

# INTERACTION ENTRE DEUX SPHERES SEDIMENTANT EN FLUIDE NON NEWTONIEN : P.I.V. ET SIMULATION LATTICE BOLTZMANN

Xavier Frank<sup>(1)</sup>, Mohammed Kemiha<sup>(2)</sup> et Huai Zhi Li<sup>(2)</sup>

(1) Laboratoire d'Ingénierie Mécanique et Electrique (UBO), rue de Kergoat, BP 93169, 29231 BREST CEDEX 3

(2) Laboratoire des Sciences du Génie Chimique (CNRS, UPR 6811), ENSIC-INPL, 1, rue Grandville, BP 20451, 54000 NANCY

**Résumé :** La sédimentation de particules solides en fluide non newtonien est un phénomène intervenant dans de nombreux procédés industriels. Une modélisation réaliste du comportement d'une suspension implique la prise en compte des interactions entre particules. Déjà complexe en fluide newtonien, cette problématique l'est davantage lorsque la rhéologie du fluide présente des caractères viscoélastiques et rhéofluidifiants. Afin de comprendre les mécanismes impliqués, les interactions entre deux sphères de même diamètre sédimentant en ligne dans un fluide non newtonien sont ici étudiées expérimentalement et numériquement. Les précédents travaux expérimentaux relatifs à la sédimentation d'une sphère seule en fluide non newtonien ont mis en évidence un champ de vitesse complexe, dont la caractéristique la plus frappante est la présence d'un sillage négatif, dont on attend, intuitivement, qu'il inhibe le rapprochement entre les sphères. On observe qu'au contraire, en interaction, la sphère de queue peut rattraper la sphère de tête. Une mesure par PIV du champ de vitesse autour des deux sphères met en évidence que lors du rapprochement de la sphère de queue, le sillage négatif de la sphère de tête existe bel et bien, puis disparaît progressivement à mesure que la distance entre les sphères diminue. Afin d'expliquer ce phénomène, des simulations numériques ont été réalisées au moyen d'un modèle lattice Boltzmann, couplé à une équation rhéologique introduisant les propriétés viscoélastiques et rhéofluidifiantes de la phase liquide. Le mouvement des sphères est déduit d'un bilan de forces incluant, pour chacune des sphères, le poids, la poussée d'Archimède et la force de traînée, déduite du modèle lattice Boltzmann. Un bon accord avec l'expérience a été constaté. Les présents résultats suggèrent que l'accélération de la sphère de queue est due à une compétition dynamique entre les effets rhéofluidifiants, qui favorisent le rapprochement, et le sillage négatif, d'origine viscoélastique, qui tend à l'inhiber.

**Abstract :** Settling of solid spheres in non newtonian fluid is a wide spread phenomenon in industrial applications. A realistic model of a suspension's behavior requires to take interactions between spheres into account. Such a problem is much more difficult when the liquid phase is a non newtonian one. Interactions between two solid spheres settling in-line in a non newtonian fluid are studied here through both experiments and numerical simulations. Earlier experimental studies revealed a complex flow field around isolated spheres settling in non newtonian fluids, especially the negative wake, which could be supposed to give rise to repulsive interactions between interacting spheres. On the contrary, two spheres settling in-line exhibit attractive interactions. We performed flow field measurements, using a PIV device, and showed that the negative wake does exist between two spheres settling in-line, but disappears progressively when the distance between spheres decreases. In order to explain such a phenomenon, we performed lattice Boltzmann simulations, viscoelastic and shear thinning properties of the fluid being modeled with the help of a rheological equation. Dynamics of the spheres is deduced from a force balance including weight, buoyancy and drag force, deduced from the lattice Boltzmann model. A good agreement with experiments is obtained. Present results suggest that acceleration of the following sphere is due to a dynamic competition between repulsive interaction, due to the negative wake and attractive ones, due to shear thinning effects.

