

## Détermination des conditions d'adaptation d'une structure sous chargement cyclique à l'aide de l'interférométrie de speckle

Laurent Farge, Zoubir Ayadi, Roman Nazarov, Michel Nivoit

LSGS-INPL, EEIGM, 6 rue Bastien Lepage, F-54010, Nancy Cedex  
Laurent.Farge@eeigm.inpl-nancy.fr

### Résumé :

Plusieurs éprouvettes percées en acier doux du type ES Arcelor, ont été soumises à un chargement cyclique en traction uniaxiale. Les déformations plastiques ont été mesurées pendant un cycle en tous les points de la surface de la pièce à l'aide de l'interférométrie de speckle avec décalage de phase. L'amplitude de l'effort a été modifiée pour chaque éprouvette. Compte tenu de la précision de notre dispositif expérimental, qui permet de détecter des déformations inférieures à  $10^{-5}$ , la valeur de l'effort maximal pour laquelle l'adaptation est observable a été expérimentalement déterminée.

Finalemment, les résultats expérimentaux ont été interprétés à l'aide d'un modèle basé sur le théorème de Melan. En exprimant les conditions d'adaptation dans le cadre de ce modèle, cette dernière étude a permis une identification de la limite d'élasticité.

### Abstract :

Several mild-steel specimens with a central hole were subjected to a cyclic tensile load. During a cycle the plastic strains were measured by Electronic Speckle Pattern Interferometry (ESPI) with Phase-shifting. The loading force was changed for each specimen. Our experimental device makes it possible to detect strains smaller than  $10^{-5}$ . Hence the shakedown limit was determined.

Our experimental results were interpreted using a model based on Melan's theorem, which was used to identify the value of the yield stress.

### Mots-clefs :

Adaptation, Interférométrie de Speckle, Rochet.

### 1 Introduction

Lorsqu'une éprouvette présentant une singularité est soumise à un chargement cyclique qui dépasse localement la limite d'élasticité, un champ de déformation plastique apparaîtra au voisinage du concentrateur de contrainte lors du premier cycle. Du fait de leur caractère inhomogène, ces déformations plastiques donneront naissance à un champ de contraintes résiduelles susceptibles de compenser, au moins partiellement, la distribution de contraintes due aux chargements suivants. Plusieurs types de réponses peuvent alors être observées (FIG. 1). En premier lieu : l'adaptation (elastic shakedown ou simplement shakedown), pour ce type de comportement, la pièce recouvre en tous points un comportement élastique après un faible nombre de cycles. Pour des chargements plus importants, on pourra également observer la plasticité cyclique (ou accommodation) et le rochet. La plasticité cyclique est caractérisée par la présence d'une boucle d'hystérésis dans le diagramme contrainte-déformation. Dans le cas du rochet, cette boucle ne se referme pas et, dans certaines zones de la structure, on pourra observer une accumulation de déformations plastiques incrémentales ( $\delta\varepsilon_p$ , au cours de chaque cycle) Seule l'adaptation garantit une bonne tenue en fatigue : Carter (2005), Abel-Karim (2005). La mesure des déformations plastiques intervenant après la première mise en charge constitue donc

une information importante pour l'étude de l'intégrité d'une structure. Les déformations plastiques associées à chaque cycle peuvent être relativement faibles, ce qui justifie l'utilisation d'un instrument de mesure possédant une grande sensibilité : Muscat *et al.*(2003).

Dans ce travail, nous avons réalisé la mesure du champ de déformations plastiques correspondant au 30<sup>ème</sup> cycle pour plusieurs éprouvettes percées soumises à un chargement de traction cyclique d'amplitude variable. Cette géométrie est couramment utilisée pour tester les différents modèles numériques ou analytiques destinés à étudier les conditions d'adaptation d'une pièce (différents exemples sont donnés par : Abel-Karim (2005)). Notre objectif consiste donc à déterminer expérimentalement les conditions d'adaptation de cette structure.

