

## Corrélation Volumique par Tomographie Optique et Photoélasticimétrie 3D pour l'étude des effets mécaniques tridimensionnels

Arnaud Germaneau, Pascal Doumalin & Jean-Christophe Dupré

Université de Poitiers

Laboratoire de Mécanique des solides, UMR 6610

Téléport 2, Boulevard Pierre et Marie CURIE – 86960 Futuroscope Chasseneuil, France  
germaneau@lms.univ-poitiers.fr, doumalin@lms.univ-poitiers.fr, dupre@lms.univ-poitiers.fr

### Résumé :

On présente deux méthodes d'investigation en volume pour l'analyse de la réponse mécanique tridimensionnelle (3D) de structures modèles transparentes : la photoélasticimétrie 3D par découpage optique et la corrélation volumique par tomographie optique. Ces deux techniques sont basées sur le phénomène de la lumière diffusée provoqué par des marqueurs aléatoirement répartis dans le matériau. Chacune de ces deux techniques utilise des propriétés particulières de la lumière diffusée, ce qui implique des champs d'application spécifiques et d'éventuelles limitations. On présente une première comparaison de ces deux techniques sur un test de compression localisée avec un appui sphérique sur un bloc parallélépipédique. Les résultats montrent que la corrélation volumique est mieux adaptée que la photoélasticimétrie 3D pour la mesure de grandes déformations. Dans le cas de petites déformations où la corrélation est limitée par son incertitude de mesure (0,1%), la photoélasticimétrie 3D s'avère plus performante.

### Abstract :

We show two methods based on optical properties of the scattered light allowing the analysis of three-dimensional (3D) mechanical problems from transparent model materials: 3D scattered light photoelasticity and optical scanning tomography coupled to digital volume correlation, the 3D extension of Digital Image Correlation. Both techniques are based on scattered light by randomly distributed marks. Each method uses particular scattered light properties which involve fields of application and limitations. We present a first comparison of these methods on a compression test performed with a spherical model. The obtained results show that digital volume correlation is better adapted for large strains than 3D photoelasticity. However, the latter gives better results for small strain values where correlation is limited by his strain measurement uncertainty (0.1%).

**Mots-clefs : Corrélation volumique, Photoélasticimétrie 3D, Mesure de déformations 3D**

### 1 Introduction

Actuellement, la conception de pièces mécaniques tridimensionnelles est réalisée grâce à une approche numérique par éléments finis validées ensuite par des mesures expérimentales effectuées à la surface de l'échantillon étudié. Cependant, dans le cas de structures avec une géométrie complexe ou sollicitées par un chargement tridimensionnel (3D), il peut être nécessaire de valider l'approche numérique par des mesures expérimentales de champs complets de déplacement ou de déformation dans le volume. Dans cet article, nous présentons deux techniques permettant d'étudier la réponse mécanique tridimensionnelle de structures : la photoélasticimétrie 3D par découpage optique (Dupré & Lagarde (1997), Plouzenec *et al.* (1995) (1998), Zenina *et al.* (1999)) et la corrélation volumique par tomographie optique (Doumalin *et al.* (2004), Bornert *et al.* (2005), Germaneau *et al.* (2006) (2007a-b)). Ces deux techniques sont basées sur le phénomène de la lumière diffusée par des marqueurs aléatoirement répartis dans une structure modèle constituée en un matériau transparent. Néanmoins, chacune de ces deux techniques utilise des propriétés particulières de la lumière diffusée, ce qui implique des champs d'application spécifiques et d'éventuelles limitations. La première permet d'obtenir les différences de contraintes (ou de déformations) principales secondaires à l'intérieur de l'échantillon. La seconde donne les déplacements 3D de points répartis à l'intérieur de la pièce étudiée. Le but de ce travail est de déterminer les limitations, les avantages et les inconvénients

de ces deux méthodes pour nous permettre de choisir la mieux adaptée à une situation donnée. Dans cet article, nous exposons tout d'abord le principe de chaque technique. On présente ensuite une comparaison de ces deux méthodes sur un essai mécanique entraînant des effets tridimensionnels : un essai de compression localisée à appui sphérique.

