

Évaluation métrologique d'algorithmes de corrélation d'images numériques

Groupe de travail « Métrologie » du GDR CNRS 2519 « MCIMS »^a
présenté par Michel Bornert^b

^a GDR « Mesures de Champs et Identification en Mécanique des Solides »,
<http://www.ifma.fr/lami/gdr2519/>

^bLaboratoire de Mécanique des Solides, École polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex
bornert@lms.polytechnique.fr

Résumé :

Les techniques optiques d'extensométrie de champ utilisant la corrélation d'images numériques connaissent une popularité grandissante. On propose une méthodologie d'évaluation des performances métrologiques des traitements d'images qui en constituent la composante centrale, dont la connaissance est nécessaire pour une bonne maîtrise de l'ensemble du dispositif de mesure. Elle repose sur la synthèse d'images représentatives de mouchetis réels, déformées selon un champ de déplacement sinusoïdal, d'amplitude et de période variables, et l'analyse statistique des écarts entre valeurs imposées et mesurées. Elle a été mise en œuvre sur plusieurs outils logiciels utilisés dans la communauté française. Les résultats révèlent des tendances générales relativement indépendantes des implémentations mais fortement corrélées aux hypothèses des algorithmes sous-jacents. Divers régimes d'erreur sont mis en évidence, pour lesquels on peut préciser la dépendance des incertitudes vis-à-vis des paramètres des algorithmes, comme la taille de la fenêtre de corrélation et la forme de la transformation locale.

Abstract :

Optical full field measurement techniques based on digital image correlation get more and more popular. We propose a methodology for the assessment of the metrological performances of the image processing algorithms that constitute their central component, the knowledge of which is required for a global assessment of the whole measurement system. It is based on the generation of synthetic images representative of real speckle patterns, deformed according to a sinusoidal displacement field with varying amplitude and period, and the statistical analysis of the discrepancies between imposed and measured values. It has been applied to various softwares used in the french community. Results show general tendencies rather independent from the implementations but strongly correlated with the assumptions of the underlying algorithms. Various error regimes are identified, for which the dependence of the accuracy with the parameters of the algorithms, such as correlation window size or shape functions can be precised.

Mots-clefs :

Corrélation d'images numériques, incertitudes, simulation

1 Introduction

Alors que l'emploi des techniques d'extensométrie par corrélation d'images numériques (CIN) pour l'analyse expérimentale des matériaux et des structures tend à se généraliser, la caractérisation métrologique complète de ces systèmes reste une question ouverte. L'objectif principal du groupe de travail¹ « métrologie » du GDR CNRS 2519 MCIMS est de contribuer à une meilleure compréhension de l'origine des incertitudes de mesure des systèmes optiques et à leur maîtrise. Bien que le logiciel de CIN ne soit qu'un élément parmi d'autres de la chaîne

¹Les principaux acteurs du projet ayant conduit aux résultats présentés ici sont : M. Grédiac (Univ. Clermont-Ferrand), Y. Surrel (Visuol Technologies), P. Vacher (Univ. Savoie), S. Mistou (ENIT), J.C. Dupré, F. Brémand et P. Doumalin (Univ. Poitiers), F. Hild (ENS Cachan), M. Bornert (EP), B. Wattrisse (Univ. Montpellier), L. Robert et J.J. Orteu (EMAC).

métrologique, il mérite une attention particulière, et ce d'autant plus que l'utilisateur final n'est souvent pas un spécialiste de traitement d'images et ne maîtrise pas clairement l'influence des divers paramètres sur lesquels il lui est permis d'intervenir.

Rappelons que la fonction d'un logiciel de CIN classique est d'identifier au mieux la transformation bidimensionnelle liant une image numérique de référence à une image déformée selon un certain principe de conservation de flot optique. En pratique, ce sont les deux composantes des vecteurs de translation associés à cette transformation que l'on recherche en un nombre fini de positions dans l'image de référence, en général régulièrement réparties. Une approche classique pour évaluer la performance d'un tel outil consiste à comparer les déplacements ainsi évalués à leur valeur exacte connue par ailleurs. Cette opération peut être menée sur des images obtenues par un dispositif d'imagerie réel, mais les transformations applicables se limitent alors à des mouvements rigides (translations, rotations dans le plan ou hors plan) ou des champs de déformation relativement simples peu représentatifs des champs fortement hétérogènes susceptibles d'être analysés par un tel outil. De plus, il peut être délicat de séparer les erreurs inhérentes à l'analyse d'images de celles des autres éléments du dispositif.

