

Développement d'une approche mécano-fiabiliste d'assemblages collés pour applications marines

MEJRI Mohamed, COGNARD Jean-Yves

Laboratoire de mécanique des structures navales, ENSIETA 2 Rue François Verny
29806 BREST Cedex 9, France

Résumé :

Ce papier présente le développement d'une approche mécano-fiabiliste qui porte sur l'évaluation du risque de défaillance d'éléments de structures collés. Dans le cas des applications marines, les structures ont des propriétés géométriques et mécaniques aléatoires et sont soumises en général à des chargements de natures stochastiques. Dans le but de simplifier la résolution numérique, une modélisation par éléments cohésifs est retenue pour modéliser l'adhésif dans l'assemblage. La probabilités de défaillance cumulée est alors évaluée par deux variantes de la méthode PHI2. Les possibilités de l'approche sont présentées sur un exemple.

Abstract:

We propose herein a time variant reliability approach based on the prediction of the durability of bonded structures used for naval applications. This study takes into account the random and temporal character of material behaviour, environmental conditions and loads.. In order to simplify the numerical study of adhesively bonded assemblies and to limit the numerical cost, cohesive zone elements are used to model the adhesive. Cumulative probability of failure is computed with two variant of PHI2 method. An example showing the differences between the two methods is presented in the sequel.

Mots clés:

Collage structural, Modélisation, modèles de zones cohésives, Endommagement, Etude mécano-fiabiliste.

1. Introduction

Le collage structural destiné aux assemblages de grandes dimensions simplifie les procédés industriels, réduit la main d'œuvre et permet de fait de substantiels gains de productivité. Cependant la maîtrise de ce procédé n'est pas complètement acquise, notamment d'un point de vue réalisation (état de surface, choix du type de colle, procédé cuisson...). De plus, l'analyse des contraintes pose quelques problèmes (présence d'effet de bord...). Les applications navales caractérisées par des joints relativement épais (de l'ordre de 0,5 mm), présentent un certain nombre de paramètres supplémentaires qui ne sont pas complètement maîtrisés : la géométrie des bords du joint de colle, des variations d'épaisseur du joint de colle, le manque possible de colle dans certaines zones...

Prédire la durée de vie de telles structures passe alors par l'évaluation des risques issus de ces phénomènes. En effet, les caractéristiques des colles, dont le comportement peut être assimilé en général à un comportement viscoplastique endommageable, évoluent dans le temps. De plus, dans le cadre des applications navales, les structures collées sont soumises à des sollicitations stochastiques. Pour traiter un tel problème, la fiabilité fonction du temps permet de prendre en compte la dépendance temporelle des phénomènes et des sollicitations ; ceci permet de palier aux lacunes de la fiabilité indépendante du temps.

Une approche mécano-fiabiliste prenant en compte les effets de la dégradation de la colle, en particulier près des défauts, est développée. Le couplage mécano-fiabiliste nécessite des modèles mécaniques robustes pour assurer la qualité de la prédiction fiabiliste. Pour ce faire, des modèles de type zone cohésive sont utilisés. Ces modèles permettent de limiter fortement la dépendance aux maillages pour l'étude de la propagation de fissures dans la colle. Comme dans le cadre de structures collées la zone de propagation possible des fissures est bien définie, cette approche numérique est bien adaptée. Des résultats numériques sur le couplage des approches fiabilistes avec la simulation par Eléments Finis de la dégradation d'une colle dans un assemblage sont présentés ; le but étant d'évaluer l'impact des paramètres aléatoires sur la tenue en service des assemblages collés pour applications navales.

2. Modèle à zone cohésive

Partant du fait que l'épaisseur du joint de colle est négligeable devant les dimensions de la structure, il est naturel de remplacer les éléments massifs classiques par des éléments d'interface (Allix *et al.* [1]). L'épaisseur de ces éléments est considérée comme nulle et comme ils utilisent les mêmes inconnues nodales que les éléments massifs, ils peuvent être utilisés pour réaliser un même modèle. L'interface est ainsi modélisée par une surface de normale \mathbf{n} comprise entre les deux éléments assemblés Ω^+ et Ω^- (Fig. 1). Cependant, pour les éléments massifs les composantes du tenseur des contraintes sont déterminées aux points d'intégration, alors que pour les éléments d'interface les composantes du vecteur contrainte agissant sur l'interface sont évaluées aux points d'intégration.