## 2 Photoélasticimétrie 3D par découpage optique

Le principe de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique repose sur les phénomènes de polarisation de la lumière diffusée et de biréfringence des matériaux transparents. Elle consiste à isoler un feuillet dans l'échantillon entre deux faisceaux plans laser (Fig. 1) (Dupré & Lagarde (1997), Plouzenec *et al.* (1995) (1998)). Pour obtenir ces deux plans, le montage optique est constitué d'une source laser, d'un dispositif de séparation du faisceau, d'une lentille convergente et d'une lentille cylindrique. Une caméra CCD placée perpendiculairement à la direction des deux plans laser permet d'enregistrer la lumière diffusée. Les possibilités d'interférences entre les faisceaux diffusés par les deux plans sont fonction de leurs polarisations et de la différence de chemin optique entre les deux plans, c'est-à-dire de la biréfringence du feuillet isolé. L'intensité de la lumière diffusée par les deux faisceaux peut se décomposer en une partie cohérente et polarisée donnant un phénomène de speckle laser, et une partie non cohérente et non polarisée sous forme d'un fond continu. On note  $I_1$  et  $I_2$ , l'intensité de chacun des faisceaux, qui peut alors se décomposer en deux parties correspondant respectivement aux intensités du fond continu ( $I_{1F}$  et  $I_{2F}$ ) et à celles provoquées par le phénomène de speckle laser ( $I_{1g}$  et  $I_{2g}$ ). On exprime aussi l'intensité totale  $I$  résultant des deux faisceaux :

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_{1g}}\sqrt{I_{2g}}\gamma\cos(\psi_1 + \psi_2 + \eta) \\ I_1 = I_{1F} + I_{1g} \\ I_2 = I_{2F} + I_{2g} \end{cases} \quad (2)$$

où  $\psi_1$  et  $\psi_2$  sont les phases aléatoires des champs de granularité  $I_{1g}$  et  $I_{2g}$ ,  $\eta$  est une fonction des caractéristiques optiques du feuillet.  $\gamma$  est le facteur de corrélation des deux champs de speckle et est donné par (Dupré & Lagarde (1997)) :

$$\gamma^2 = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (3)$$

L'état de biréfringence est supposé constant dans l'épaisseur du feuillet. Il peut alors être décrit par le tenseur bidimensionnel (2D) des indices optiques qui est la projection du tenseur 3D dans le plan médian du feuillet. La différence des indices principaux secondaires sur le feuillet isolé ( $n_1 - n_2$ ) peut être reliée à la différence des contraintes principales secondaires ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) en utilisant les relations de Maxwell ou à la différence des déformations principales secondaires ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ) à l'aide des lois de Neumann.  $\alpha$  est l'orientation des directions principales secondaires de ce tenseur et,  $n_1$  et  $n_2$  ses valeurs principales. La biréfringence se définit alors par le paramètre  $\varphi$  donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi e}{\lambda} C(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{2\pi e}{\lambda} K(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (4)$$

où  $e$  est l'épaisseur du feuillet et  $\lambda$  la longueur d'onde de la lumière utilisée.  $C$  et  $K$  sont les constantes photoélastiques du matériau étudié déterminées expérimentalement sur un essai mécanique de traction (Germaneau *et al.* (2007c)). L'équation (3) est similaire à l'expression de l'intensité lumineuse obtenue dans un polariscope plan pour une étude 2D. Après l'analyse de la lumière diffusée, nous allons donc observer des franges équivalentes à celles que nous pourrions obtenir dans le cas d'une étude photoélastique 2D (franges isoclines et isochromes). Les franges photoélastiques ne sont pas visualisées directement avec l'intensité  $I$  car l'intensité de la lumière diffusée correspond à un champ de granularité car  $I_{1g}$ ,  $I_{2g}$ ,  $\psi_1$  et  $\psi_2$  sont des valeurs aléatoires.

La détermination du facteur de corrélation et des franges photoélastiques se fait donc par une analyse statistique sur le champ de speckle (Dupré & Lagarde (1997)). En pratique, la détermination du facteur de corrélation nécessite l'enregistrement de 3 images correspondant au champ diffusé d'un plan laser seul ( $I_1$ ), du deuxième plan laser seul ( $I_2$ ) et des deux plans laser en même temps ( $I$ ).