## 1. Introduction

La sédimentation de particules solides est un phénomène omniprésent dans les procédés industriels, qu'il s'agisse du traitement des eaux ou de la catalyse hétérogène. La modélisation d'une situation industrielle implique nécessairement de tenir compte des interactions entre particules, dans la mesure où la recherche d'une plus grande efficacité de procédé mène souvent à augmenter la concentration volumique de solide. Les interactions entre sphères en sédimentation en fluide newtonien ont fait l'objet de nombreux travaux depuis longtemps<sup>1</sup>, les connaissances relatives à ce sujet sont donc bien établies.

Cependant, beaucoup de procédés industriels font intervenir une phase liquide non newtonienne, présentant à la fois des caractères rhéofluidifiants et viscoélastiques<sup>2</sup>. Dans ce cas, le problème des interactions devient beaucoup plus complexe, du fait de l'existence de phénomènes propres aux fluides non newtoniens, totalement absents lorsque la phase liquide est newtonienne. L'exemple le plus frappant est sans doute le sillage négatif, découvert par Hassager au

moyen de l'anémométrie laser-doppler (LDA)<sup>3</sup>. Lorsque la phase liquide est newtonienne, le sillage à l'arrière de la particule solide est descendant, le fluide étant entraîné par le mouvement de la particule ; en revanche, en fluide non newtonien, et sous certaines conditions qui suscitent encore le débat aujourd'hui<sup>4, 5, 6</sup>, l'écoulement à l'arrière de la sphère est ascendant, c'est-à-dire de sens contraire au mouvement de la particule. On pourrait donc penser que, lorsque deux sphères sédimentent en ligne dans un fluide non newtonien, l'existence d'un sillage négatif impliquerait une interaction répulsive maintenant entre la sphère de tête et la sphère de queue une distance non nulle. Or, des interactions attractives ont bien été mises en évidence<sup>7</sup>.

L'objectif de ce travail est d'étudier l'interaction entre deux sphères sédimentant en ligne dans une solution de polymère viscoélastique et rhéofluidifiante, et en particulier, de déterminer si l'existence d'un sillage négatif inhibe les interactions attractives entre les sphères, comme le suggérerait un rapide raisonnement intuitif. Le phénomène est ici étudié expérimentalement, au moyen de mesures de champs de vitesse par PIV, et numériquement, au moyen de simulations Lattice Boltzmann.

## 2. Dispositif expérimental

Deux phases liquides différentes ont été utilisées : deux solutions de polyacrylamide (PAAm) de concentrations différentes : 0,5% et 1% en masse dans l'eau distillée. La caractérisation rhéologique a été réalisée au moyen d'un rhéomètre à déformation imposée avec une géométrie cône-plan à une température de 25°C.

Les expériences ont été réalisées dans une colonne de Plexiglass de 12cm de large et de 70cm de hauteur. Les sphères sont injectées successivement, l'intervalle de temps entre les deux injections étant contrôlé par ordinateur. La distance initiale entre sphères est alors relevée au moyen d'une caméra rapide. Afin de s'assurer que les sphères sédimentent bien en ligne et d'éviter que la vitesse initiale des sphères ne présente de composante transversale, celles-ci sont injectées à travers un tube vertical de diamètre très légèrement supérieur à celui des sphères injectées. On se limite ici aux interactions entre deux sphères identiques, c'est à dire de même diamètre et constituées du même matériau.

Beaucoup de méthodes de mesure du champ de vitesse ne donnent accès qu'à des grandeurs moyennées ou partielles, comme la LDA, qui fournit une mesure très précise, mais en un seul point. La PIV (Particle Image Velocimetry : vélocimétrie par images de particules) présente l'avantage de fournir un champ de vitesse complet dans une fenêtre de mesure fixée. Cette méthode est basée sur le suivi de particules réfléchissantes ou fluorescentes jouant le rôle de traceurs. Une section de l'écoulement est illuminée deux fois à l'aide d'une nappe laser très mince permettant d'exciter ou simplement d'illuminer les particules utilisées comme traceur afin de les localiser à des instants successifs  $t$  et  $t+\delta t$  à l'aide d'une caméra. Un filtre orange doit ainsi être placé devant la caméra pour arrêter la lumière du laser, de sorte que seules les particules fluorescentes soient vues. Le déplacement local de chacune des particules dans le plan défini par la nappe laser donne accès, après traitement des données, à un vecteur vitesse instantané  $\vec{u}$ . L'information obtenue n'est ici complète que dans la mesure où l'écoulement étudié est axisymétrique, du fait des grandes viscosités impliquées. L'axe de l'écoulement doit donc être inclus dans le plan défini par la nappe laser.