Les mesures ont été réalisées par interférométrie de speckle. Cette technique permet d'obtenir le champ de déplacement à la surface d'une pièce avec une sensibilité interférométrique : Rastogadi (2001), Jones *et al.*(1976), Moore *et al.*(1990). Les mesures de déplacements ont été réalisées le long de l'axe de traction (y).

## 2 Conditions d'adaptation d'une structure, théorème de Melan

Pour une structure constituée d'un matériau obéissant à une loi d'écrouissage cinématique, les conditions dans lesquelles on pourra observer l'adaptation sont données conformément au théorème de Melan (Melan (1936), Stein *et al.*(1994)) par la condition suivante :

s'il existe un facteur  $\beta > 1$  et une distribution de contraintes résiduelles effectives représentée par le tenseur  $\mathbf{R}(\mathbf{M})$  tels qu'en tout instant :

$$\varphi(\beta\sigma_{EL}(\mathbf{M}) + \mathbf{R}(\mathbf{M})) \leq \sigma_e^2 \quad (1)$$

la structure s'adaptera.

où  $\mathbf{M}$  est un point quelconque de la structure,  $\sigma_e$  est la limite d'élasticité initiale,  $\sigma_{EL}$  est le tenseur des contraintes qui correspondrait à une réponse élastique de la structure et  $\varphi$  est la fonction de charge. Dans la suite, nous utiliserons le critère de plasticité de Von-Mises.

$$\mathbf{R}(\mathbf{M}) = \boldsymbol{\rho}(\mathbf{M}) - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{M}) \quad (2)$$

où  $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{M})$  est la variable tensorielle d'écrouissage cinématique,  $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{M})$  est le tenseur des contraintes résiduelles réelles.

L'équation 1 peut s'interpréter de la façon suivante : il s'agit de trouver l'élargissement maximal du domaine élastique  $S_E$  et la translation correspondante de la surface de charge afin que  $S_E$  soit toujours inclus dans la surface de charge translatée. En pratique, l'étude peut être limitée au(x) point(s) pour le(s)quel(s) l'élargissement possible du domaine élastique est le plus petit. A la limite de l'adaptation on a  $\beta=1$ .

## 3 Dispositif expérimental, sensibilité et précision

Les éprouvettes sont en acier ES d'Arcelor. La FIG. 2 montre la forme de l'éprouvette ( $L=180\text{mm}$ ,  $e=1.5\text{mm}$ ,  $l=18\text{mm}$  et  $d=5\text{mm}$ ). La limite d'élasticité  $\sigma_e$  vaut  $R_{p0.2} = 181\text{MPa}$ , à partir d'une déformation résiduelle de 0.2%, et  $R_{p0.1} = 167\text{MPa}$  à partir d'une déformation résiduelle de 0.1%.

L'effort a été appliqué grâce à une machine de traction. L'éprouvette est illuminée par deux faisceaux symétriques qui proviennent du même laser de longueur d'onde  $\lambda=0,6328 \mu\text{m}$ . Le montage optique est décrit dans : Leendertz (1970). On note  $\theta$  l'angle entre ces deux faisceaux et la surface de mesure sur l'éprouvette. La mesure des déplacements est effectuée selon l'axe de la traction (y).

Pour augmenter la réflectivité de la surface et pour éviter la décorrélation des figures de speckle due au changement de rugosité au début de la plasticité, nous avons appliqué un revêtement blanc à la surface de mesure.