L'approche alternative, adoptée ici, consiste à simuler des images virtuelles au moyen de modèles adéquats. La difficulté est alors d'une part, de produire des contrastes d'images représentatifs des peintures mouchetées utilisées en pratique et d'autre part, de construire les images de référence et déformées selon des principes qui reproduisent au mieux un système optique réel, pour éviter d'introduire un biais artificiel lors de la déformation des images. La plupart des travaux antérieurs ayant suivi cette méthodologie se limitent aux mouvements de translation ou aux déformations homogènes (Schreier *et al.*, 2000) et très peu adoptent des transformations plus générales (Schreier *et al.*, 2002). On considère ici des déplacements sinusoïdaux d'amplitude et de fréquence variables et l'écart-type des erreurs est analysé en fonction de ces dernières, pour différentes formulations de CIN.

2 Méthodologie

Les résultats présentés ici ont été obtenus avec des images simulées au moyen du logiciel TexGen (Orteu *et al.*, 2006). Le détail de l'algorithme engendrant un motif aléatoire n'est pas décrit ici. Il est toutefois utile de préciser qu'il conduit à une définition continue du niveau de gris de référence $f(\underline{X})$ variant continûment entre deux valeurs extrémales fixées, qu'il est possible de déformer selon n'importe quelle transformation $\phi(\underline{X})$ pour obtenir, sans approximation, une description continue du niveau de gris déformé $g(\underline{x})$, obéissant au principe de conservation stricte du flot optique :

$$g(\underline{x}) = f(\phi^{-1}(\underline{x}))$$

Le passage de ces descriptions continues aux niveaux de gris discrets des pixels des images de référence et déformée s'opère sous l'hypothèse que le niveau de gris du pixel de coordonnées entières (i, j) est la moyenne du niveau de gris continu sur le domaine $[i - 1/2, i + 1/2] \times [j - 1/2, j + 1/2]$, calculée par un suréchantillonnage suffisant du signal continu. Cette procédure, qui se différencie d'approches plus classiques telles celles consistant à décomposer en série de Fourier une image de référence discrète pour en déduire l'image déformée (Schreier *et al.*, 2000), vise à reproduire le fonctionnement d'un capteur optique idéal dont le facteur de remplissage des pixels serait égal à l'unité. Les images finales sont de taille 1024x1024 ou 512x512 pixels et avec des niveaux de gris discrétisés sur 8 bits (valeurs 0 et 255 associées aux niveaux continus minimal et maximal respectivement). La taille des pixels peut de plus être ajustée par rapport à celle des taches du motif pour modifier la discrétisation spatiale de ce dernier. La figure 1 fournit des détails des trois images de référence utilisées ainsi que leurs histogrammes de

niveaux de gris et fonctions d'autocorrélation centrées et normées indiquant la taille moyenne des taches, en pixels.

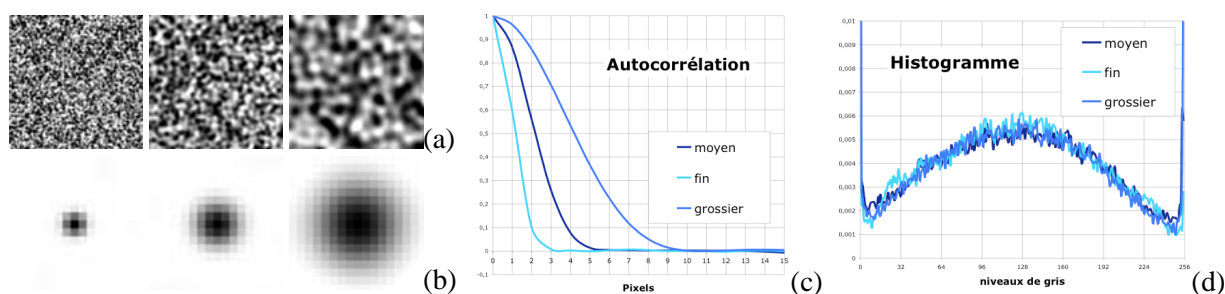


FIG. 1 – Mouchetis synthétiques : détails 100x100 pixels des motifs avec trois résolutions spatiales (a), détails 16x16 pixels des fonctions d'autocorrélation correspondantes (b), profils radiaux de ces dernières (c) et histogramme des niveaux de gris (d).