## 3. Modèle

Issu de la physique statistique des systèmes hors équilibres, l'approche Lattice Boltzmann est récemment devenue un outil alternatif de simulation numérique en mécanique des fluides<sup>8, 9, 10</sup>. Les modèles LB relèvent d'une approche cinétique en ceci que l'état physique du fluide est décrit statistiquement au niveau microscopique. Les grandeurs cruciales sont les distributions de probabilité de présence  $f_i$ , où  $f_i(\vec{r}, t)$  est la probabilité qu'au point de vecteur position  $\vec{r}$ , à l'instant  $t$ , se trouve une particule de vitesse  $\vec{c}_i$ . Les particules sont contraintes de se déplacer sur un réseau, ici le réseau D2Q9, un réseau bidimensionnel présentant neuf vitesses de particule différentes, vitesse nulle comprise. Ainsi, les vitesses de particule possibles sont donc les vitesses  $\vec{c}_i$  qui permettent de passer d'un nœud du réseau de position  $\vec{r}$  à un nœud voisin de position  $\vec{r}+\vec{c}_i\delta t$  en un pas de temps  $\delta t$ . Chaque itération se déroule en deux étapes : une étape d'advection, durant laquelle les  $f_i$  sont déplacées sur le réseau conformément aux vitesses  $\vec{c}_i$  correspondantes, et une étape de collision, durant laquelle les  $f_i$  relaxent vers des distributions d'équilibre  $f_i^{eq}$ . Ainsi, le système obéit à l'équation (1).

$$f_i(\vec{r}+\vec{c}_i\delta t, t+\delta t) - f_i(\vec{r}, t) = -\frac{1}{t_{LB}}(f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)) \quad (1)$$

Le paramètre  $t_{LB}$  est un temps de relaxation et les distributions d'équilibre  $f_i^{eq}$  sont déterminées à partir des grandeurs macroscopiques, déduites des  $f_i$  (2,3).

$$\rho = \sum_i f_i \quad (2)$$

$$\rho \vec{u} = (1 - \Phi_1)(1 - \Phi_2) \sum_i f_i \vec{c}_i + \Phi_1 \vec{u}_1^s + \Phi_2 \vec{u}_2^s \quad (3)$$

L'indice  $k \in \{1, 2\}$  désigne le numéro de sphère. Dans l'équation (3), on fixe  $\Phi_k = 1$  dans la sphère  $k$  et  $\Phi_k = 0$  ailleurs, et où  $\vec{u}_k^s$  est la vitesse de la sphère  $k$ . La valeur de  $\Phi_1(\vec{r}, t)$  et de  $\Phi_2(\vec{r}, t)$  est recalculée à chaque déplacement des sphères. Le couplage avec la rhéologie du fluide s'effectue au moyen du tenseur de contrainte  $\Gamma_{\alpha, \beta}$ , utilisé pour déterminer les  $f_i^{eq}$  (4).

$$\sum_i f_i^{eq} c_{i\alpha} c_{i\beta} = \rho u_\alpha u_\beta + \rho c_s^2 \delta_{\alpha, \beta} - \Gamma_{\alpha, \beta} \quad (4)$$

où  $c_s^2$  est la célérité du son dans le réseau LB.