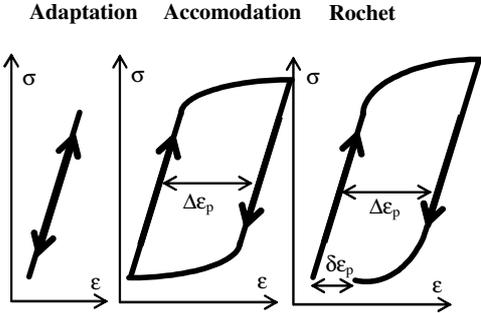


FIG. 1 – Différentes réponses du matériau

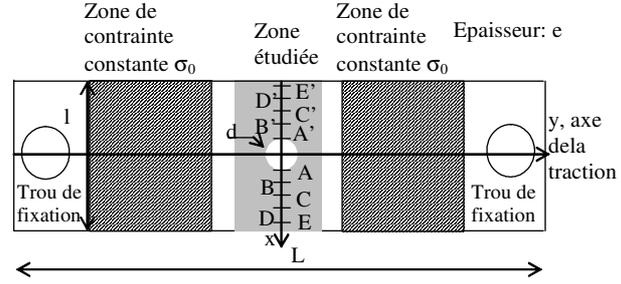


FIG. 2 – Forme de l'éprouvette

Distance à partir du bord du trou, A et A' :  $x=0\text{mm}$ ,  
B et B' :  $x=0,5\text{mm}$ , C et C' :  $x=1\text{mm}$ , D et D' :  
 $x=1,5\text{mm}$ , E et E'  $x=4,5\text{mm}$

L'intensité lumineuse correspondant à l'interférence des figures de speckle associées à chaque faisceau est donnée par (Rastogadi (2001), Jones *et al.*(1976), Moore *et al.*(1990)) :

$$I_1 = I_0(x, y) + I_M(x, y)\cos(\phi(x, y)). \quad (3)$$

$I_0$ ,  $I_M$  and  $\phi$  sont respectivement : l'intensité moyenne, l'intensité de modulation et la phase, qui est un nombre aléatoire.

Afin de mettre en œuvre la technique du décalage de phase (Nakadate *et al.*(1985), (Rastogadi (2001))), un miroir piézoélectrique est utilisé pour introduire un incrément de déphasage de  $2\pi/5$  sur un des deux faisceaux. Les cartes des intensités  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ , et  $I_5$  correspondant à des déphasages de  $0$ ,  $2\pi/5$ ,  $4\pi/5$ ,  $6\pi/5$ ,  $8\pi/5$  sont donc enregistrées et, finalement, la carte de phase est obtenue grâce à l'équation suivante :

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2(I_4 - I_2)}{I_5 + I_0 - 2I_3}\right). \quad (4)$$

On note  $v(x,y)$  le déplacement selon l'axe des  $y$  engendré par le passage de la force de traction d'un état initial vers un état final. Ce déplacement est directement relié à la différence de phase entre l'état initial et final :

$$\phi_{\text{final}} - \phi_{\text{initial}} = \frac{4\pi \cos(\theta)v(x, y)}{\lambda}. \quad (5)$$

L'enregistrement des cartes de phase correspondant aux états initiaux et finaux permet donc d'obtenir le déplacement  $v(x,y)$  en tous les points de la surface de l'éprouvette. Par exemple la FIG. 3 correspond à une carte de déplacements résiduels noté :  $\delta v(x,y)$ . La carte des déformations correspondante (FIG. 4) est évidemment obtenue par dérivation (Jones *et al.*(1976)).

Le capteur de la caméra possède  $512 \times 512$  pixels. Le champ de mesure est de  $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ , la résolution spatiale est donc de  $100 \mu\text{m}$  environ. Le bruit de mesure a été caractérisé en opérant une soustraction de deux cartes de phase sur une scène statique (Mistou *et al.*(2005)). La carte des déformations ainsi obtenue a un écart type :  $S_e = 0,43 \cdot 10^{-5}$ . Ce dernier résultat fournit un ordre de grandeur de la résolution en déformation.

#### 4 Déformations plastiques sous chargement cyclique

Il est intéressant d'avoir en tête quelques éléments de la solution élastique correspondant à notre géométrie. Cette solution a été déterminée à l'aide d'un code de calcul des structures par

éléments finis. Loin du trou central la contrainte est évidemment uniforme et vaut :  $\sigma_{yy} = (F/e \times l) = \sigma_0$ , où  $F$  est la force de traction et  $\sigma_0$  est la contrainte dans la région considérée (loin du trou). Le maximum de la contrainte équivalente de Von-Mises  $\sigma_v$  est atteint pour les deux points symétriques A et A' définis sur la FIG. 2. Aux points A et A' :  $\sigma_{xx} = \sigma_{xy} = 0$ ,  $\sigma_{yy} = \sigma_v = k\sigma_0$ .