La transformation considérée est un déplacement sinusoïdal plan donné par

$$\underline{u}(\underline{X}) = \Phi(\underline{X}) - \underline{X} = \alpha p \sin \frac{2\pi X}{p} \underline{e}_X$$

où \underline{e}_X est le vecteur unitaire selon la direction horizontale et (X, Y) sont les coordonnées du point \underline{X} . Ses premier et second gradients sont :

$$\underline{\nabla}u(\underline{X}) = 2\pi\alpha \cos \frac{2\pi X}{p} \underline{e}_X \otimes \underline{e}_X \quad \underline{\nabla}^2u(\underline{X}) = -\frac{4\pi^2\alpha}{p} \sin \frac{2\pi X}{p} \underline{e}_X \otimes \underline{e}_X \otimes \underline{e}_X.$$

Les images analysées ont été obtenues en associant les amplitudes $\alpha \in \{0,001; 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1\}$ aux périodes $p \in \{10; 20; 30; 60; 130; 260; 510\}$, exprimées en pixels. La figure 2 en fournit quelques exemples.

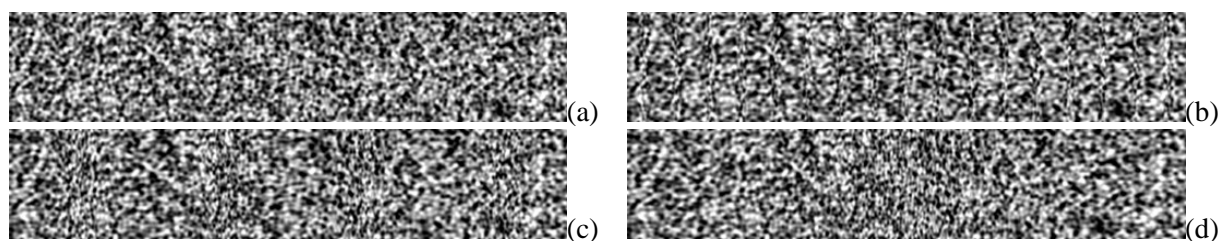


FIG. 2 – Extrait 512 × 100 pixels de l'image de référence de définition intermédiaire (a) et des images déformées obtenues avec une période p de 30 (b), 130 (c) et 510 (d) pixels, l'amplitude α valant 0,05.

Les images ont été analysées par divers logiciels commerciaux ou universitaires de CIN utilisés dans les laboratoires partenaires du projet. Il s'agit de 7D (P. Vacher, Univ. Savoie), Aramis 2D (S. Mistou, ENIT), Correla (J.C. Dupré/F. Brémand/P. Doumalin, Univ. Poitiers), Correli (F. Hild, ENS Cachan), CorrelManuV (M. Bornert, EP), KelKins (B. Wattrisse, Univ. Montpellier) et Vic-2D (L. Robert/J.J. Orteu, EMAC). Ces logiciels se différencient par l'expression du coefficient de corrélation retenu, la forme de l'estimation locale ϕ_0 sur la fenêtre de corrélation de la transformation réelle inconnue ϕ , qui peut être une translation, un mouvement rigide, une transformation affine, bilinéaire, quadratique ou biquadratique définis par, respectivement, 2, 3, 6, 8, 12 et 18 coefficients, par l'algorithme utilisé pour identifier ces coefficients, ou encore par le type d'interpolation, noté symboliquement \mathcal{I} , permettant d'atteindre une évaluation sub-pixel des déplacements (interpolation bilinéaire, bicubique ou d'ordre supérieur des niveaux

de gris de l'image déformée, ou décomposition en série de Fourier ou encore interpolation du coefficient de corrélation). Certains logiciels permettent de sélectionner des options de calculs combinant ces divers aspects. De plus, il est en général possible de choisir la taille f en pixels de la fenêtre de corrélation associée aux points de mesure.

