

Modélisation analytique de l'essai caractéristique d'emboutissage du godet

Roman Nazarov ^{a,b}, Zoubir Ayadi ^a, Michel Nivoit ^a, Sergey Nikulin ^b & Jean-Paul Bettembourg ^{a,c}

^aLSGS-INPL, EEIGM, 6 rue Bastien Lepage, 54010 Nancy Cedex, France

^bMoscow Institut of Steel and Alloys, 4 avenue Leninskiy, Moscou, Russie

^cARCELOR R&D-IRSID, Voie Romaine, 57283 Maizières lès Metz Cedex, France

Zoubir.Ayadi@eeigm.inpl-nancy.fr

Résumé :

L'emboutissage d'un godet occupe une place particulière dans les essais caractéristiques de mise en forme. Cet essai permet à la fois d'étudier la consolidation du matériau, l'effet du frottement, la rupture, le plissement et de construire les courbes limites de formage. Le développement d'un modèle analytique est intéressant car il peut fournir rapidement l'information sur les champs des déformations et des contraintes au cours de l'emboutissage et montrer l'influence des paramètres.

Dans un premier temps, nous conduisons une analyse comparative des modèles analytiques issus de la littérature. Ensuite, nous proposons une approche basée entre autres sur l'hypothèse de l'homogénéité des contraintes de serrage induites dans la collerette du godet par le serre-flan. Rappelons que la plupart des autres travaux supposent l'invariance de l'épaisseur de la tôle dans cette zone. Les résultats des différentes approches sont comparés aux expériences ce qui permet de discuter la validité des différentes hypothèses.

Abstract :

Cylindrical deep drawing is a very important process. This test allows to study material hardening, friction effect, fracture and wrinkling of material and to construct FLC at the same time. The development of an analytical model is very interesting because it can rapidly provide distribution of stress and strain during the process and show the effect of different parameters.

Firstly we'll analyse different analytical models existing in the literature. Then we'll propose our approach that is based on the homogeneous distribution of the throw-thickness stress induced by a blank holder. It must be noted here that all others work used the assumption of constancy of the flange thickness. The results of different approaches will be compared with the experiments that allow us to discuss about the validity of different assumptions.

Mots-clefs :

emboutissage godet ; mise en forme ; modèle analytique

1 Introduction

L'emboutissage profond d'un godet est un procédé qui était basé sur des observations expérimentales. Le savoir faire dans ce domaine était acquis à travers des essais depuis le 18^{ème} siècle. Dès les années 1920, un effort important était réalisé sur la compréhension de cette technologie pour l'amélioration du procédé.

Plus récemment Eschel *et al.*(1986) a dressé le bilan des travaux sous forme de règles. Reissner et Ehrismann (1987) ont mis en évidence l'influence du coefficient de frottement sur le procédé d'emboutissage du godet à l'aide de la méthode des éléments finis. Shinagawa *et al.*(1991) ont étudié les effets de la vitesse de descente du poinçon et de la température. Leu (1999) a proposé une relation pour déterminer le rapport limite d'emboutissage (LDR). Verma et Chandra (2006) ont amélioré le travail de Leu en incluant la force de pliage-dépliage

et en prenant en compte une expression plus réaliste pour le frottement. Springub et Behrens (2006) ont intégré la transformation de phase dans l'expression de l'effort du poinçon.

2 Modèles et hypothèses

Pour comparer les différentes hypothèses simplificatrices et pour estimer leurs poids dans la solution exacte il faut choisir un paramètre représentatif. L'effort du poinçon en fonction de l'avancement peut jouer ce rôle et sa valeur maximale peut caractériser les hypothèses quantitativement. Par ailleurs cette caractéristique peut être facilement comparée avec l'expérience. La force de poinçon peut être décomposée en plusieurs parties de la manière suivante :

$$F_p = F_{retr}^{col} + F_{fr}^{col} + F_{retr}^{quart} + F_{fr}^{quart} + F_{pl} + F_{depl} + F_{fr}^{jupe} \quad (1)$$

où F_{retr}^{col} est la force due au rétrécissement du matériau dans la partie de la collerette, F_{fr}^{col} est la force de frottement entre la tôle et les outils dans la partie de la collerette, F_{retr}^{quart} est la force de rétrécissement du matériau dans le premier quart de tore, F_{fr}^{quart} est la force de frottement entre la tôle et l'arrondi de la matrice, F_{pl} est la force de pliage au début du premier quart de tore et F_{depl} est la force due au dépliage à la fin de premier quart de tore, et F_{fr}^{jupe} est la force de frottement dans la jupe cylindrique.

