

Prévision probabiliste de la tenue en fatigue polycyclique des matériaux à défauts de surface

Anouar NASR^{1,3}, Raouf FATHALLAH², Yves NADOT³ & Chokri BOURAOUI¹

¹Laboratoire de Génie Mécanique, ENIM, Avenue Ibn El Jazzar, 5019 Monastir, Tunisie.

²Laboratoire de Génie Mécanique, ENISO, Cité Taffala, 4003 Sousse, Tunisie.

³Laboratoire de Mécanique et de physique des Matériaux, ENSMA Futuroscope Cedex 86 961, France
Anoir_nasr@yahoo.fr

Résumé :

Ce papier présente une approche probabiliste pour la prévision de la tenue à la fatigue polycyclique des pièces mécaniques contenant des défauts de surface. Elle est basée sur un critère de fatigue multiaxiale pour des matériaux à défauts, proposé par Nadot et al, et sur une approche de prévision probabiliste de la tenue à la fatigue polycyclique proposée par Ben Sghaier et al. Elle permet de prendre en compte la dispersion de la taille des défauts. Des simulations élastoplastiques ont été réalisées pour déterminer la distribution des contraintes autour des défauts. Plusieurs calculs ont été réalisés avec différentes tailles et avec différentes sollicitations, permettant d'obtenir les expressions de la pression hydrostatique maximale et de l'amplitude de la cisssion, par la technique des surfaces de réponse. Le point représentatif du chargement est transformé en une surface générée par des tirages aléatoires des tailles des défauts. La fiabilité a été calculée par la méthode de simulation de Monte Carlo.

Abstract:

This paper presents a probabilistic approach to predict the high cycle fatigue behaviour of defected mechanical components. It is based on a multiaxial fatigue criterion for defective materials proposed by Nadot and al, and to the high cycle fatigue reliability prediction approach proposed recently by Ben Sghaier and al. It takes into account the dispersion of the defect sizes. Elastic-plastic simulations are conducted to determine the stress distributions around the defects. Calculations have been carried out for different sizes and different loadings, leading to obtain the expressions of the maximal hydrostatic stress and the amplitude of the shear stress, by means of the responses surface technique. The representative point of the loading is transformed into a surface generated by the random pulling of the defect sizes. The reliability is computed by using the Monte Carlo simulation.

Mots-clefs : Fiabilité; Fatigue polycyclique; Défauts de surface;

1 Introduction

Différents défauts superficiels ou profonds sont induits par les procédés d'élaboration et de parachèvement des pièces mécaniques. Ils forment très souvent des sites favorables à l'amorçage des fissures en fatigue polycyclique. Ceci est d'autant plus vrai et dangereux dans le cas des défauts de surface, Billaudeau et al (2004). Plusieurs modèles ont été développés pour prévoir l'influence de ces défauts sur la tenue à la fatigue polycyclique. Ces approches sont le plus souvent empiriques et déterministes.

Dans ce travail, on se propose de développer une approche probabiliste plus facile à mettre en œuvre, qui permet de prévoir la fiabilité de la tenue à la fatigue polycyclique des pièces mécaniques à défauts de surface. La méthode proposée se base, d'une part, sur le critère de fatigue des matériaux à défauts proposé par Nadot et al (2006), et d'autre part, sur une approche développée récemment par Ben Sghaier et al (2007). Nous avons eu recours à des simulations numériques par la méthode des éléments finis, pour analyser la distribution des contraintes autour des défauts débouchants dans des structures soumises à différentes sollicitations. La

technique des surfaces de réponse nous a permis d'obtenir les expressions de la pression hydrostatique maximale et de l'amplitude de la cisssion. Le calcul de la fiabilité a été effectué selon la méthode « contrainte résistance » en utilisant les techniques de simulation de Monte Carlo.