Les composantes horizontale u et verticale v du déplacement ont été évaluées pour des tailles $f \in \{9, 10, 15, 16, 21, 22, 31, 32, 63, 64\}$ en un grand nombre de positions réparties selon une maille carrée dans l'image de référence, de pas supérieur à f pour assurer l'indépendance statistique des mesures. Les écarts quadratiques moyens entre ces évaluations et les valeurs exactes ont été analysés en fonction des diverses options des calculs. La comparaison peut être globale ou plus locale, en limitant les moyennes statistiques aux points situés à une même abscisse X et soumis à la même transformation. On limite la présentation des résultats qui suit à l'analyse globale, l'analyse locale conduisant sensiblement aux mêmes conclusions. On restreint également la discussion aux évolutions de l'écart quadratique moyen σ_u relatif à la composante horizontale du déplacement, en fonction des paramètres α , p , f , de la forme de ϕ_0 , du type d'interpolation, et de la discrétisation des images décrite par la taille relative r du pic d'autocorrélation ($r = 1$ pour le mouchetis intermédiaire de référence, $r = 2$ pour le mouchetis grossier, bien discrétisé, et $r = 0,6$ pour le mouchetis fin). Notons que la méthodologie proposée s'apparente à celle conduisant aux « Fonctions de Transfert de Modulation » caractérisant les systèmes optiques et donne accès tant à une évaluation de la résolution de mesure qu'à sa résolution spatiale. Dans cet esprit, les courbes les plus instructives sont celles fournissant σ_u en fonction de la période p .

3 Principaux résultats

Les résultats révèlent des tendances générales cohérentes entre les divers logiciels et fortement corrélées aux algorithmes sous-jacents. Le principal facteur gouvernant l'écart entre mesure et valeur exacte s'avère être la forme supposée de la transformation locale ϕ_0 .

Dans le cas d'une transformation rigide (translation), l'erreur est en effet fortement corrélée à la valeur du gradient de la transformation réelle $u_{,X}$ comme en attestent les courbes $\sigma_u/(2\pi\alpha)$, indépendantes de α et quasi-identiques pour les divers logiciels de CIN faisant l'hypothèse d'une telle transformation. La figure 3a résume schématiquement l'allure des courbes obtenues. Pour une taille de fenêtre f et un motif fixés, on observe principalement trois régimes. Aux petites périodes p (zone I), l'erreur s'identifie à l'écart-type du déplacement lui-même ($\sigma_u = \alpha p/\sqrt{2}$), si bien que l'analyse par CIN ne mesure rien. Aux grandes périodes (zone III), l'erreur σ_u devient indépendante de p et proportionnelle au gradient : l'algorithme réagit comme si la déformation était homogène. Dans la zone intermédiaire de transition (II), σ_u décroît de manière monotone avec p . Cette allure générale est conservée lorsque f varie, aux limites de la zone de transition près. Cette dernière s'étend de $p = f$, qui s'apparente ainsi à la résolution spatiale ultime de cet algorithme de CIN, à $p \approx 15f$, l'asymptote n'étant d'ailleurs pas atteinte dans les simulations avec une grande fenêtre. La valeur asymptotique k_r qui détermine l'erreur de cet algorithme dans les zones de gradient relativement homogène et en constitue un minorant dans les situations plus hétérogènes semble peu dépendre de f mais est très sensible à la taille caractéristique du mouchetis. Les simulations donnent $k_r \approx 0,35$ pixels pour $r = 0,6$, $k_r \approx 0,6$ pixels pour le mouchetis intermédiaire et $k_r \approx 0,8$ à 1 pixels pour $r = 2$. Cette observation suggère que l'algorithme détermine en fait la translation de la « tache » de mouchetis la plus marquée, dont la distance au centre de la fenêtre varie comme r . Deux exceptions à ce comportement général ont été observées. La plus notable concerne les très petites déformations $\alpha \leq 0,001$ et les petites fenêtres $f \leq 16$ pour lesquelles l'erreur est minorée par une quantité indépendante de α . Ce cas s'apparente à celui d'une translation pure

dont il est connu que l'erreur σ_u^{tr} décroît avec le rapport signal sur bruit des images (directement lié à la discrétisation en $N = 256$ niveaux de gris des images non bruitées considérées ici), décroît quand la taille de la fenêtre f augmente et dépend du mode d'interpolation et de la nature du marquage (Schreier *et al.*, 2000). C'est à ce niveau seulement que l'on note des différences notables de comportement des logiciels, suite à des choix d'interpolation différents. On trouve par exemple $\sigma_u^{tr} \approx 0,004$ pixels pour une interpolation en splines biquintiques contre $\sigma_u^{tr} \approx 0,01$ pixels pour une interpolation bilinéaire plus simple, pour un même jeu d'images et de paramètres. La seconde exception, moins nette et dont l'origine reste une question ouverte, concerne les grandes fenêtres $f \geq 32$ et les grandes déformations $\alpha > 0,05$. Dans ces cas, l'erreur notée σ_u^g est légèrement plus grande que $k_r |u_{,X}|$. En résumé, dans le cas d'une fenêtre de corrélation en transformation rigide, on peut retenir pour les transformations peu hétérogènes, de période $p \geq 15f$, l'égalité

$$\phi_o = \text{rigide}, \quad \sigma_u = \text{Sup} \{ k_r(r) |u_{,X}|, \sigma_u^{tr}(f, r, N, \mathcal{I}), \sigma_u^g \},$$

qui devient une minoration pour les transformations plus hétérogènes. Le premier terme du supremum domine les autres et ce n'est que lorsque $|u_{,X}|$ et f sont petits que le second intervient ; le dernier semble marginal.

Lorsque la fenêtre suit une transformation d'ordre 1 (6 ou 8 paramètres), on observe deux régimes d'erreur principaux. Lorsque les déformations α et les fenêtres f sont grandes, l'erreur est gouvernée par le second gradient du déplacement $u_{,XX}$ comme en attestent les courbes $\sigma_u p / (4\pi^2 \alpha)$ qui se superposent quasi-parfaitement et présentent l'allure donnée en figure 3b. Dans les cas contraires, on retrouve la limitation associée aux mouvements rigides σ_u^{tr} . Le premier régime est caractérisé, comme pour les transformations rigides, par trois stades. Dans le premier (I), correspondant à $p \leq f$, l'algorithme de CIN ne mesure rien puisque σ_u s'identifie à nouveau à l'écart-type du déplacement lui-même. Pour des périodes élevées, de l'ordre de $5f$ ou plus, l'erreur ne dépend plus de p et est donc proportionnelle à $|u_{,XX}|$: l'algorithme se comporte comme si l'image était transformée selon un champ de déplacement de second gradient uniforme. La transition (II) est plus rapide que dans le cas d'un mouvement rigide et l'asymptote a été atteinte dans toutes les simulations. Une analyse plus détaillée de la valeur asymptotique, notée k_a , révèle qu'elle dépend majoritairement de la taille f de la fenêtre de corrélation, et beaucoup moins de la nature du mouchetis. Comme la courbe $(\sigma_u / |u_{,XX}|, p)$ est croissante, cette valeur k_a donne une majoration de l'erreur dans tous les cas. En résumé :

$$\phi_o = \text{affine}, \quad \sigma_u \leq \text{Sup} \{ k_a(f) |u_{,XX}|, \sigma_u^{tr}(f, r, N, \mathcal{I}) \},$$

la majoration étant une égalité lorsque $p > 5f$. La figure 4a donne l'évolution du coefficient $k_a(f)$ obtenue pour 5 logiciels utilisant cette formulation ; on note que les légères différences entre les logiciels (liées par exemple à l'algorithme d'optimisation des paramètres de la transformation) sont petites devant la tendance générale. Précisons également que les valeurs de σ_u^{tr} obtenues avec une hypothèse de transformation affine sont très proches de celles obtenues avec une transformation rigide, voire légèrement inférieures (ce qui pourrait s'expliquer par la compensation de certaines erreurs systématiques lorsque la fenêtre est déformée). La croissance de $k_a(f)$ et la décroissance de σ_u^{tr} avec f assurent l'existence d'un optimum pour f qui dépend de $|u_{,XX}|$, ce qui suggère la possibilité de construire des algorithmes de CIN optimisés s'adaptant aux marquages et aux champs locaux analysés.

Enfin, le même type d'analyse a été étendu aux algorithmes supposant une transformation quadratique de la fenêtre de corrélation. On constate à nouveau l'absence de mesure lorsque $p < f$. Après une transition rapide qui semble partiellement contrôlée par le gradient d'ordre 3 de la transformation, l'erreur s'avère pour l'essentiel minorée par une constante indépendante de α

et de p , et donc identique à celle relative à une translation pure. Toutefois cette valeur est deux à trois fois moins bonne que celle obtenue sous l'hypothèse d'une transformation rigide ou affine, comme en atteste la figure 4b. Le recours à une forme de transformation complexe et la nécessité d'identifier un grand nombre de paramètres induit donc une erreur supplémentaire qui peut pénaliser la performance globale de l'algorithme de CIN dans les cas où la transformation réelle est peu hétérogène. Ceci suggère à nouveau la possibilité de définir des algorithmes optimisés visant à sélectionner les formulations les plus pertinentes en fonction des circonstances.