Le tenseur de contraintes viscoélastiques  $\Gamma_{\alpha, \beta}$  est modélisé au moyen d'un modèle de Maxwell du 6<sup>ème</sup> ordre modifié (5,6), modèle ayant déjà fait l'objet d'une validation expérimentale dans une précédente publication<sup>10</sup>.

$$\Gamma_{\alpha, \beta} = \sum_{p=1}^6 \Gamma_{\alpha, \beta}^p \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Gamma_{\alpha, \beta}^p}{\partial t} + \frac{1}{\lambda_p} \Gamma_{\alpha, \beta}^p = G_p D_{\alpha, \beta} \quad (6)$$

Afin de tenir compte du caractère rhéofluidifiant de la phase liquide, les temps de relaxation sont modifiés (7).

$$\lambda_p' = \lambda_p \frac{\eta(\phi)}{\sum_{p=1}^6 \lambda_p G_p} \quad (7)$$

$$\frac{\eta(\phi) - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \left[ 1 + (\lambda \phi)^2 \right]^{\frac{p-1}{2}} \quad (8)$$

Le champ  $\phi$  est une grandeur phénoménologique dont l'évolution obéit à une équation de relaxation (9, 10), où  $II_D$  est le second invariant du tenseur de cisaillement.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi - \sqrt{|II_D|}}{t_r} \quad (9)$$

$$t_r = \frac{t_{r0}}{1 + \frac{\phi}{\phi_0}} \quad (10)$$

Le mouvement de la sphère est déduit d'un bilan de forces (11, 12).

$$m_s \frac{d\vec{u}_k^s}{dt} = (\rho_s - \rho_L) V_s \vec{g} - 2\pi d_s \int_0^\pi P \cdot \vec{n}(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (11)$$

$$P_{\alpha, \beta} = \sum_i f_i (c_{i\alpha} - u_\alpha)(c_{i\beta} - u_\beta) \quad (12)$$

On note  $m_s$  la masse d'une sphère,  $\rho_s, \rho_L$  les masses volumiques normées des sphères et du liquide,  $d_s$  le diamètre de sphère et  $\vec{n}(\theta)$  la normale à la surface de la sphère et  $\theta$  l'angle à l'axe de symétrie.

Dans un premier temps, les sphères, initialement immobiles, sont placées dans la partie haute de la colonne. On impose ensuite durant 4000 itérations aux deux sphères la vitesse de sédimentation mesurée pour une sphère isolée. Durant

toute cette phase, la distance entre les sphères est fixée égale à la distance initiale entre sphères mesurée. La mise en œuvre numérique de la seconde phase suit l'algorithme suivant :

1. Advection des PPDF sur le réseau :  $f_i(\vec{r} + \delta t \vec{c}_i, t) = f_i(\vec{r}, t)$
2. Conditions aux limites : réflexion des PPDF sur les parois solides de la colonne (bounce-back)
3. Calcul des grandeurs macroscopiques  $\rho, \vec{u}$  avec les équations (2) et (3).
4. Calcul de  $\phi(\vec{r}, t)$  et de  $\Gamma_{\alpha, \beta}(\vec{r}, t)$  avec les équations (5) à (10) : application de la méthode Runge-Kutta d'ordre 4
5. Bilan de forces sur chaque sphère par équations (11) et (12), déplacement des sphères et calcul des nouvelles vitesses de sphère  $\vec{u}_k^S$  par application de la méthode d'Euler.
6. Calcul des PPDF d'équilibre : équation (4)
7. Application de l'opérateur collision :  $f_i(\vec{r}, t + \delta t) = f_i(\vec{r}, t + \delta t) - \frac{1}{t_{LB}} (f_i(\vec{r}, t + \delta t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t + \delta t))$

#### 4. Résultats expérimentaux

Dans un premier temps, une étude expérimentale des interactions entre deux sphères d'acier de 5 mm de diamètre en sédimentation dans une solution de PAAm de 1% en masse est réalisée (Figure 1).