La force de frottement F_{fr}^{jupe} est non nulle quand il y a contact dans la partie de la jupe cylindrique entre la matrice et la tôle. Cette force est proportionnelle (dans le cas de frottement de type Coulomb) au coefficient de frottement et à la pression avec laquelle la tôle agit sur la matrice. La pression du contact est proportionnelle au retour élastique de la tôle. Plus la tôle est écrouie dans la collerette et dans le premier quart de tore plus elle a tendance à revenir dans son état initial. Donc, plus les coefficients d'écrouissage sont grands, plus la limite d'élasticité est grande, et plus le rayon extérieur initial du flan (R_{ext0}) est grand ou le rayon extérieur instantané du flan (R_{ext}) est petit, plus la pression de contact est grande. Donc, compte tenu de la discussion précédente la force de frottement dans la jupe F_{fr}^{jupe} augmente au cours du procédé d'emboutissage du godet. La plupart des précédents travaux ne prennent pas en compte cette force. En effet, cette force est difficile à évaluer quand elle n'est pas nulle (certaines configurations de la matrice quand il n'y a pas de contact entre la tôle dans la partie de la jupe cylindrique et la matrice). Dans la suite, cette force sera négligée.

La force de pliage F_{pl} peut être déterminée en utilisant l'expression de Stoughton (1988) modifiée par Keum *et al.* (2001). Cette force croît avec l'augmentation de l'écrouissage du matériau et sa valeur sera plus grande à la fin du procédé d'emboutissage du godet. Dans notre cas, pour l'acier DP600, la valeur de la force de pliage ne dépasse pas 3 à 4% de la valeur de la force de poinçon maximale. Par ailleurs, la force de dépliage F_{depl} ne dépasse pas la force de pliage.

La force de rétrécissement dans le quart de tore F_{retr}^{quart} est bien sûr proportionnelle au rayon de l'arrondi de la matrice (r_m). Cette force évolue et devient plus importante à la fin du procédé et sa valeur peut dépasser de 20% la force maximale du poinçon.

La force de frottement dans le quart de tore F_{fr}^{quart} est proportionnelle à la partie de la force du poinçon créée dans la collerette. L'utilisation de la loi du cabestan simple conduit à l'expression suivante pour cette force :

$$F_{fr}^{quart} = (F_{retr}^{col} + F_{fr}^{col}) (e^{\mu\alpha} - 1) \quad (2)$$

Pour une valeur donnée de la force de la collerette F^{col} , F_{fr}^{quart} dépend du coefficient de frottement et de l'angle α (généralement égal à $\pi/2$). La valeur maximale de la force de frottement sur le premier quart de tore est évaluée à 30% de la valeur maximale de la force du poinçon. Comme le montre la relation 2, F_{fr}^{quart} évolue avec la force de la collerette, et elle est maximale pour la force maximale de la collerette.

Certains travaux (Hill (1950), Baque *et al.* (1973)) ont négligés les deux parties : quart de tore et jupe cylindrique dans leur évaluation de l'effort du poinçon. Donc, d'après ce qui précède, les solutions peuvent comporter une erreur qui peut atteindre 50% de la valeur exacte.

Il existe plusieurs méthodes d'estimation de la force de frottement dans la collerette F_{fr}^{col} . Les travaux de Baque *et al.* (1973) montrent une linéarité entre cette force et la contrainte limite d'élasticité σ_0 :

$$F_{fr}^{col} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \mu (R_{ext} - R_{in}) 2\pi R_{in} \quad (3)$$

Cette force ne dépend pas de la pression de serrage appliquée et elle est maximale au début du procédé et devient nulle à la fin. Cette formule donne une valeur de la force de frottement surestimée (30% de plus que la force maximale du poinçon).