### 3 Corrélation volumique par tomographie optique

La corrélation volumique est l'extension 3D de la corrélation d'images 2D qui est couramment utilisée pour la mesure des déplacements en surface (Chu *et al.* (1985), Bruck *et al.* (1989)). La corrélation volumique a tout d'abord été appliquée à des images volumiques acquises par tomographie à rayons X (Bay *et al.* (1999), Smith *et al.* (2002), Verhulp *et al.* (2004)) et a été récemment couplée avec la tomographie optique (Doumalin *et al.* (2004), Bornert *et al.* (2005), Germaneau *et al.* (2006) (2007a-b)). La corrélation volumique permet de mesurer le champ de déplacement entre deux états mécaniques au cœur de l'échantillon étudié. Le déplacement de chaque point d'une grille tridimensionnelle (définie à l'état initial) est calculé par corrélation des niveaux de gris des voxels au voisinage du point considéré défini par un sous-volume  $D$  appelé domaine de corrélation. En notant  $\underline{X}$  et  $\underline{x}$  les coordonnées d'un même point respectivement à l'état initial et à l'état déformé, on relie les deux configurations par une transformation matérielle 3D:  $\underline{x} = \phi(\underline{X})$ . Cette transformation matérielle peut être assimilée à un déplacement de solide rigide ou à une translation combinée avec un gradient local (Germaneau *et al.* (2007a-b)). Celui-ci prend alors en compte la rotation de solide rigide et la déformation locale homogène du sous-volume  $D$ . Les meilleurs paramètres caractérisant la transformation matérielle sont ceux qui minimisent un coefficient de corrélation  $C$  dont la formulation choisie est insensible aux variations de luminosité ou de contraste qui peuvent apparaître entre les deux images :

$$C = 1 - \frac{\sum_{\underline{X} \in D} (f(\underline{X}) - \bar{f}_D) \cdot (g(\phi(\underline{X})) - \bar{g}_D)}{\sqrt{\sum_{\underline{X} \in D} (f(\underline{X}) - \bar{f}_D)^2} \cdot \sqrt{\sum_{\underline{X} \in D} (g(\phi(\underline{X})) - \bar{g}_D)^2}} \quad (9)$$

où  $f$  et  $g$  sont les niveaux de gris des images respectivement à l'état initial et à l'état déformé,  $\bar{f}_D$  et  $\bar{g}_D$  sont leurs valeurs moyennes sur  $D$  et  $\phi(D)$ . Le calcul des variations des niveaux de gris entre deux voxels adjacents dans l'image déformée est effectué par une interpolation trilineaire, ce qui permet d'avoir une précision subvoxel sur la position finale du sous-volume. Celle-ci est obtenue par une procédure automatique de minimisation du premier gradient à partir d'une estimation au voxel près effectuée par un calcul systématique direct (Germaneau *et al.* (2007a-b)).

La corrélation volumique donne un champ de déplacement discret (déplacements des centres des sous-volumes). En chaque point, il est alors possible de déterminer par différences finies (Germaneau *et al.* (2007a-b)) toutes les composantes du tenseur gradient de la transformation  $\underline{E}$  et d'en déduire le tenseur complet de Green-Lagrange  $\underline{E}$ . La méthode développée pour réaliser des investigations volumiques dans les matériaux transparents est basée sur le phénomène de la lumière diffusée produite par des particules aléatoirement distribuées dans le volume. A chaque état de charge, on fait l'acquisition d'une image volumique en balayant l'éprouvette avec un faisceau plan laser et une table de translation micrométrique motorisée. Le montage expérimental est le même que celui utilisé pour la photoélasticimétrie 3D excepté qu'un seul faisceau est utilisé (Fig. 1). Pour chaque position du faisceau dans l'éprouvette, on enregistre une image 2D de la section illuminée où apparaît un motif aléatoire provoqué par les particules. La succession des images 2D ainsi acquises forme une image volumique (Fig. 2). Pour obtenir des voxels cubiques dans l'image volumique, la résolution spatiale de la caméra CCD (résolution dans le plan  $\underline{x}$ - $\underline{y}$ ) doit être égale au pas imposé entre deux coupes successives dans la

direction  $z$ . De plus, l'épaisseur du plan laser doit aussi être égale au pas imposé entre deux coupes successives pour garantir un taux de remplissage du voxel égal à 1.