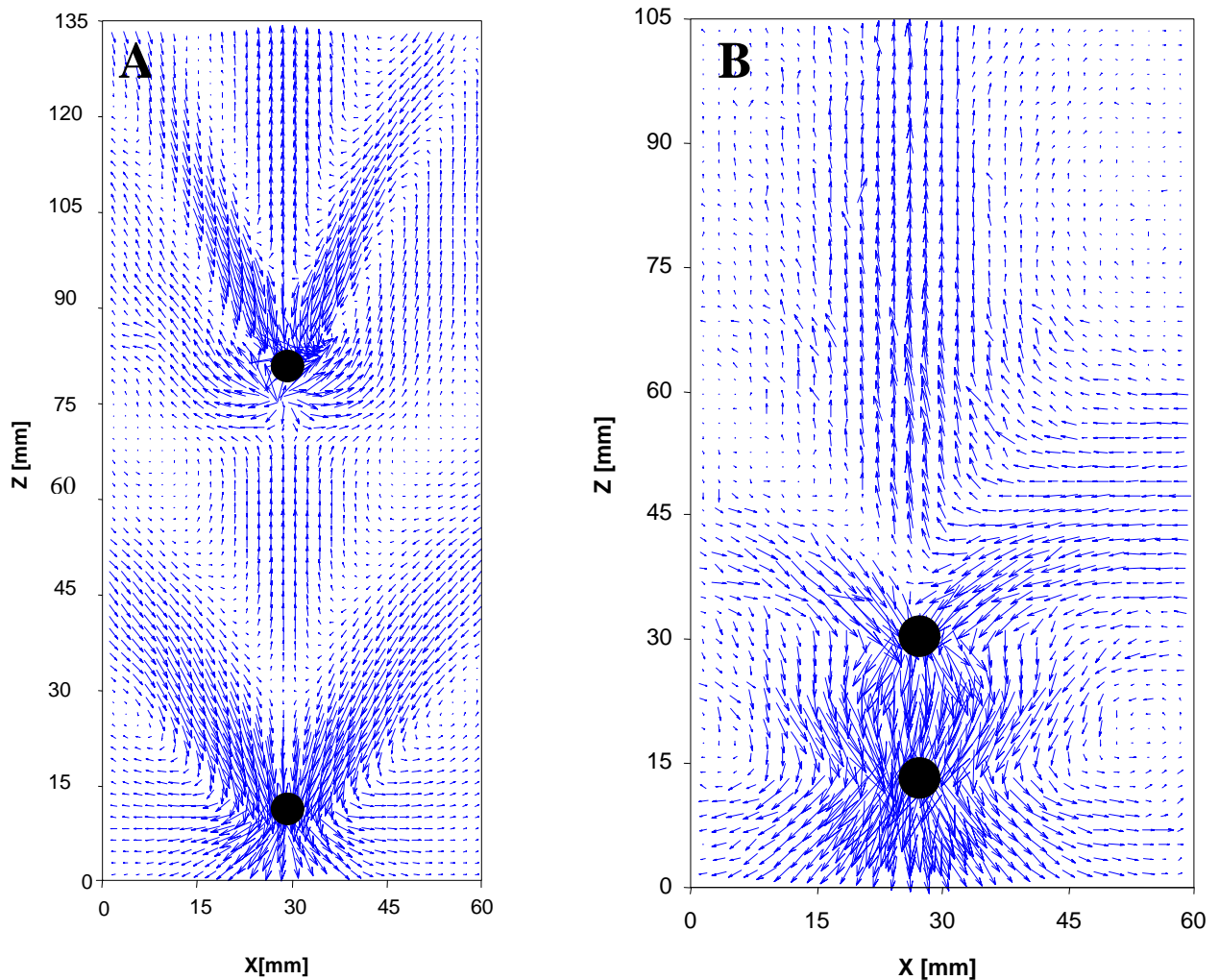


Figure 1 : Champ de vitesse autour de deux sphères en sédimentation dans une solution de PAAm dans l'eau à 1% en masse. A : vitesse de la sphère de tête :  $U_t=0,108\text{m/s}$  , vitesse de la sphère de queue :  $U_q=0,105\text{m/s}$ . B : vitesse de la sphère de tête :  $U_t=0,099\text{m/s}$  , vitesse de la sphère de queue :  $U_q=0,132\text{m/s}$ .