$k$  est le facteur de concentration de contrainte, pour notre géométrie :  $k=3,3$ .

C'est évidemment aux points A et A' que l'élargissement possible du domaine élastique est le plus petit. C'est donc pour ces deux points que le rochet ou la plasticité cyclique apparaîtront pour les plus faibles amplitudes du chargement. Au cours du chargement initial, la limite d'élasticité  $R_{p0.2}$  est atteinte pour une valeur de 148dN de l'effort de traction.

Les éprouvettes ont été soumises à un chargement cyclique à contraintes non-symétriques imposées correspondant à un effort compris entre  $F^{\min}$  et  $F^{\max}$ .  $F^{\min}$  a été fixée à 50 dN. La valeur de  $F^{\max}$  a été changée pour chaque éprouvette de 150dN à 400dN par incrément de 50dN. Pour une éprouvette donnée et donc pour une valeur de  $F^{\max}$ , les cartes de phase ont été enregistrées à  $F^{\min}$  et au milieu du cycle (force moyenne entre  $F^{\min}$  et  $F^{\max}$ ) au cours de la partie ascendante et descendante du 30<sup>ème</sup> cycle. Les soustractions des cartes de phases pour  $F^{\min}$  et pour la force moyenne entre  $F^{\min}$  et  $F^{\max}$  correspondent respectivement au rochet ( $\delta\varepsilon_p$ , FIG. 4) et à la déformation plastique maximale ( $\Delta\varepsilon_p$ , FIG. 5).  $\delta\varepsilon_p$  et  $\Delta\varepsilon_p$  sont définis sur la FIG. 1. Les cartes des déformations ainsi obtenues présentent un aspect partiellement dissymétrique. Cela peut résulter d'un défaut d'alignement du dispositif de chargement qui pourrait introduire une flexion parasite. Compte tenu du caractère non linéaire de la loi de comportement dans la partie plastique, une légère asymétrie de l'effort peut entraîner des différences significatives pour les déplacements résiduels (et donc les déformations) entre les parties gauche et droite de l'éprouvette. Afin de limiter ce problème, les valeurs numériques correspondant aux mesures des déformations ont été calculées à partir de deux points symétriques à gauche et à droite de l'éprouvette. Toutefois, ces incertitudes ne sont pas un obstacle majeur puisque notre but principal est de détecter les conditions dans lesquelles le rochet ou la plasticité cyclique apparaîtront.

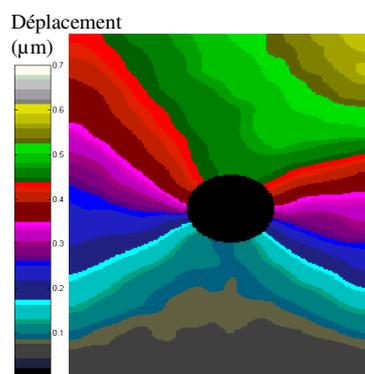


FIG. 3 – Carte des déplacements résiduels  $\delta v(x,y)$  pour le 30<sup>ème</sup> cycle ( $F^{\min}=50$  dN,  $F^{\max}=400$  dN). Ces déplacements correspondent à la soustraction des cartes de phase à  $F^{\min}$ .

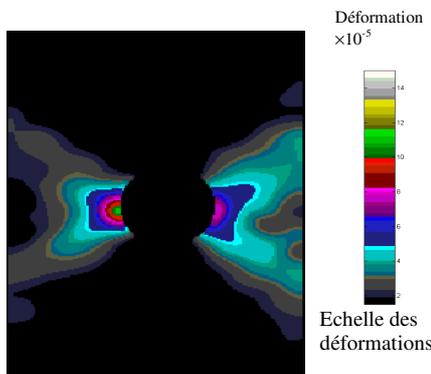


FIG. 4 – Carte des déformations plastiques  $\delta\varepsilon_p$  pour le 30<sup>ème</sup> cycle ( $F^{\min}=50$  dN,  $F^{\max}=400$  dN). Les zones correspondant à une valeur de  $\delta\varepsilon_p$  inférieure à  $3S_e$  ont été laissées en noir.

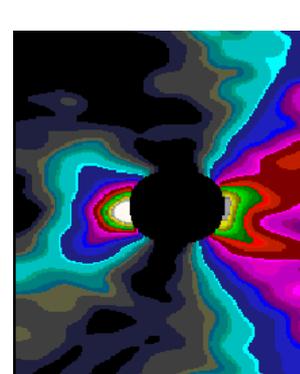


FIG. 5 – Carte des déformations plastiques  $\Delta\varepsilon_p$  pour le 30<sup>ème</sup> cycle ( $F^{\min}=50$  dN,  $F^{\max}=400$  dN). Les zones correspondant à une valeur de  $\Delta\varepsilon_p$  inférieure à  $3S_e$  ont été laissées en noir.

## 5 Conditions expérimentales d'observation de l'adaptation

L'évolution de la déformation correspondant au rochet ( $\delta\epsilon_p$ ) en fonction de  $F^{\max}$  a pu être tracée en différents points de l'éprouvette (FIG. 6). Ces courbes montrent que le phénomène de rochet commence pour une valeur de  $F^{\max}$  comprise entre 250 et 300 dN. Par exemple au point A, pour  $F^{\max}=300$ dN, la déformation  $\delta\epsilon_p$  vaut  $1.38 \cdot 10^{-5}$ , ce qui est voisin de  $3S_e=1.29 \cdot 10^{-3}$ . La FIG. 7 représente la déformation plastique maximale ( $\Delta\epsilon_p$ ) et le rochet ( $\delta\epsilon_p$ ) au point A en fonction de  $F^{\max}$ . La valeur de  $\Delta\epsilon_p$  vaut  $4.36 \cdot 10^{-5}$  ( $> 10S_e$ ) pour  $F^{\max}=300$  dN et  $0,6 \cdot 10^{-5}$  ( $\approx 1.5S_e$ ) pour  $F^{\max}=250$  dN. Cela montre également que la limite de l'adaptation est comprise entre ces deux valeurs de  $F^{\max}$ .

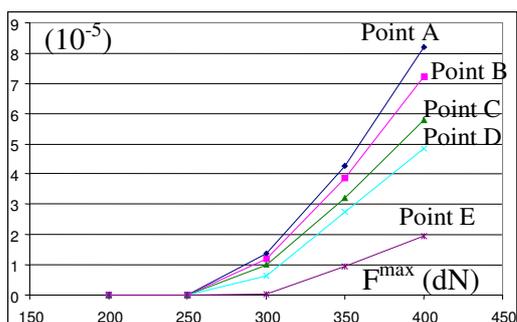


FIG. 6 – Déformation de rochet  $\delta\epsilon_p$  en fonction de  $F^{\max}$  aux points A, B, C, D et E.

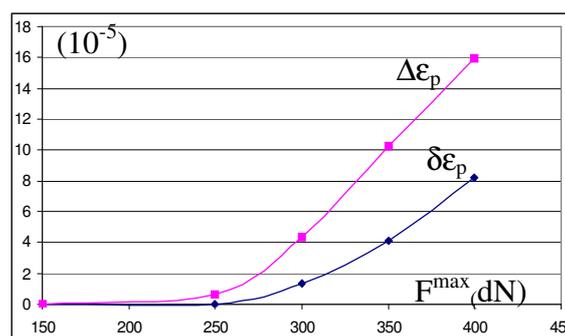


FIG. 7 – Déformations  $\delta\epsilon_p$  et  $\Delta\epsilon_p$  en fonction de  $F^{\max}$  au point A.

## 6 Discussion

Au point A seule la composante  $\sigma_{yy}$  du tenseur des contraintes élastiques a une valeur non nulle. En ce point, l'amplitude maximale possible de  $\sigma_{yy}$  afin que le point représentatif des contraintes reste inclus dans la surface de charge translatée est  $2\sigma_e$ . La valeur maximale de  $F_M^{\max}$  correspondant à la limite de l'adaptation est donc donnée, conformément au théorème de

$$\text{Melan, par : } k \frac{F_M^{\max} - F^{\min}}{e \times l} = 2\sigma_e \Rightarrow \sigma_e = \frac{k}{2} \frac{F_M^{\max} - F^{\min}}{e \times l}$$

Or d'après le paragraphe précédent,  $F^{\max}=300\text{dN} \geq F_M^{\max}$ . Cette valeur correspond donc à une valeur expérimentale de la limite d'élasticité  $\sigma_e^{\text{exp}} \leq 153\text{MPa}$ . La sensibilité de l'interférométrie de speckle permet donc d'obtenir une valeur expérimentale de la limite d'élasticité sensiblement inférieure à  $R_{P0.1}$  ou  $R_{P0.2}$ .

## 7 Conclusion et perspectives

Grâce à sa sensibilité de mesure, l'interférométrie de speckle permet donc de déterminer expérimentalement les conditions d'adaptation d'une plaque percée en acier ductile ES sous chargement cyclique. Cette géométrie est un exemple classique de ce type d'étude. La procédure utilisée dans ce travail pourrait permettre de déterminer expérimentalement une valeur de la limite d'élasticité utilisable par les codes de calcul destinés à déterminer les conditions d'adaptation d'une structure. La valeur ainsi trouvée garantirait que, pendant les différents cycles, aucune déformation plastique ayant un ordre de grandeur détectable par interférométrie de speckle ne se manifeste.

## Références

- Abel-Karim, M. 2005 Shakedown of complex structures according to various hardening rules, *International journal of Pressure Vessels and Piping*, **82**, 427-458.
- Carter, P. 2005 Analysis of cyclic creep and rupture. Part 1: bounding theorems and cyclic reference stresses, *International journal of Pressure Vessels and Piping*, **82**, 15-26.
- Jones, R. 1976 The design and application of a speckle pattern interferometer for total strain field measurement» *optics and Laser Technology*, **8** (5), 215-219.
- E. Melan, Theorie statisch unbestimmter systeme aus ideal-plastischem Baustoff, Sitber Akad Wiss, Wien, Abt IIA 145 (1936), pp. 195–218.
- Moore, A.J. & Tyrer, J.R. 1990 An Electronic Speckle Pattern Interferometer for complete in plane displacement measurement, *Measurement, Science and Technology*, **1**, 1024-1030.
- Muscat, M., Mackenzie, D. & Hamilton R. 2003 Evaluating shakedown under proportional loading by non-linear static analysis, *Computers & Structures*, **81**, 1727-1737.
- Mistou, S. & Surrel, Y. 2005 Caractérisation métrologiques des systèmes optiques de mesures de champs cinématiques, *17ème congrès français de mécanique*, Troyes.
- Leendertz, J.A. 1970 Interferometric measurement on scattering surfaces using speckle effect, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, **3**, 214-218.
- Nakadate, S. & Saito, H. 1985 Fringe Scanning Speckle Interferometry, *Applied Optics*, **24** (14), 2172-2180.
- Rastogadi, P.K. 2001 Digital Patern Interferometry and Related Techniques, ISBN : 0 0471 490520, Wiley, Chichester.
- Stein, E. & Huang, Y. 1994 An Analytical Method for shakedown problems with linear kinematic hardening materials, *International Journal of Solids and Structures*, **31**, 18, 2433-2444.