Dans la méthode de Leu (1999), la force de frottement dans la collerette F_{fr}^{col} est aussi proportionnelle à la limite d'élasticité et aux rayons extérieur R_{ext} et intérieur R_{in} instantané mais elle dépend aussi du rayon extérieur initial R_{ext0} :

$$F_{fr}^{col} = 2\mu(1.1\sigma_0) R_{ext0} / R_{ext} \cdot 2\pi h R_{in} \quad (4)$$

Cette dernière augmente progressivement au cours du procédé et correspond à 19% de la force maximale du poinçon.

Une autre représentation de la force de frottement dans la collerette F_{fr}^{col} est donnée par Verma et Shandra (2006) :

$$F_{fr}^{col} = \frac{\mu p_{sf} (R_{ext}^2 - R_{in}^2)}{R_{ext}} 2\pi R_{in} \quad (5)$$

La force de frottement dans la collerette selon Verma est maximale au début du procédé et elle diminue progressivement jusqu'à atteindre zéro à la fin. Elle est sous-estimée et représente au maximum 1% de la force de poinçon maximale.

Sous l'hypothèse d'invariance de l'épaisseur de la tôle dans la partie de la collerette et pour un matériau sans écrouissage, la force de rétrécissement dans la collerette F_{retr}^{col} donnée par Hill (1950) est la suivante :

$$F_{retr}^{col} = \sigma_0 \left[\frac{2(\bar{r} + 1)}{2\bar{r} + 1} \right]^{1/2} \ln \frac{R_{ext}}{R_{in}} \cdot 2\pi h R_{in} \quad (6)$$

Cette force est maximale au début du procédé et devient nulle à la fin. En prenant en compte l'écrouissage du matériau elle est donnée par l'équation suivante :

$$F_{retr}^{col} = 2\pi h R_{in} \left[\frac{2(\bar{r} + 1)}{2\bar{r} + 1} \right]^{1/2} \int_{R_{in}}^{R_{ext}} g(\bar{\epsilon}) \frac{dr}{r} \quad (7)$$

où $g(\varepsilon)$ représente la loi d'écrouissage du matériau. Dans ce cas, la force de rétrécissement dans la collerette F_{retr}^{col} reproduit bien la courbe expérimentale (la force de poinçon en fonction de l'avancement). Elle représente également une grande partie de la valeur maximale de la force du poinçon (80-90%).

En résumé, il faut accorder une attention particulière au calcul des forces de rétrécissement F_{retr} et de frottement dans la collerette F_{fr}^{col} car elles forment la principale contribution à la solution exacte.

3 Notre modèle

À la différence des travaux qui supposent l'invariance de l'épaisseur de la tôle dans la collerette (ce qui simplifie énormément le calcul), nous supposons la présence de contraintes de serrage homogènes selon l'épaisseur. D'après les travaux de Hill (1950), l'hypothèse d'épaisseur constante dans la partie de la collerette est une situation irréaliste. Par contre, bien qu'elle paraisse simple, l'hypothèse des contraintes homogènes selon l'épaisseur, peut être rencontrée dans le cas où on applique une pression de serrage à l'aide de serre-flan hydraulique (Zhang et Danckert (1998), Zhang *et al.* (2000)) ou de serre flan pliable (Doege et Elend (2001)).