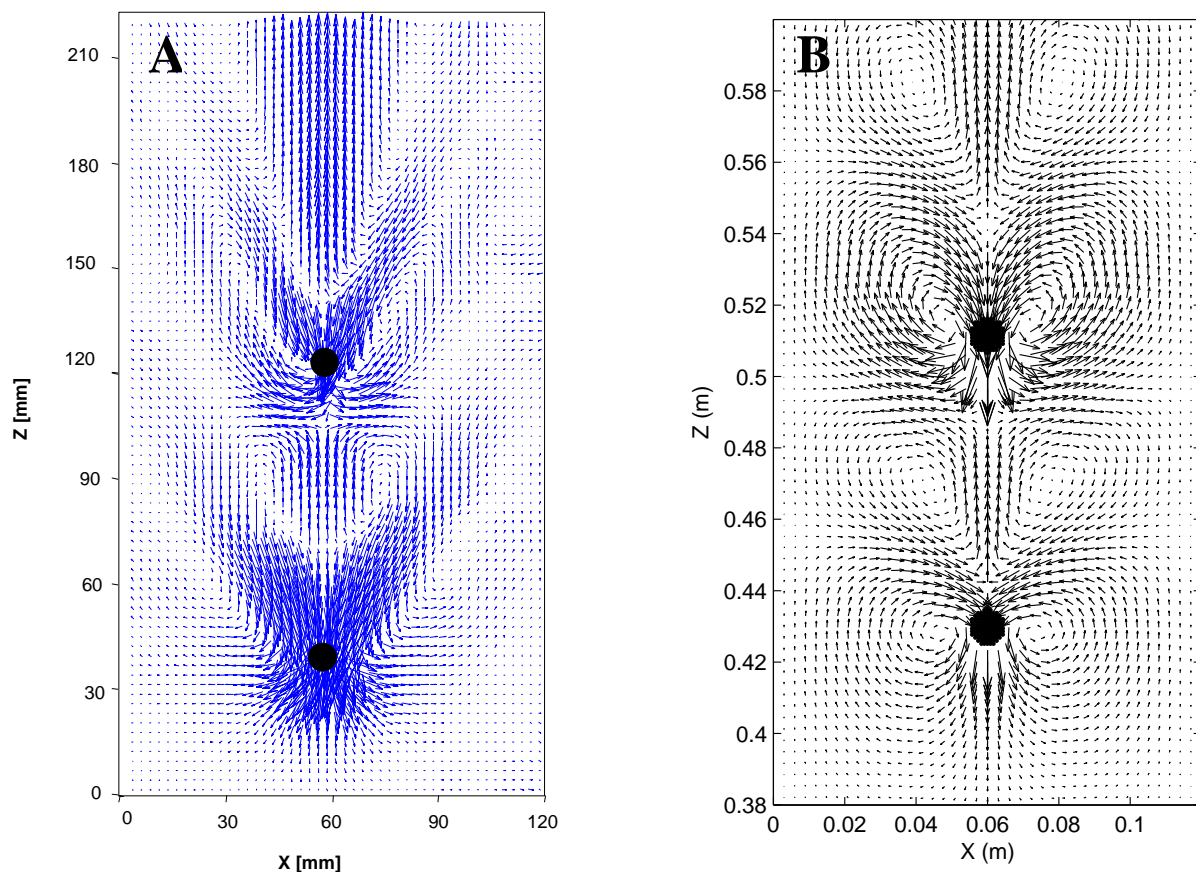
Comme on peut le constater sur la *Figure 1 : A*, le champ de vitesse autour des sphères est complexe. On observe, comme cela a été mis en évidence précédemment<sup>11</sup>, un sillage négatif, dans lequel le fluide est ascendant, entouré d'un cône descendant. La *Figure 1 : A* met en évidence une première phase de l'interaction entre la sphère de tête et la sphère de queue. L'entrée de la sphère de queue dans le sillage négatif de la sphère de tête donne naissance à un phénomène non encore observée à ce jour : le champ de vitesse autour de la sphère de queue présente une structure en double cône : le cône descendant est entouré d'un cône ascendant, semblable à un prolongement latéral du sillage négatif de la sphère de tête autour de la sphère de queue.

Malgré l'existence du sillage négatif de la sphère de tête, la sphère de queue subit une interaction attractive et la distance entre les sphères diminue au cours du temps, jusqu'à ce que le sillage négatif disparaisse (*Figure 1 : B*).

