitesse particulaire - écart de température »

La modélisation fine des effets dissipatifs et réactifs de l'acoustique en fluides thermovisqueux repose sur une formulation adaptée à décrire les effets (i) de propagation acoustique et (ii) de diffusion thermique et de viscosité de cisaillement. Le choix des variables d'écart de température τ et de vitesse particulaire acoustique \mathbf{v} permet, dans le domaine linéaire, de rendre compte de l'ensemble de ces phénomènes pour un fluide au repos. En régime harmonique à la pulsation ω et en dehors des sources acoustiques, ces deux variables (τ , \mathbf{v}) satisfont, sur le volume fluide, le système suivant de deux équations couplées [Joly *et al.* (2006)] :

$$-\omega^2 \mathbf{v} - \left(\frac{c_0^2}{\gamma} + i\omega c_0 l_v \right) \mathbf{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} + i\omega c_0 l'_v \mathbf{rot} \operatorname{rot} \mathbf{v} + i\omega \frac{\hat{\beta}}{\rho_0} \mathbf{grad} \tau = \mathbf{0} \quad (2.1)$$

$$i\omega \tau - \gamma l_h c_0 \operatorname{div} \mathbf{grad} \tau + \frac{\gamma-1}{\gamma \hat{\beta}} \rho_0 c_0^2 \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (2.2)$$

où $i = \sqrt{-1}$ et les propriétés du fluide sont définies par le rapport γ des capacités thermiques à pression et à volume constants, l'augmentation de pression à masse volumique constante $\hat{\beta} = (\partial p / \partial T)_p$, la masse volumique ρ_0 , la célérité adiabatique du son c_0 et les longueurs de diffusion thermique (l_h) et visqueuse (de cisaillement l'_v et de volume l_v) [Bruneau (1998)]. Les conditions aux limites associées à ce système d'équations locales sont généralement des conditions de Dirichlet sur la frontière $\Gamma(\mathbf{n}$ désignant la normale externe à cette surface) :

- la condition isotherme $\tau = 0$ est une bonne approximation des conditions thermiques sur les parois, en raison d'une diffusivité thermique des parois grande devant celle du fluide acoustique,
- des conditions de valeur imposée pour les degrés de liberté de vitesse à la paroi, qu'il s'agisse de conditions d'adhérence à une paroi immobile ($\mathbf{v} = \mathbf{0}$), d'un mouvement imposé ($\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}}$) ou d'une condition de symétrie ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$).

En définissant le tenseur $\underline{\underline{\mathbf{C}}}$ tel que $\operatorname{div} \underline{\underline{\mathbf{C}}} \mathbf{grad} = - \left(\frac{c_0^2}{\gamma} + i\omega c_0 l_v \right) \mathbf{grad} \operatorname{div} + i\omega c_0 l'_v \mathbf{rot} \operatorname{rot}$,

le système d'équation (2) s'écrit sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 - \operatorname{div} \underline{\underline{\mathbf{C}}} \mathbf{grad} & \frac{i\omega \hat{\beta}}{\rho_0} \mathbf{grad} \\ \frac{\gamma-1}{\gamma \hat{\beta}} \rho_0 c_0^2 \operatorname{div} & i\omega - \gamma l_h c_0 \operatorname{div} \mathbf{grad} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Les opérateurs diagonaux de ce système sont de même nature que ceux rencontrés pour la modélisation de la dynamique des structures (variable vectorielle) et de la diffusion thermique (variable scalaire) ; les opérateurs de couplage (respectivement en $\mathbf{grad} \tau$ et $\operatorname{div} \mathbf{v}$) consistent en une dérivation spatiale d'ordre un du champ, de sorte que cette formulation couplée à partir des

variables (τ, \mathbf{v}) se prête à une résolution par éléments finis [Joly *et al.* (CFA 2006)]. Les modèles présentés ci-dessous concernent des champs bidimensionnels, chaque nœud du maillage comportant deux degrés de liberté pour la variable de vitesse particulaire et un pour la variable d'écart de température. Le champ de pression acoustique p est obtenu à partir de ces degrés de liberté par la relation

$$p = \hat{\beta} \tau - \frac{\rho_0 c_0^2}{i\omega} \operatorname{div} \mathbf{v} \quad (4)$$

3 Système étudié : cavité arrière d'un microphone sur puce silicium

Le microphone MEMs étudié (FIGURE 1) est constitué d'une membrane carrée d'arête $a = 3 \text{ mm}$ qui forme une capacité à écartement variable d'espace inter-électrodes $\varepsilon = 20 \text{ }\mu\text{m}$ avec une électrode arrière plane de même arête. Du fait de sa faible épaisseur, cet espace est entièrement occupé par des couches limites visqueuses et thermiques dans la gamme de fréquences considérée. L'air qu'il contient est déplacé vers les cavités périphériques lors du mouvement $\vec{\xi}$ de la membrane.