Dans notre approche du problème, l'étude conduit à 6 équations constitutives :

- L'équilibre local dans le repère cylindrique (absence des contraintes de cisaillement) conduit à :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} - 2\frac{\mu\sigma_z}{h} \quad (8)$$

- La loi d'écrouissage de type Ludwig et l'expression pour la contrainte équivalente utilisant le critère de Hill donne :

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + k\bar{\varepsilon}^n \quad (9) \text{ et } \bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{\bar{r}+1}} \left[\bar{r}(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right]^{1/2} \quad (10)$$

- La loi d'écoulement et l'expression de la déformation équivalente conduit à :

$$\frac{d\varepsilon_r}{\bar{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) + (\sigma_r - \sigma_z)} = \frac{d\varepsilon_\theta}{\bar{r}(\sigma_\theta - \sigma_r) + (\sigma_\theta - \sigma_z)} = \frac{d\varepsilon_z}{(\sigma_z - \sigma_r) + (\sigma_z - \sigma_\theta)} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{(1 + \bar{r})\bar{\sigma}} \quad (11) \text{ et } d\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{r} + 1}{\sqrt{2(\bar{r}^2 + \bar{r} + 1)}} \sqrt{d\varepsilon_r^2 + d\varepsilon_\theta^2 + d\varepsilon_z^2} \quad (12)$$

- La conservation du volume se traduit par :

$$d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta + d\varepsilon_z = 0 \quad (13)$$

En regroupant ces équations nous arrivons aux expressions permettant de calculer l'état des contraintes et des déformations pour chaque point dans la collerette et à chaque moment à partir de l'état initial ($R_{ext}(0) = R_{ext0}$, $\varepsilon_r(0, r) = \varepsilon_\theta(0, r) = \varepsilon_z(0, r) = \bar{\varepsilon}(0, r) = 0$, $\sigma_r(0, r) = \sigma_\theta(0, r) = \sigma_z(0, r) = 0$, $\bar{\sigma}(0, r) = \sigma_0$, $R_{in} \leq r_0 \leq R_{ext}(0)$) et de la condition sur le bord extérieur de la collerette ($R_{ext}(\delta) = R_{ext0} - \delta$, $r = R(\delta)$, $\sigma_r(\delta, R_{ext}(\delta)) = 0$).

Ensuite, les forces de rétrécissement F_{retr}^{col} et de frottement dans la collerette F_{fr}^{col} sont calculées à partir des contraintes radiales à $r = R_{in}$ et de la section de la tôle à cette distance :

$$F^{col} = F_{retr}^{col} + F_{fr}^{col} = \sigma_r(R_{in}) \cdot 2\pi R_{in} h(R_{in}) \quad (14)$$

Le calcul des autres forces se fait de la même manière que celle exprimée dans les formules (2-7).

4 Comparaison entre l'expérience et les différents modèles

La validation des modèles est réalisée sur des résultats expérimentaux menées à Arcelor. La figure 1 présente la comparaison de l'expérience avec notre modèle, le modèle de Leu (1999), le modèle de Verma et Chandra (2006) et modèle de Schedin (1991) vis-à-vis de la force du poinçon en fonction du rayon extérieur de la collerette.