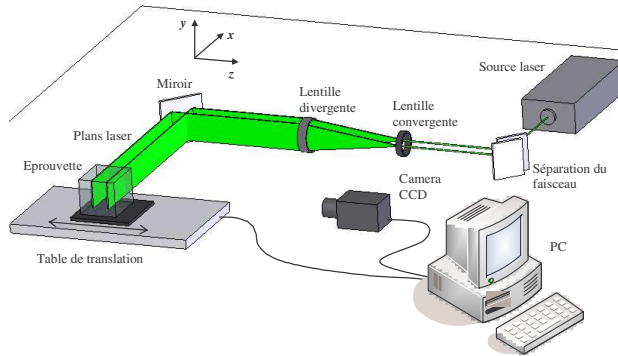


Figure 1. Dispositif expérimental

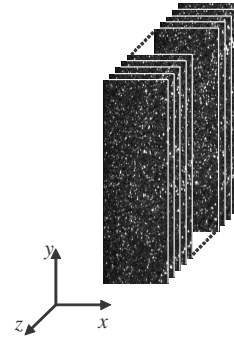


Figure 2. Image volumique

#### 4 Application

Les deux méthodes sont basées sur la lumière diffusée mais elles n'emploient pas les mêmes propriétés optiques qui dépendent de la source lumineuse et des particules incluses dans le matériau. La photoélasticimétrie 3D utilise les propriétés de polarisation de la lumière diffusée. Celle-ci est polarisée si la taille des particules incluses est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde de la lumière utilisée (Loi de Rayleigh). Ainsi, les échantillons destinés à la photoélasticimétrie contiennent une faible quantité (0,05%) de poudre de silice ayant une taille de quelques microns. Le motif obtenu est alors un champ de speckle laser dû aux interférences de la lumière diffusée par chaque particule. En revanche, pour la corrélation volumique par tomographie optique, le phénomène de speckle laser doit être éliminé. Sinon les déplacements doivent être faibles (quelques dizaines de microns) et l'indice optique du matériau ne doit pas varier pour ne pas modifier la différence de marche entre les faisceaux diffusés. Une meilleure incertitude de mesure (Germaneau *et al.* (2006) (2007a)) est donc obtenue en utilisant des particules avec une taille plus grande que la longueur d'onde pour ne pas se trouver dans les conditions de Rayleigh. Nous avons employé de la poudre de polyamide dont les particules ont une taille comprise entre 150 et 200  $\mu\text{m}$ . Dans ce cas, le motif observé est directement dû à l'éclairage et la diffusion non polarisée des particules et non aux interférences. Pour étudier les champs d'application et les performances des deux méthodes, nous avons réalisé un essai de compression localisée avec un appui sphérique. Pour cela, deux échantillons (ayant pour dimensions  $50 \times 35 \times 24 \text{ mm}^3$ ) ont été fabriqués en résine époxy dont les propriétés sont bien adaptées à l'étude de structures (comportement élastique linéaire) : un destiné à la mesure par corrélation volumique et l'autre analysé par photoélasticimétrie 3D. Le module d'Young est similaire pour les deux modèles ( $2700 \pm 10 \text{ MPa}$ ) et les conditions aux limites sont les mêmes dans les deux cas avec notamment un chargement imposé égal à 150 daN. Pour la tomographie optique, en rapport avec la taille de l'échantillon et celle des particules, la résolution spatiale est de 60  $\mu\text{m}/\text{voxel}$ . La corrélation volumique est utilisée avec un domaine de corrélation ayant une taille de  $31 \times 31 \times 31 \text{ voxels}^3$  et un pas de la grille 3D égal à 20 voxels. Pour avoir une base de mesure équivalente avec la photoélasticimétrie 3D, l'épaisseur du feuillet entre les deux plans laser est fixée à 4 mm et le pas entre deux feuillets analysés est égal à 2 mm. La différence la plus significative entre les deux méthodes est liée à la procédure de mesure et aux données obtenues. La corrélation volumique donne toutes les composantes du champ de déplacement après quelques heures de calcul (Fig. 3-a) tandis que la photoélasticimétrie 3D permet d'observer les franges photoélastiques quasiment en temps réel (Fig. 3-b). Néanmoins, ces franges sont les isovaleurs des différences des contraintes (ou déformations) principales secondaires et un processus d'analyse de franges est nécessaire pour obtenir leurs valeurs numériques (Zenina *et al.* (1999)). Pour comparer plus précisément les valeurs obtenues, il est donc nécessaire de