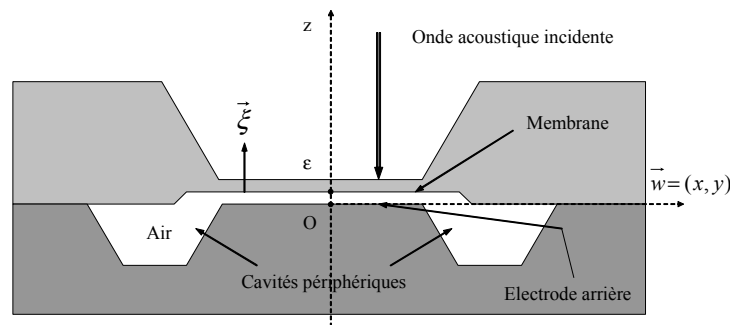


FIGURE 1 – Schéma du microphone sur puce silicium – nota : l'échelle dans la direction z normale à la membrane est fortement dilatée par rapport à celle des axes x et y .

Les formes obtenues par usinage chimique anisotrope KOH du silicium sont limitées par des plans cristallographiques, ce qui conduit à des arêtes vives et des géométries complexes comme le montre la FIGURE. 2 [Durand *et al.* (CFA 2006)].

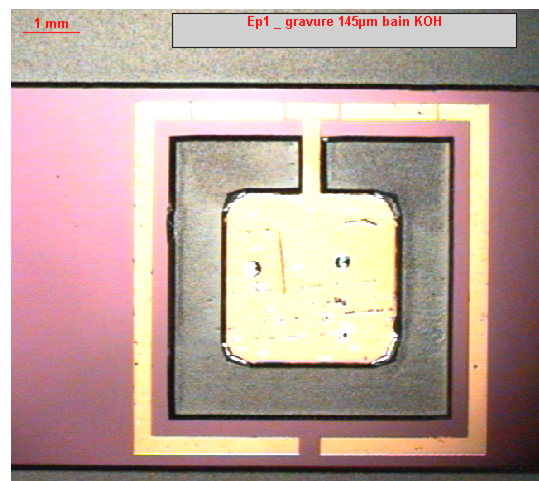


FIGURE 2 – Vue de dessus de l'électrode plane et des cavités périphériques.

4 Modélisation de la cavité arrière

4.1 Modèle bidimensionnel

Le modèle bidimensionnel est réalisé dans un plan de coupe suivant une médiane du carré de la membrane, en supposant le champ invariant dans la direction normale à ce plan de coupe. Le domaine occupé par le fluide est constitué de l'espace inter-électrodes et des cavités périphériques (FIGURE 3) ; seule la moitié de cet espace est modélisée en considérant une condition de symétrie par rapport au centre de la membrane. Le fluide acoustique est de l'air ($\gamma=1,4$: $\hat{\beta} = 371,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho_0 = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $c_0 = 342 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $l_h = 6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$, $l_v = 4,43 \cdot 10^{-8} \text{ m}$). Les conditions aux limites sont : la condition isotherme $\tau=0$ aux parois, la condition d'adhérence $\mathbf{v}=\mathbf{0}$ sur les parois rigides, une vitesse normale imposée sur la membrane (du profil correspondant à la déformée du premier mode) et, sur l'axe de symétrie, des conditions adiabatique et de vitesse normale nulle.

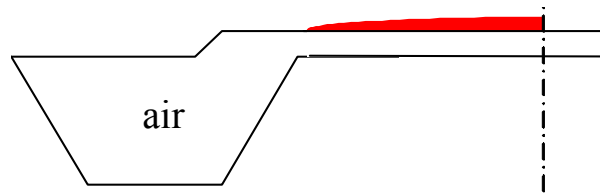


FIGURE 3 – modèle bidimensionnel de la cavité arrière

4.2 Maillage

Les champs à l'intérieur de la cavité présentent des gradients très intenses dans la direction normale à la paroi, leurs variations le long des parois étant beaucoup plus régulières. Les maillages utilisés sont adaptés à ces conditions (FIGURE 4), la densité de nœuds étant plus forte à l'intérieur des couches limites thermiques et visqueuse.

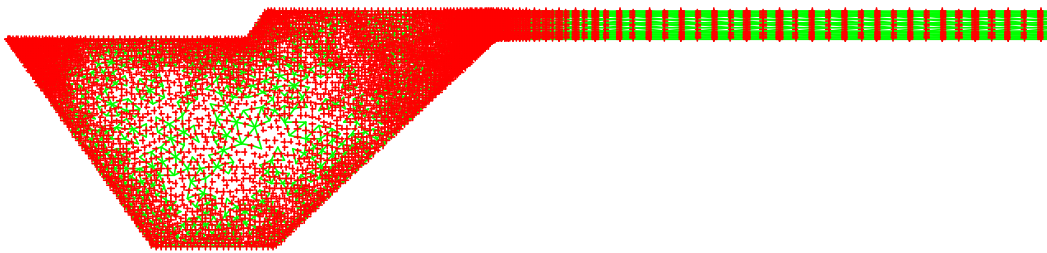


FIGURE 4 – détail du maillage utilisé : jonction entre la face arrière de l'électrode et la cavité

5 Résultats

La FIGURE 5 présente les résultats du calcul à 1 kHz : le débit fluide généré par le mouvement de la membrane est accumulé du centre vers les cavités périphériques du système. La compression/détente qui en résulte se traduit par le développement d'un écart de température, qui reste cependant très limité au voisinage des parois en raison de l'inertie et de la forte diffusivité thermique de ces dernières : l'écart de température le plus fort est enregistré dans les cavités périphériques. L'écoulement dans l'espace inter-électrodes, à l'arrière de la membrane, est essentiellement gouverné par la viscosité de cisaillement et les conditions d'adhérence.