2 Rappels sur la fatigue polycyclique des matériaux à défauts et approche probabiliste

2.1 Critère de fatigue multiaxiale des matériaux à défauts

Pour étudier le mécanisme d'amorçage de fissures dans les matériaux à défauts, Billaudeau et al (2004) ont introduit des défauts artificiels à la surface d'éprouvettes pour analyser leurs comportements lors d'essais de fatigue en traction et en torsion au voisinage de la limite d'endurance. Ils ont conclu que la fissure, à sa création au fond du défaut, est orientée suivant le plan de cisaillement maximal. Ensuite, elle se propage perpendiculairement à la direction de la contrainte principale maximale. A partir de ces observations et des résultats expérimentaux, Nadot et al (2006) ont proposé un critère de fatigue multiaxiale pour les matériaux à défauts. Il est défini comme suit :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max} \left(1 - A \left(\frac{G}{P_{max}} \right) \right) \leq \beta \quad (1)$$

$\sqrt{J_{2,a}}$ est l'amplitude de la cisssion durant un cycle, elle est obtenue par une double maximisation :

$$\sqrt{J_{2,a}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \max_{t_i \in T} \left(\max_{t_j \in T} \sqrt{((\underline{S}(t_i) - \underline{S}(t_j))) : ((\underline{S}(t_i) - \underline{S}(t_j)))} \right) \quad (2)$$

P_{max} est la pression hydrostatique maximale :

$$P_{max} = \max_{t \in [0, T]} \frac{1}{3} tr(\underline{\sigma}(t)) \quad (3)$$

G est le gradient de la pression hydrostatique maximale :

$$G = \frac{\Delta P_{max}}{\sqrt{area}} \quad (4)$$

\sqrt{area} est le paramètre du Murakami et al (1992). A est un paramètre du matériau qui décrit l'influence du défaut. α et β sont les caractéristiques du matériau sain utilisées par le critère de Crossland.

2.2 Approche probabiliste de prévision de la fiabilité en fatigue multiaxiale

Une nouvelle approche de prévision probabiliste du comportement de la tenue à la fatigue polycyclique, a été développée récemment au LGM de l'ENIM par Ben Sghaier et al (2006). Elle tient en compte les dispersions induites par le matériau, le chargement appliqué et les conditions de surfaces. Elle est basée sur les critères de fatigue polycyclique multiaxiale, tel que celui de Crossland ou de Dang Van. Le diagramme typique du critère de fatigue polycyclique multiaxiale est couplé avec l'approche probabiliste. La droite seuil du critère est transformée en un faisceau de droites généré par les dispersions de deux limites de fatigue du matériau, dont la distribution est normale. Le point représentatif du chargement appliqué est transformé en une ellipse générée par la dispersion du chargement appliqué.

3 Méthodologie

3.1 Modélisation de l'effet aléatoire des défauts de surface

Dans ce travail, on suppose que les principaux défauts peuvent être caractérisés par des cavités sphériques débouchantes en surface d'une structure. Le concept de taille du défaut diffère d'un auteur à autre, dans ce papier on utilise le paramètre \sqrt{area} de Murakami et al

(1992) qui est la racine carrée de la surface projetée du défaut perpendiculairement à la direction de la plus grande contrainte principale. Comme première approche, on prend en compte que la dispersion de la taille des défauts.

3.2 Analyse de la distribution des contraintes autour des défauts

Nous supposons que l'effet des défauts est dû principalement au phénomène de concentration des contraintes autour des défauts. Nous avons eu recours à des simulations numériques, par la méthode des éléments finis, pour caractériser cet effet pour différentes tailles et pour différentes sollicitations. Pour chaque cas, on détermine la zone la plus sollicitée et le tenseur des contraintes correspondant, qui sera utilisé dans l'application du critère de fatigue.

3.3 Détermination des coordonnées du point du chargement et calcul de la fiabilité

La dispersion des tailles des défauts engendre une dispersion des coordonnées du point représentatif du chargement dans le diagramme de fatigue. A chaque taille correspond un point représentatif ($P_{max}, \sqrt{J_{2,a}}$), ce qui va permettre de créer une zone de dispersion. La fiabilité est déterminée selon l'approche « contrainte résistance ». La contrainte est représentée par le point représentatif du chargement et la résistance est caractérisée par la droite seuille du critère. La fiabilité est la probabilité que la contrainte soit inférieure à la résistance. Elle est calculée par la méthode de simulations de Monte Carlo, en utilisant un grand nombre de tirages aléatoires des tailles des défauts dans la zone de dispersion. Afin de rendre plus facile l'application de cette méthode et de minimiser le nombre de calculs par éléments finis, on a eu recours à la technique des surfaces des réponses. Plusieurs calculs ont été effectués pour différentes tailles des défauts et différents niveaux des sollicitations en traction et en torsion, pour obtenir des relations empiriques entre les caractéristiques du critère (les coordonnées du point représentatifs), la taille des défauts et le niveau de la sollicitation appliquée. Un programme de calcul de la fiabilité simule N tirages aléatoires selon la loi de probabilité de \sqrt{area} . Pour chaque tirage on calcule la contrainte équivalente du critère de fatigue proposé par Nadot et *al* et on la compare à β . Le tirage est répété N fois, la fiabilité est obtenue en divisant le nombre de fois de non dépassement du critère de fatigue par le nombre de tirage N. Un nombre de 10000 itérations a été retenu pour estimer la fiabilité.