## 5. Simulations Lattice Boltzmann

Une expérience identique a été réalisée avec la solution de PAAm à 0,5% et des sphères en verre de 10mm de diamètre, et comparée à une simulation Lattice Boltzmann.

Comme dans le cas de l'interaction entre sphères dans la solution de PAAm à 1%, la sphère de queue se rapproche de la sphère de tête, malgré le sillage négatif de celle-ci. Comme on peut le constater au vu de la *Figure 2 : A*, l'entrée de la sphère de queue dans le sillage négatif de la sphère de tête provoque l'apparition d'une structure en double cône, où un cône ascendant entoure le cône descendant qui lui-même entoure le sillage négatif ascendant. Le même phénomène de rapprochement entre les sphères est constaté au vu de la simulation Lattice Boltzmann (*Figure 2 : B*). La simulation prédit également l'apparition de la structure en double cône.



*Figure 2 : Sphères de verre de diamètre 10mm de diamètre en interaction dans une solution aqueuse de PAAm à 0,5% en masse. A : champ de vitesse expérimental, obtenu par P.I.V., B : simulation Lattice Boltzmann. Vitesse de la sphère de tête :  $U_t=0,1015m/s$ , vitesse de la sphère de queue :  $U_q=0,144m/s$ .*

Etant donné que, comme dans le cas précédemment décrit, la sphère de queue sédimente plus vite que la sphère de tête, le sillage négatif de la sphère de tête finit par disparaître (*Figure 3 : A*). Un comportement identique est prédit par la simulation Lattice boltzmann. Le modèle précédemment défini rend donc bien compte du comportement observé expérimentalement, tant en ce qui concerne le rapprochement des sphères que relativement à l'évolution du champ de vitesse autour des sphères durant ce rapprochement. On peut tirer de la constatation de cet accord avec l'expérience une interprétation de l'existence d'interactions attractives entre les sphères malgré l'existence du sillage négatif de la sphère de tête : la dynamique du système est régie par une compétition dynamique entre les effets purement viscoélastiques et

hydrodynamiques, qui donnent naissance à un sillage négatif à priori répulsif et l'existence d'effets rhéofluidifiants rémanents, qui donnent naissance à un corridor de moindre viscosité derrière la sphère de tête et qui, dans les cas considérés ici, dominent les effets répulsifs.