choisir les mêmes données dans les deux cas. Nous avons donc calculé la différence de déformations principales secondaires à partir des franges photoélastiques sur une ligne **A-B** pour des positions successives dans l'épaisseur de l'échantillon (Fig. 4-a). Nous avons déterminé les positions correspondant aux extrema des franges avec une incertitude de mesure inférieure à 0,05 mm. A partir du champ de déplacement obtenu par corrélation volumique en chaque point d'une grille 3D, on calcule le tenseur complet de déformation (la composante suivant l'axe  $y$  est représentée sur Fig. 3-c) et nous en déduisons la différence de déformations principales secondaires sur la même ligne **A-B** sur toute l'épaisseur de l'échantillon (Fig. 4-b). La figure 4-c présente les profils des différences des déformations principales secondaires dans le plan médian suivant l'épaisseur de l'échantillon. Cet essai montre que la corrélation volumique semble être mieux adaptée pour de grandes déformations que la photoélasticimétrie 3D qui est limitée près de la zone de contact. Dans cette zone, la partie hachurée sur la figure 4-b correspond à des points non calculés à cause d'un nombre trop important de franges. Notons également la présence d'une zone indéterminée avec la corrélation volumique (zone hachurée sur la figure 4-a) à cause de l'ombre provoquée par l'appui sphérique. En dehors de la zone située près de l'appui, la photoélasticimétrie donne de meilleurs résultats pour de petites déformations dont les valeurs sont du même ordre de grandeur que l'incertitude de mesure de la corrélation (0.1% (Germaneau *et al.* (2007a-b))).

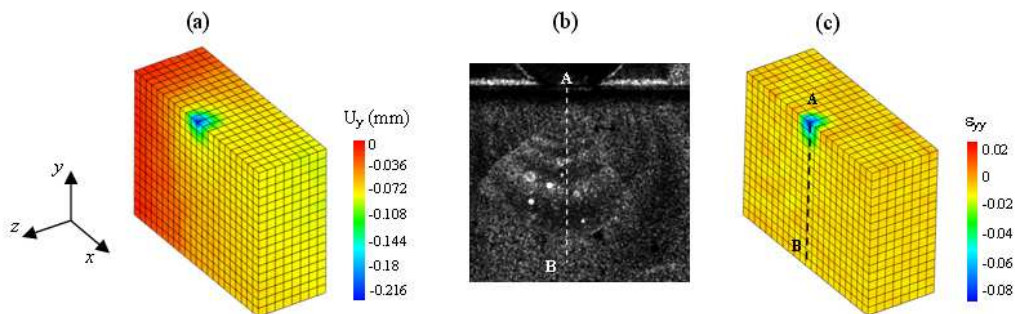


Figure 3. (a) Déplacement suivant  $y$  obtenu par corrélation volumique ; (b) Franges isochromes obtenues par photoélasticimétrie 3D dans le plan médian ; (c) Composante  $\epsilon_{yy}$  du tenseur des déformations obtenue à partir du champ de déplacement mesuré par corrélation volumique.

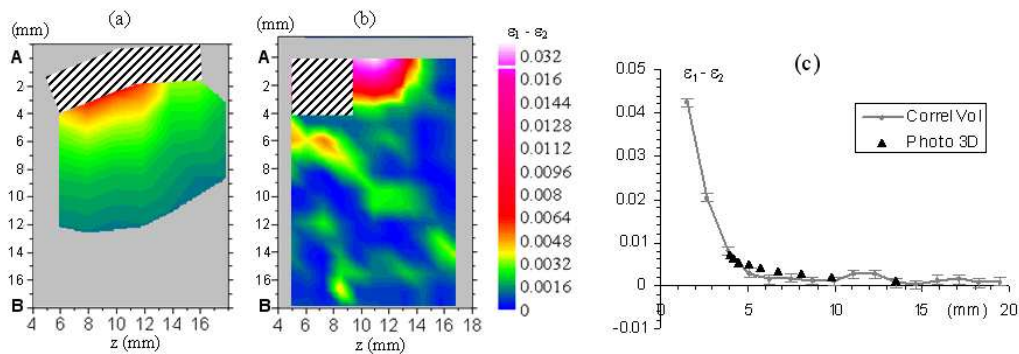


Figure 4. Différence de déformations principales secondaires dans l'épaisseur sur la ligne **A-B** déterminée (a) à partir des franges photoélastiques, (b) à partir du champ de déplacement donné par la corrélation volumique ; (c) profils dans le plan médian de l'échantillon.

## 6 Conclusion

La photoélasticimétrie 3D par découpage optique et la corrélation volumique par tomographie optique permettent d'analyser les effets mécaniques 3D dans des structures modèles fabriquées dans un matériau transparent. Nous montrons une application de ces deux méthodes sur un essai de compression localisée à appui sphérique où les deux méthodes sont

complémentaires. En effet, pour de petites déformations, la photoélasticimétrie 3D est mieux adaptée et elle permet de visualiser rapidement l'état de contrainte à l'intérieur d'une structure. En revanche, la corrélation volumique, qui est plus coûteuse en temps, présente de meilleures performances en grandes déformations et donne directement toutes les composantes du champ de déformations. Ces deux méthodes sont donc complémentaires, très utiles et efficaces pour l'analyse de problèmes 3D comme par exemple pour l'analyse de problèmes mécaniques en aéronautique (Peyruseigt *et al.* (2007)).

## References

- Bay, B.K., Smith, T.S., Fyrhie, D.P. & Saad, M. 1999 Digital Volume Correlation: three-dimensional strain mapping using X-ray tomography. *Exp. Mech.* **39(3)**, 217-226
- Bornert, M., Chaix, J.M., Doumalin, P., Dupré, J.C., Fournel, T., Jeulin, D., Maire, E., Moreaud, M. & Moulinec, H. 2005 Mesure tridimensionnelle de champs cinématiques par imagerie volumique pour l'analyse des matériaux et des structures. *I2M* **3-4**, 43-88
- Bruck, H.A., McNeill, S.R., Sutton, M.A. & Peters, W.H. 1989 Digital Image Correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction. *Exp. Mech.* **29(2)**, 261-267
- Chu, T.C., Ranson, W.F., Sutton, M.A. and Peters, W.H. 1985 Applications of Digital Image Correlation techniques to experimental mechanics. *Exp. Mech.* **25(3)**, 232-244
- Doumalin P., Drouot J., Dupré J. C., 2004, "Mesure du champ de déformation par corrélation d'images tridimensionnelles : application aux matériaux transparents", In Proc. Photomécanique 2004, 4- 6 mai 2004, Albi, France.
- Dupré, J.C. & Lagarde, A. 1997 Photoelastic analysis of a three-dimensional specimen by optical slicing and digital image processing. *Exp. Mech.* **37(4)**, 393-397
- Germaneau, A., Doumalin, P. & Dupré J.C. 2006 Improvement of accuracy of strain measurement by Digital Volume Correlation for transparent materials. In Proc. of Photomechanics 2006, edited by M. Grédiac and J. Huntley, Clermont Ferrand, France
- Germaneau, A., Doumalin, P. & Dupré J.C. 2007a 3D Strain field Measurement by correlation of volume images using scattered light: recording of images and choice of marks. *Strain* (A paraître)
- Germaneau, A., Doumalin, P. & Dupré J.C. 2007b Full 3D measurement of strain field by scattered light for analysis of structures. *Exp. Mech.* (A paraître)
- Germaneau, A., Doumalin, P. & Dupré, J.C. 2007c 3D Photoelasticity and Digital Volume Correlation applied to 3D mechanical studies. In Proc. ICEM 13, Alexandroupolis, Grèce.
- Peyruseigt, F., Germaneau, A., Mistou, S., Doumalin, P. & Dupré, J.C. 2007 Etude de la répartition des efforts dans les rotules aéronautiques : Modélisation numérique et validation expérimentale. In Proc. CFM 2007, Grenoble, France.
- Plouzenec, N., Dupré, J.C. & Lagarde, A. 1995 "Découpage optique et analyse d'images en photoélasticimétrie tridimensionnelle à champ complet", In Proc. CFM 1995, Strasbourg.
- Plouzenec, N., Dupré, J.C. & Lagarde, A. 1998 Visualisation of photoelastic fringes within three dimensional specimens using an optical slicing method. In IUTAM Symposium on Advanced Optical Methods and Applications in Solid Mechanics, A. Lagarde (Ed.) Poitiers (France), pp. 41-48, Kluwer Academic Publishers
- Smith, T.S., Bay, B.K. & Rashid, M.M. 2002 Digital volume correlation including rotational degrees of freedom during minimization. *Exp. Mech.* **42(3)** 272-278
- Verhulp, E., Rietbergen, B. & Huijkes, R. 2004 A three-dimensional Digital Image Correlation technique for strain measurements in microstructures. *J. of Biomech.* **37**, 1313-1320
- Zenina, A., Dupré, J.C. & Lagarde, A, 1999 Nouvelle méthode expérimentale pour la séparation d'isochromes et d'isostatiques dans un milieu photoélastique découpé optiquement, In Proc. CFM 1999, Toulouse, France.
- Zenina, A., Dupré, J.C. & Lagarde, A. 1999 Separation of isochromatic and isoclinic patterns of a slice optically isolated in a 3-D photoelastic medium. *Eur. J. of Mech. A/Solids* **18**, 633-640