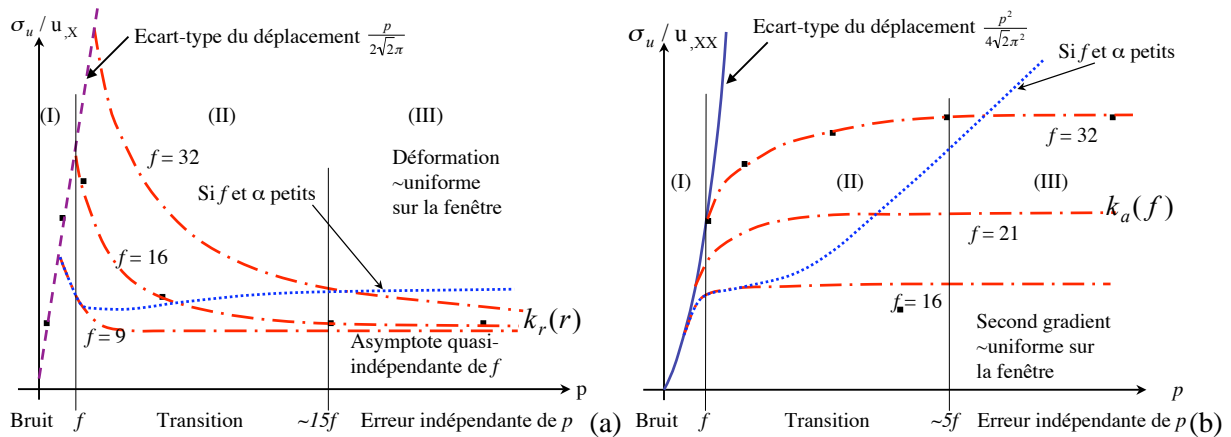


FIG. 3 – Évolution schématique de l'erreur quadratique σ_u en fonction de la période p du déplacement sinusoïdal en cas de fenêtre rigide (a) ou en transformation affine (b). L'erreur est normalisée par le gradient maximal en (a) et le maximum du second gradient en (b).

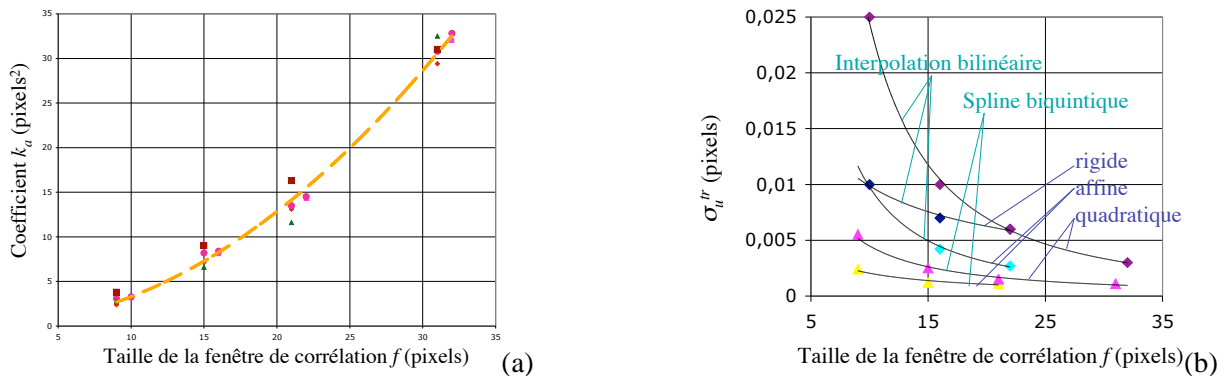


FIG. 4 – Valeur du coefficient k_a en fonction de f pour 5 logiciels de CIN supposant une transformation affine (a). Évolution de l'erreur pour un mouvement réel équivalent à une translation pure en fonction de f avec une hypothèse de transformation rigide, affine ou quadratique (b).

Références

- Orteu, J.-J., Garcia, D., Robert, L. and Bugarin, F. 2006 A speckle-texture image generator in *Proceedings of Speckle06*, Slangen, P. and Cerruti, C., Eds, SPIE vol. 6341.
- Schreier, H.W. , Braasch, J. R. and Sutton, M. 2000 Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation *Optical Engineering* **39** 2915—2921
- Schreier, H.W. and Sutton, M. 2002 Systematic errors in digital image correlation due to under-matched subset shape functions *Experimental Mechanics* **42** 303—310