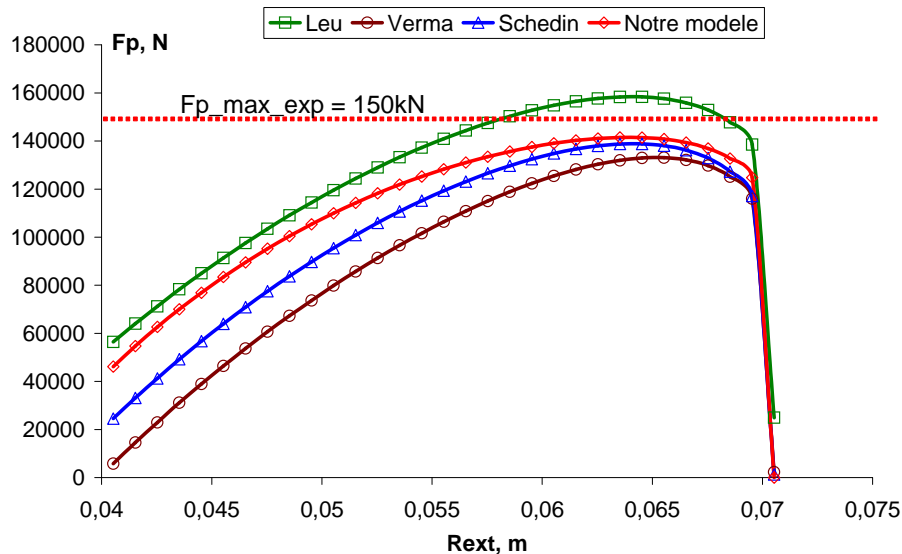


Fig. 1 : Force de poinçon en fonction du rayon extérieur de la collerette

L'allure de la courbe pour notre modèle est plus plate que pour les trois autres modèles. Le modèle de Leu surestime la force de poinçon maximale tandis que les autres modèles la sous-estiment. Notre modèle et le modèle de Leu donnent les valeurs de la force de poinçon maximale les plus proches des résultats expérimentaux.

4 Conclusions

Les hypothèses les plus importantes dans les modèles d'emboutissage profond portent principalement sur la modélisation de la déformation de la tôle selon l'épaisseur et la modélisation du frottement. La plupart des modèles analytiques ou semi-analytiques considèrent l'épaisseur de la tôle constante dans la collerette. Cela rend très difficile l'évaluation de l'influence du frottement sur l'emboutissage. Dans notre modèle nous avons supposé la présence de la pression de serrage constante dans la collerette, ce qui permet d'estimer plus facilement la force de frottement. Les résultats obtenus à l'aide de notre modèle sont en bon accord avec l'expérience. Néanmoins, il y a une sous-estimation au niveau de la force maximale de poinçon. On peut supposer que le modèle où les deux approches sont intégrées en même temps (par exemple, en découpant la collerette en deux zones : sans et avec le changement de l'épaisseur) va donner des bons résultats pour la force maximale du poinçon.

Références

- Eschel, G., Barash, M. & Johnson, W. 1986 Rule based modeling for planning axisymmetrical deep-drawing. *Journal of Mechanical Working Technology* **14**, 1-115
- Reissner, J., Ehrismann, R. 1987 *Ann. CIRP* **36**, 199-202
- Shinigawa, K., Mori, K. & Osakada, K. 1991 *J. Mater. Process. Technol.* **27**, 301-310
- Leu, D.-K. 1999 The limiting ratio for plastic instability of the cup-drawing process. *Journal of Materials Processing Technology* **86**, 168-176
- Verma, R.K., Chandra, S. 2006 An improved model for predicting limiting drawing ratio. *Journal of Materials Processing Technology* **172**, 218-224
- Springub, B., Behrens, B.-A. 2006 Semi-analytical identification of the flow curve extrapolation in consideration of martensite evolution. *Proceedings of the IDDRG 2006 Conference*, 19/06/2006-21/06/2006, Porto, 75-82
- Stoughton, T.B. 1988. Model of drawbead forces in sheet metal forming. *Proceedings of the 15th IDDRG*, Dearborn, USA and Toronto, Canada, 205-215
- Keum, Y.T., Kim, J.H., Ghoo, B.Y. 2001 Expert drawbead models for finite element analysis of sheet metal forming processes. *International Journal of Solids and Structures* **38**, 5335-5353
- Hill, R. 1950 *The Mathematical Theory of Plasticity*. Clarendon press, Oxford, (UK)
- Baque, P., Felder, E., Hyafil, J. *Mise en forme des métaux (calcul par la plasticité) Tome 1*. Edition Dunod, 1973
- Zhang, S.H., Danckert, J. 1998 Development of hydromechanical deep drawing. *Journal of Material Processing Technology* **83**, 14-25
- Zhang, S.H., Jensen, M.R., Danckert, J., Nielsen, K.B., Kang, D.C., Lang, L.H. 2000 Analysis of the hydromechanical deep drawing of the cylindrical cups. *Journal of Material Processing Technology* **103**, 367-373
- Doege, E., Elend, L.-E. 2001 Design and application of pliable blank holder system for the optimization of process conditions in sheet metal forming. *Journal of Material Processing Technology* **111**, 182-187
- Schedin, E. 1991 PhD, Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden