18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique

Grenoble, 27-31 août 2007

# Simulation numérique de la compression d'empilements tri-dimensionnels de grains

Y. Chen<sup>1, a</sup>, D. Imbault<sup>1,b</sup> and P. Dorémus<sup>1,c</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire 3S - UMR 5521 - CNRS / UJF / INPG Domaine Universitaire - St Martin d'Hères BP 53 - 38041 Grenoble cedex 9 - France <sup>a</sup>Yuan.Chen@hmg.inpg.fr, <sup>b</sup>Didier.Imbault@hmg.inpg.fr, <sup>c</sup>Pierre.Doremus@hmg.inpg.fr

#### Résumé :

Les poudres industrielles sont idéalisées par un empilement de particules discrètes, chaque particule étant une sphère maillée par des éléments finis. Pendant la compression, des particules sont déformées en ayant un comportement élasto-plastique écrouissable, le frottement étant présent à chaque contact. Une comparaison entre prédictions numériques et données expérimentales de la compression d'une particule isolée puis d'un empilement cubique centré est proposée. L'analyse des résultats est portée sur l'interaction entre les particules et la réponse globale.

#### Abstract :

Industrial powders can be idealized by discrete particles, each particle being a sphere meshed with finite elements. During pressing, particles are deformed following an elastic-plastic hardening behaviour with friction at each contact. A comparison between experimental and simulated pressing of a single particle, then a body centered cubic packing is presented. Results analysis is focused on the interaction between particles and the global.

## Mots-clefs : milieux granulaires ; comportement élasto-plastique ; simulation numérique

#### 1 Introduction

La densification opérée au cours de la compression de poudres industrielles peut être analysée par deux approches : en modélisant chaque particule, ou en modélisant le comprimé au niveau macroscopique (Dienet modelling group, 2003). La première approche est bien adaptée à l'étude des matériaux granulaires (Larsson *et al.*,1996). Afin de modéliser les mécanismes de compression, il est ainsi nécessaire d'intégrer le comportement mécanique du contact de deux sphères (Storåkers *et al.*,1999), c'est à dire d'utiliser une loi force-déplacement qui relie la charge de contact aux positions relatives des particules. La compression des poudres à froid a été étudiée en utilisant la méthode des éléments discrets par Redanz *et al.* (2001) pour des empilements bidimensionnels, pour des empilements tridimensionnels par Heyliger *et al.* (2001) et Martin *et al.* (2003). La mise en œuvre de modèles d'éléments finis a été réalisée par Procopio *et al.* (2005) dans le cas d'empilements bidimensionnels. Dans cet article, nous démontrons la capacité des modèles d'éléments finis (Abaqus) pour décrire la densification d'empilements tridimensionnels des faibles densités relatives vers les densités relatives élevées.

# 2 Caractérisation du matériau modèle

Le plomb a été choisi pour cette étude car il se moule facilement. Par ailleurs, il est aisé d'effectuer des essais de compression en matrice sur des sphères de grand diamètre (18.48mm) à

l'aide d'une presse de capacité modérée. Finalement, les grands diamètres facilitent la mise en place des empilements et l'analyse des déformations.

L'alliage de plomb a été caractérisé par des éprouvettes cylindriques de diamètre 20 mm et de hauteur 44 mm. Ce matériau présente une composante visqueuse qui n'intéresse pas le cadre de cette étude. Ainsi, les essais ont été réalisés de sorte que les effets visqueux soient isolés par application de taux de déformation faibles de  $10^{-3} \sim 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et de phases de relaxation. Les paramètres élastiques et plastiques caractéristiques de cet alliage ont été ainsi évalués à partir des contraintes mesurées après relaxations (Figure 1a).



FIG. 1 – (a) Ajustement des données expérimentales après relaxation.(b) Zone de transition élasto-plastique.

Le comportement élastique linéaire est entièrement déterminé par le module d'Young *E*, le coefficient de Poisson *v* et la limite d'élasticité en compression  $\sigma_Y$  mesurée dans le domaine des petites déformations  $\varepsilon$  (de 0 à 0,01) (Figure1b). Le comportement plastique est supposé correspondre à un critère de Von Mises avec écrouissage. L'expression de la loi d'écrouissage est donnée par :

$$\sigma = K(\varepsilon^{pl})^n + \sigma_Y,$$

avec  $\sigma = F/S$  la contrainte de Cauchy,  $\varepsilon = ln(H/H_0) = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl}$  la déformation logarithmique,  $\varepsilon^{el} = \sigma/E$  la déformation élastique,  $\varepsilon^{pl}$  la déformation plastique, S et H les dimensions vraies, K et n les paramètres matériau. Les paramètres K et n ont été ajustés à partir des résultats issus de 10 relaxations effectuées sur un intervalle de déformations logarithmiques comprises de 0,2 à 1,3. Les paramètres sélectionnés pour les simulations numériques sont : K = 15,5; n = 0,35; E = 10 Gpa, v = 0,435 et  $\sigma_Y = 5$  Mpa.

# 3 Effet du maillage et du remaillage

Plusieurs niveaux d'améliorations du maillage ont été menés afin de réaliser la convergence et la stabilisation des prédictions numériques en termes de réponses forcedéplacement. Les courbes présentées en figure 2 correspondent à des simulations de réponses force-déplacement lors de l'écrasement d'une sphère entre deux plateaux parallèles, les différentes courbes étant associées à des densités de maillage variables.



FIG. 2- Comparaison des réponses à l'écrasement pour différents maillages.

Les réponses simulées associées aux maillages de densités 896 à 11664 éléments finis sont presque superposées. Les maillages présentant moins de 896 éléments finis donnent des résultats fluctuants et non stabilisés. Partant de maillages comportant au moins 896 éléments finis pour une sphère, des simulations numériques intégrant une procédure de remaillage ont été mises en œuvre. Les résultats de ces simulations ont montré que le procédé de remaillage n'introduisait pas d'influence significative comparativement aux réponses sans remaillage.

#### 4 Compression d'une bille entre deux plateaux : mesures et simulations numériques

Une sphère de diamètre 18,48 mm a été comprimée entre deux plateaux parallèles. Les essais ont été réalisés avec des relaxations. La valeur du coefficient de frottement entre les deux plateaux et la sphère a été fixé à  $\mu = 0,25$  (Bharat Bhushan, 2001). Afin d'évaluer l'influence de ce coefficient, des simulations ont été également menées pour la valeur  $\mu = 0$ . Les simulations numériques ont portées sur des modèles de types 2D axisymétrique et 3D (Figure 3b et 3c).



FIG. 3– (a) Evolution de la courbe force-déplacement au cours de l'écrasement. (b - c) Maillages initiaux pour modèles axisymétrique 2D et 3D. (d - e) Sphères déformées.

Toutes les réponses simulées par des modèles de type axisymétrique 2D et 3D se recouvrent. Les résultats numériques présentés en Figure 3a montrent que la force simulée dépend du coefficient de frottement. Après un déplacement de 9,25 mm, la force simulée est de 5473 N pour le cas sans frottement et de 5985 N pour un coefficient de frottement de 0,25, la force mesurée après la relaxation étant de 4870 N soit un écart respectif de 12% et 23% entre les valeurs de forces simulées et mesurée. Plus globalement, les évolutions des forces simulées sont en bon accord avec les valeurs mesurées après relaxations. Le diamètre extérieur de la surface plane obtenue après application de la course totale d'écrasement (Figure 3d et 3e) est de 18,85 mm pour l'échantillon expérimental et de 18,92 mm pour la sphère simulée avec un coefficient de frottement de  $\mu = 0,25$ .

## 5 Compression en matrice cylindrique d'un empilement cubique centré

La deuxième comparaison porte sur la compression en matrice cylindrique d'un empilement cubique centré de 9 sphères identiques. L'empilement a une hauteur initiale et un diamètre de valeurs identiques, soit 44,62 mm (Figure 4a). L'intérêt de cet essai est de conduire à des formes finales complexes en fin de compression, à une densité relative finale très élevées de 0,97 (poinçon inférieur et matrice fixe, déplacement du poinçon supérieur de 25,85 mm).

Trois couples de valeurs de frottement ont été choisis (sphère/matrice =  $\mu$ SD et sphère/sphère =  $\mu$ SS) :  $\mu$ SD = 0 et  $\mu$ SS = 0,05 ;  $\mu$ SD = 0,1 et  $\mu$ SS = 0,05 ;  $\mu$ SD = 0,25 et  $\mu$ SS = 0,1. L'empilement après compression (Figure 4b et 4c) et la forme de la sphère centrale (Figure 4d et 4e) sont bien reproduits par la simulation. La surface de contact de la sphère centrale est de 121 mm<sup>2</sup> pour l'expérience et de 98,7 mm<sup>2</sup> pour la simulation. Les angles entre deux surfaces en contact (Figure 4e) sont de  $\theta$  = 92° et  $\beta$  = 116° pour l'expérience, de  $\theta$  = 104° et  $\beta$  = 117° pour la simulation.



FIG. 4– (a) L'empilement cubique centré initial. (b - c) L'empilement déformé associé à une densité relative de 0,97. (d - e) Sphère centrale.

L'évolution de la courbe force-déplacement de poinçon supérieur est présentée en Figure 5, l'essai expérimental ayant inclus des phases de relaxation. La valeur du coefficient de frottement  $\mu$ SS influe naturellement sur la force simulée. Le meilleur ajustement à la courbe expérimentale est obtenu avec le couple de valeurs de frottement suivant :  $\mu$ SD = 0,25 et  $\mu$ SS = 0,1.



FIG. 5- Comparaison de l'évolution de la courbe force- déplacement pour un empilement CC.

Pour un déplacement du poinçon supérieur de 10 mm, la pente de la courbe augmente légèrement, ceci est dû à la mise en contact des quatre sphères inférieures avec les quatre sphères supérieures. Pour des déplacements compris entre 15 mm et 22,7 mm, un écart moyen de 5% est relevé entre les forces simulées et la force mesurée après relaxations.

## 6 Simulation numérique de cas d'empilements à grands nombres de particules

Suite à la validation des modèles éléments finis par comparaisons à des mesures expérimentales, des simulations de la compression en matrice d'empilements aléatoires comportant trois diamètres de particules ont été menées dans le but de définir un nombre minimum de particules associé à un volume élémentaire représentatif (VER). Les empilements considérés comportaient respectivement 628, 927 et 1455 particules.



FIG.6– (a) Empilement initial. (b) Empilement déformé associé à une densité relative de 0,88.(c) Evolution de la pression du poinçon supérieur en fonction de la densité relative.

L'amplitude du déplacement total du poinçon supérieur pour chaque empilement a été définie de sorte à atteindre une densité relative finale de 0,88.

Le couple des coefficients de frottement a été fixé à :  $\mu$ SD = 0,25 et  $\mu$ SS = 0,1. Les résultats numériques pour les différents empilements présentent des comportements similaires jusqu'à une densité relative de 0,8. Les différences de comportement observées pour des densités relatives de valeurs supérieures à 0,8 sont imputées à une densité de maillage insuffisante (224 éléments finis par particule).

## 7 Conclusions

Des sphères de plomb ont été utilisées pour simuler des particules de poudres ductiles. Le comportement élasto-plastique de l'alliage de plomb a été expérimentalement déterminé, puis introduit dans des modèles de simulation par éléments finis. Ce travail démontre clairement l'intérêt et la précision de la méthode des particules maillées pour simuler la densification d'un empilement simple pour des densités relative élevées. A l'avenir, d'autres études devront être entreprises pour stabiliser la réponse d'empilements à grand nombre de particules afin de définir précisément un volume élémentaire représentatif puis les comportements de ce volume en fonction de différents chemins de chargement.

# Références

- Dienet modelling group 2003 Complete study of the die compaction of a flanged bushing : from powder characterisation to validation of numerical simulation. *Eur. Powder Metall.*, **2**, 320-326
- Larsson, P.L., Biwa, S., Storåkers, B. 1996 Analysis of cold and hot isostatic compaction of spherical particles. *Acta Metal.*, 44, 3655-3666
- Storåkers, B., Fleck, N.A., McMeeking, R.M. 1999 The viscoplastic compaction of composite powders. J. Mech. Phys. Solids 47, 785-815
- Redanz, P., Fleck, N.A. 2001 The compaction of a random distribution of metal cylinders by the discrete element method. *Acta Mater.* **49**, 4325-4335
- Heyliger, P.R., McMeeking, R.M. 2001 Cold plastic compaction of powders by a network model. J. Mech. Phys. Solids 49, 2031-2054
- Martin, C.L., Bouvard, D. 2003 Study of the cold compaction of composite powders by the discrete element method. *Acta Mater.* **51**, 373-386
- Procopio, A.T., Zavaliangos, A. 2005 Simulation of multi-axial compaction of granular media from loose to high relative densities. *J. Mech. Phys. Solids*, **53**, 1523-1551

Bharat Bhushan 2001 Modern Tribology Handbook, 1, CRC Press LLC.