4 Application

Dans ce travail, nous avons appliqué la méthode proposée sur une fonte, soumise à deux cas de sollicitations mécaniques et dont la taille de défauts \sqrt{area} varie de 0 à 1000 μm selon Nadot (1997), et ayant une distribution Log-normale selon Chantier (2000).

- Essai de traction à un rapport de charge $R_\sigma = -1$.
- Essai de torsion à un rapport de charge $R_\sigma = -1$.

4.1 Matériau et maillage

Les propriétés mécaniques, de la fonte GS 52, sont présentées dans le tableau 1.

Tableau 1–Les propriétés mécaniques de la fonte GS 52 (Nadot 1997)

E (GPa)	$R_{p0,2\%}$ (MPa)	R_m (MPa)	A (%)	H_V
178	385	510	14	170

La loi de comportement est supposée élastoplastique avec écrouissage isotrope, afin de prendre en compte l'effet des plastifications très localisées autour des défauts. Les simulations ont été réalisées sur des éléments de structures suffisamment grands par rapport aux tailles des défauts. Les conditions aux limites et de symétrie sont représentatives de la sollicitation et des éléments de structures. Les niveaux de sollicitations appliquées sont au voisinage de la limite d'endurance. Le maillage choisi utilise des éléments en 3D de type C3D4, élément tétraédrique à 4 points d'intégration. Le maillage est affiné autour des défauts. La taille des plus petites éléments est optimisée afin d'avoir une réponse en contrainte indépendante de la taille du maillage. La figure 1 illustre le type du maillage utilisé, ainsi que la distribution de la contrainte équivalente de Von Mises autour d'un défaut de taille 200 μm .

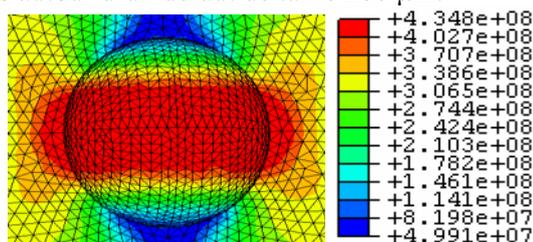


Fig. 1 – Répartition de la contrainte équivalente de Von Mises (en Pa) autour d'un défaut de taille 200 μm pour une sollicitation de traction

4.2 Les surfaces de réponse

Afin d'appliquer la technique des surfaces de réponse Vaurio et *al* (1978), nous avons eu recours à 40 cas de calculs pour chaque type de chargements (10 valeurs de \sqrt{area} x 4 valeurs de σ) (fig. 2). Ce choix a été vérifié a posteriori.

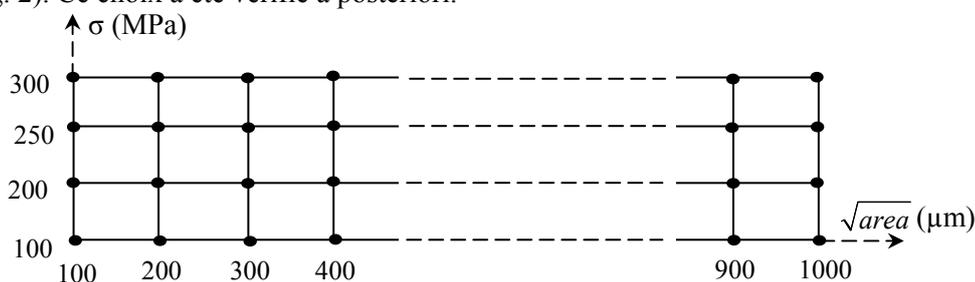


Fig. 2 – Choix des points de référence

Les réponses attendues sont des polynômes quadratiques définie par :

$$\hat{P}_{\max} = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{area} + \beta_2 \sigma + \beta_3 \sqrt{area}^2 + \beta_4 \sigma^2 + \beta_5 \sigma \sqrt{area} \quad (5)$$

$$\sqrt{\hat{J}_{2,a}} = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{area} + \beta_2 \sigma + \beta_3 \sqrt{area}^2 + \beta_4 \sigma^2 + \beta_5 \sigma \sqrt{area} \quad (6)$$

Le tableau 2 montre les coefficients β_i des polynômes calculés par la technique des surfaces de réponse.

Tableau 2– Coefficients des polynômes des surfaces de réponse

Coefficients		β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
$\sqrt{\hat{J}_{2,a}}$	Traction alternée	-57.5945	0.0349	1.7683	0	-0.0025	0
	Torsion alternée	93.7252	0.114	0.598	0	-0.0002	-0.0001
\hat{P}_{\max}	Traction alternée	36.9598	-0.0236	0.2624	0	0.0012	0.0001

Les figures 3-5 illustrent les surfaces de réponse de la pression hydrostatique maximale et de l'amplitude de la cission en fonction de la taille du défaut et du niveau du chargement.

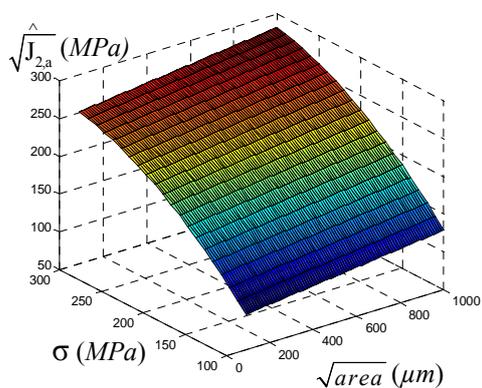


Fig. 3 – La surface de réponse de la pression hydrostatique maximale (Traction)

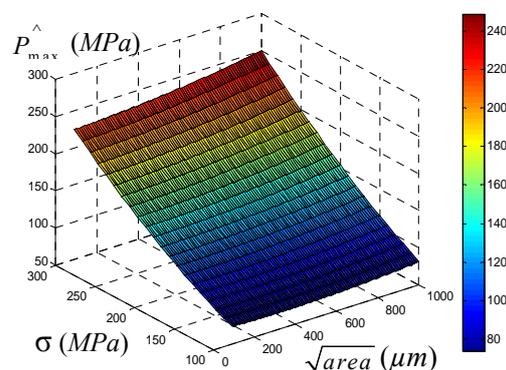


Fig. 4 – La surface de réponse de l'amplitude de la cission (Traction).

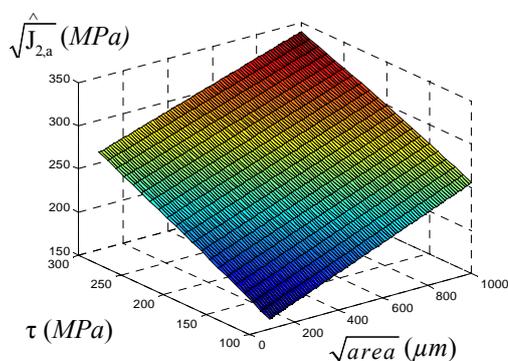


Fig. 5 – La surface de réponse de l'amplitude de la cission (Torsion)

4.4 Calcul de la fiabilité

Les valeurs de la fiabilité, pour les essais simulés, sont représentées sur les figures 6 et 7.

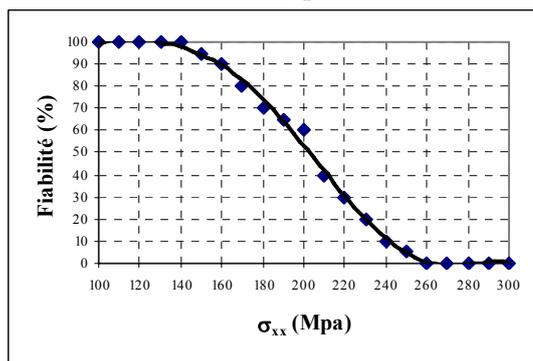


Fig. 6 – Fiabilité de la tenue en fatigue en fonction de la contrainte appliquée (Essai de traction à $R_\sigma = -1$)

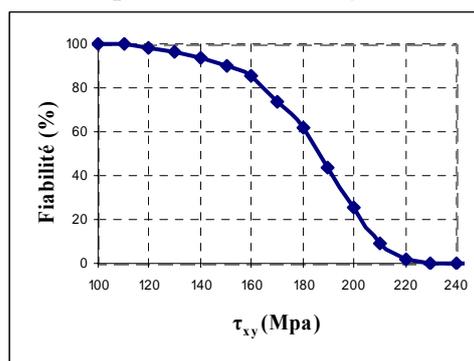


Fig. 7 – Fiabilité de la tenue en fatigue en fonction de la contrainte appliquée (Essai de torsion à $R_\sigma = -1$)

Le modèle proposé donne une limite de fatigue en traction purement alternée variant de 140 à 260 MPa et une limite de fatigue en torsion purement alternée variant de 120 à 230 MPa.

Afin de valider notre approche, on a utilisé le modèle empirique de Murakami, qui donne une limite de fatigue, en traction alternée, variant de 170 à 250 MPa et, en torsion alternée, variant de 150 à 225 MPa selon Nadot (1997). On constate un bon accord entre ces deux résultats. On remarque que l'approche proposée donne une valeur moyenne plus faible et un écart type plus large, ce qui est conservateur.

5 Conclusions

Une approche probabiliste a été développée pour calculer la fiabilité de la tenue à la fatigue polycyclique des matériaux à défauts. Elle est basée sur le critère de fatigue pour les matériaux à défauts, proposé par Nadot *et al* et le modèle de prévision fiabiliste de la tenue à la fatigue polycyclique développé par Ben Sghaier *et al*. Les défauts ont été assimilés dans ce cas à des formes sphériques débouchantes en surface. L'effet de ces défauts est supposé dû principalement à une concentration de contraintes très localisée, simulée par des calculs éléments finis. L'équation de la droite seuil du critère de fatigue est calculée en utilisant les limites de fatigue du matériau sain. Le point représentatif du chargement appliqué a été transformé en une surface dispersée, dans le plan $(P_{max}, \sqrt{J_{2,a}})$, générée par la variation de la taille des défauts dans le matériau. La fiabilité de la tenue à la fatigue polycyclique a été déterminée par la méthode de simulations de Monte Carlo. L'approche proposée a été appliquée sur une fonte GS soumises à deux chargements : traction et torsion purement alternées. Les résultats obtenus sont en accord avec les constatations expérimentales et conforme au modèle empirique de Murakami. Cette approche constitue une meilleure évaluation qualitative pour la conception et l'utilisation de composants mécaniques contenant des défauts superficiels.

Références

- T.Billaudeau, Y.Nadot, G Bezine. 2004 Multiaxial fatigue limit for defective materials: mechanisms and experiments, *Acta Materialia*, Vol 52(13), 3911-3920
- Y. Nadot, T. Billaudeau. 2006 Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials. *Engineering Fracture Mechanics* 73 112–133.
- R. Ben Sghaier, Ch. Bouraoui, R. Fathallah, T. Hassine and A. Dogui. 2007 Probabilistic high cycle fatigue behaviour prediction based on global approach criteria. *International Journal of Fatigue*, volume 29 pages 209-221.
- Murakami Y, Endo M. 1992 The \sqrt{area} parameter model for small defects and non metallic inclusions in fatigue strength : experimental evidences and applications. Actes de “ Theoretical concepts and numerical analysis of fatigue ”; EMAS, Blom A.F., Beevers C.J. Éditeurs, Birmingham, UK, pp. 51-71.
- Y. Nadot. 1997 Influence des défauts de fonderie sur la résistance à la fatigue d'une fonte GS, Thèse de doctorat de l'université de Poitiers, France.
- J.K Vaurio, C. Mueller. 1978 Probabilistic Analysis of Liquid-Metal Fast Breeder Reactor Accident Consequences with Responses Surface Techniques. *Nuclear Science and Engineering*: 65. 401 - 413.
- I. Chantier. 2000 Tolérance aux défauts initiaux et effets de surface : Dimensionnement à la fatigue de pièce de fonderie. Thèse de doctorat de l'école normale supérieure de Cachan, France.