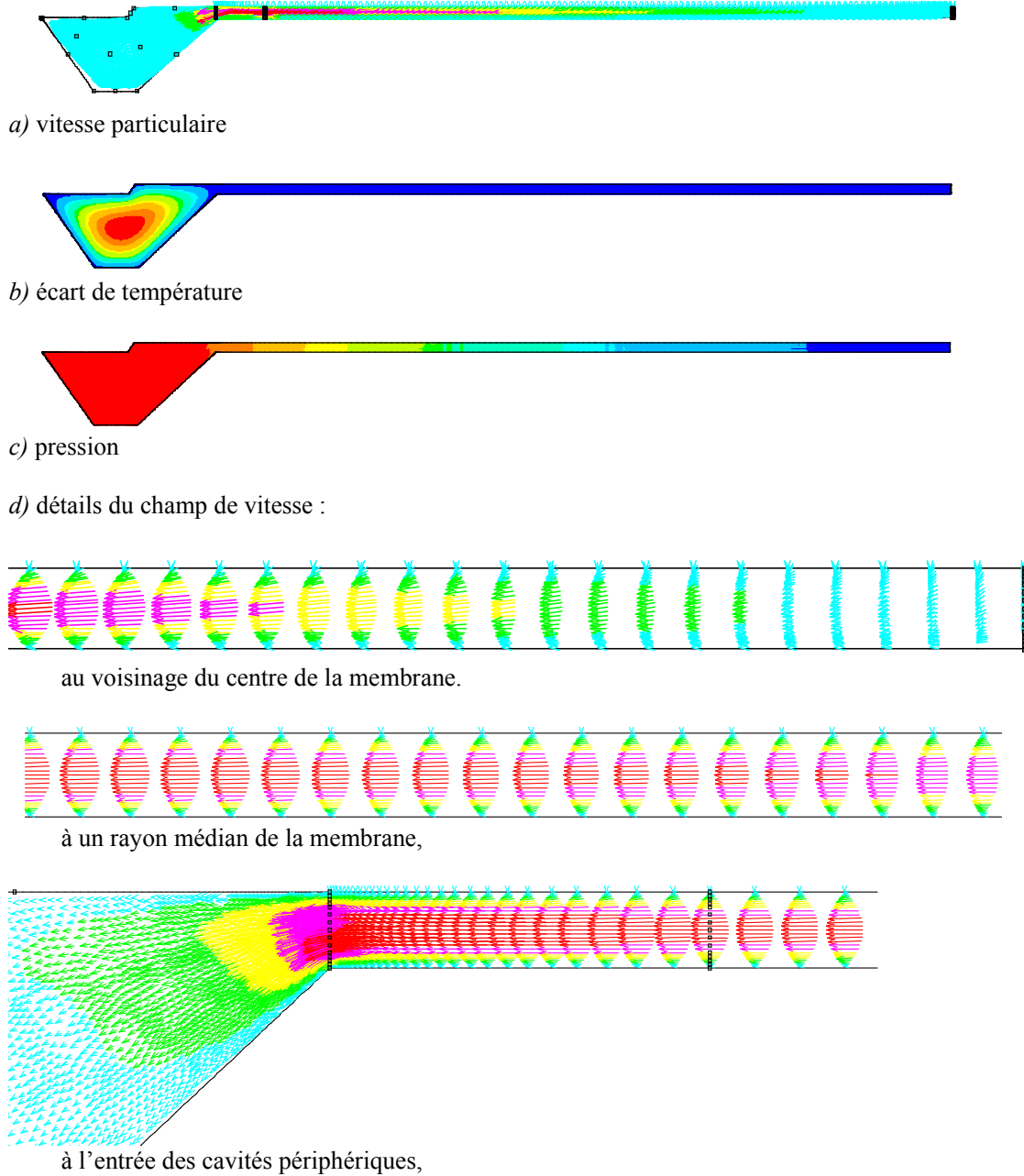


FIGURE. 5 – Résultats du calcul numérique : champ relevé à l'intérieur de la cavité à 1 kHz
 vitesse particulaire v (a), écart de température τ (b), pression acoustique (c),
 détail des champs de vitesse particulaire (d) illustrant l'accumulation du débit acoustique
 depuis le centre vers la périphérie de la membrane et l'écoulement cisailé qui en résulte.

Compte tenu des petites dimensions du système, le champ de pression n'est que très légèrement plus important au centre de la membrane ; le gradient de pression est essentiellement provoqué par les effets de viscosité de cisaillement du fluide dans l'espace inter-électrodes. Le module de l'écart de pression ne dépasse pas quelques pour-cent sur le volume fluide pour la gamme de fréquence 0-7kHz de ce capteur, ce qui justifie l'hypothèse généralement retenue d'une pression uniforme, en quadrature avec la vitesse de la membrane, pour la modélisation de cavités arrières de microphones miniatures. De même, la FIGURE 5c confirme l'hypothèse d'un gradient de pression nul dans l'épaisseur de l'espace inter-électrodes.

6 Conclusion et perspectives

La formulation à partir des variables d'écart de température et de vitesse particulière permet de calculer numériquement le champ acoustique en fluides thermovisqueux dans des systèmes de géométrie complexe ; elle répond au besoin de modélisation fine de l'acoustique dans les petites cavités pour les applications micro-technologiques de l'acoustique. La modélisation bidimensionnelle présentée ici est une première application de cette formulation : l'étude de microphones à électrode arrière non plane suppose le développement de modèles axisymétriques ou tri-dimensionnels, et la modélisation numérique complète d'un microphone suppose de prendre en compte les couplages entre le fluide de la cavité arrière et le mouvement de la membrane. Enfin, les échelles très différentes des phénomènes acoustiques (de longueur caractéristique correspondant à la longueur d'onde) et des phénomènes de diffusion (à la taille des épaisseurs de couches limites δ_h et δ_v) nécessitent d'adapter localement les maillages.

Références

- Bruneau M. 1998. Manuel d'acoustique fondamentale, Editions Hermès, Paris
- Karra C., Ben-Tahar M. 1998 Modélisation par éléments finis de frontières du comportement vibratoire d'une membrane couplée à une couche de fluide thermoconducteur, C. R. Acad. Sci. Paris, IIB - **326**, 11 733
- Dokumaci E. 1995 Prediction of the effects of entropy fluctuations on sound radiation from vibrating bodies using an integral equation approach, J. Sound Vib. **186.5**, 805-819
- Cummings A. 1993 Sound propagation in narrow tubes of arbitrary crosssection, J. Sound Vib. **162** 27-42
- Beltman W.M. 1999 Viscothermal wave propagation including acousto-elastic interaction, part II: Applications, J. Sound Vib. **227.3** 587-609
- Bossart R., Joly N., Bruneau M. 2003 Hybrid numerical and analytical solutions for acoustic boundary problems in thermo-viscous fluids, J. Sound Vib. **263** 69-84
- Joly N., Bruneau M., Bossart R. 2006 Coupled equations for particle velocity and temperature variation as the fundamental formulation of linear acoustics in thermo-viscous fluids at rest, Acta Acustica united with Acustica **92-2**, 202-209
- Joly N., Bruneau M. 2006 Modélisation de l'acoustique linéaire en fluides thermovisqueux au repos, 8^{ème} Congrès Français d'Acoustique, Tours, 1057-1060
- Durand S., Honzik P., Le Van Suu T., Lotton P., Bruneau M., Škvor Z., Bruneau A.-M. et Guianvarc'h C. 2006 Capteurs microphoniques miniatures en technologie MEM's, 8^{ème} Congrès Français d'Acoustique, Tours, 479-486