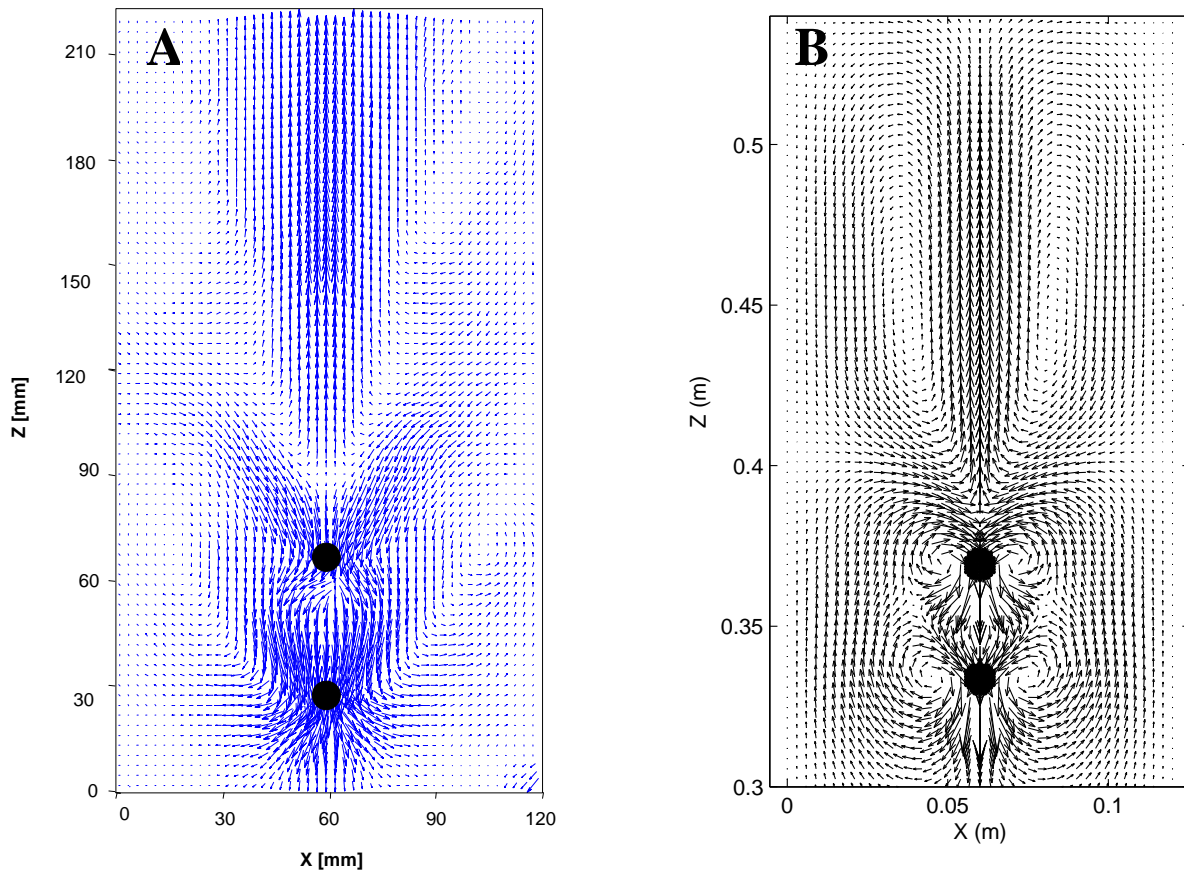


Figure 3 : Sphères de verre de diamètre 10mm de diamètre en interaction dans une solution aqueuse de PAAm à 0,5% en masse. A : champ de vitesse expérimental, obtenu par P.I.V., B : simulation Lattice Boltzmann. Vitesse de la sphère de tête :  $U_t=0,1087\text{m/s}$ , vitesse de la sphère de queue :  $U_q=0,117\text{m/s}$ .

## 6. Conclusion

L'interaction entre deux sphères sédimentant en ligne dans une solution de polymère a été étudiée expérimentalement et numériquement, à travers des mesures de champ de vitesse par P.I.V. et un modèle Lattice Boltzmann, couplé à un modèle rhéologique. Il est clairement mis en évidence que, malgré l'existence d'un sillage négatif, la sphère de queue se rapproche de la sphère de tête jusqu'à disparition du sillage négatif de cette dernière. La simulation Lattice Boltzmann permet d'interpréter de comportement comme le résultat d'une compétition entre les effets répulsifs du sillage négatif et l'existence d'effets rhéofluidifiants rémanents.

---

## Références

- [1] G F Eveson et al *Br. J. Appl. Phys.* 10 (1959) 43-47
- [2] R.P. Chhabra *Bubbles, drops and particles in non-Newtonian fluids*. CRC press. Boca Raton. (1993)
- [3] Hassager O. *Nature*, 279, (1979). 402-403.
- [4] G.F. Tiefenbruck and L.G. Leal, *J. Non-Newt. Fluid Mech.* 10, 115 (1982)
- [5] P. Singh, D.D. Joseph, T.I. Hesla, R. Glowinski and T.W. Pan, *J. Non-Newt. Fluid Mech.* 91, 165 (2000)
- [6] Xavier Frank and Huai Z. Li, *Physical Review E* 74, 1 (2006)
- [7] Dagan, S., Talini, L., Herzhaft, B. et Allain, C. (2002). *The European Physical Journal E*, 7, 73-81.
- [8] P. Lallemand, D. d'Humières, L.S. Luo and R. Rubinstein *Phys. Rev. E* 67, 021203 (2003)
- [9] X. Frank, D. Funfschilling, Noël Midoux and H.Z. Li, *Journal of Fluid Mechanics* 546 (2006) 113-122
- [10] X. Frank and H.Z. Li, *Physical Review E* 71, 1 (2005)
- [11] M. Kemiha, Xavier Frank, S. Poncin, Huai Zhi Li, *Chemical Engineering Science* 61 (2006) 4041-4047