L'utilisation d'un modèle avec un comportement endommageable permet de modéliser l'initiation de fissures et leurs propagations. De plus, du fait de la représentation de l'interface par une zone surfacique, la zone possible de la propagation de fissure est ainsi réduite (les dégradations de type cohésive et adhésive du joint de colle sont modélisées globalement). De nombreux modèles de ce type existent dans la littérature : Needleman, Tvergaard, Allix *et al.*... Le modèle choisit est écrit de façon paramétrique et donc permet, pour un jeu de données bien précis, de retrouver un modèle du type Tvergaard, Allix *et al.* [1] ou Alfano *et al.* [2].

Pour les problèmes plans (en 2D), un modèle d'interface est donc une relation entre les composantes normale et tangentielle du déplacement relatif de l'interface et les composantes du vecteur contrainte :

$$[U] = U^+ - U^- = [U_n] \vec{n} + [U_s] \vec{s} ; t = t_n \vec{n} + t_s \vec{s} \quad (1)$$

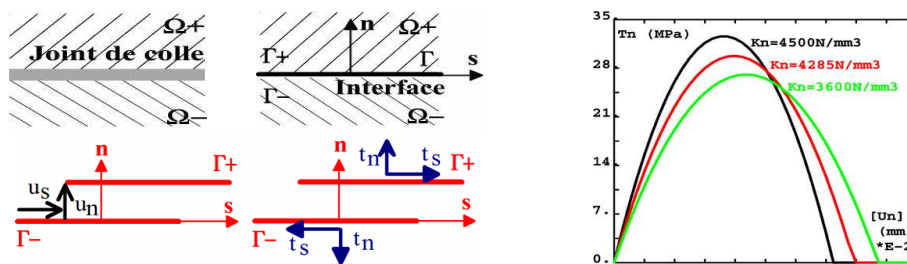


Figure 1 - Modèles géométrique et mécanique pour l'interface : (a) Modélisation de l'interface ; (b) Comportement du modèle en traction.

Ce modèle (Valoroso *et al.* [3]) considère que l'endommagement n'évolue que dans un chargement de traction ou de cisaillement et que la compression n'endommage pas l'interface. Dans la suite de ce papier, on va adopter les notations suivantes : K_n^+ , K_n^- et K_s représentent les rigidités en traction, en compression et en cisaillement. On note par $\langle X \rangle_+ = 0.5 * (X + |X|)$

la partie positive de X . Le critère retenu pour décrire l'évolution de l'endommagement conduisant à l'amorce et à la propagation de fissure est basé sur une approche en mode mixte. L'énergie totale est ainsi la combinaison des énergies en modes I et II. Cette approche traduit l'interaction entre les deux modes de fissurations.

Le modèle consiste alors à définir une contrainte équivalente, calculée à partir d'une moyenne pondérée des contributions de la contrainte normale et tangentielle. Un raisonnement analogue est adopté pour définir le déplacement équivalent. Les lois d'état sont obtenues à partir de l'écriture du potentiel thermodynamique:

$$\Psi([u], D) = \frac{1}{2}(1-D)[K_n^+ \langle [U_n] \rangle_+^2 + K_s \langle [U_s] \rangle^2] + \frac{1}{2} K_n^- \langle [U_n] \rangle_-^2 \quad (2)$$

$$t = \frac{\partial \Psi}{\partial [u]} = (1-D)[K_n^+ \langle [U_n] \rangle_+ \bar{n} + K_s \langle [U_s] \rangle \bar{s}] + K_n^- \langle [U_n] \rangle_- \bar{n} \quad (3)$$

$$Y_m = -\frac{\partial \Psi}{\partial D} = \frac{1}{2} K_n^+ \langle [U_n] \rangle_+^2 + \frac{1}{2} K_s [U_s]^2 = \frac{1}{2} K_n^+ (\langle [U_n] \rangle_+^2 + \alpha^2 [U_s]^2) \quad (4)$$

$$\text{Soit : } Y_m = \frac{1}{2} K_n^+ \delta^2 \quad (5)$$

Y_m étant la force thermodynamique en mode mixte. La détérioration de l'interface est prise en compte par la variable interne d'endommagement D . Le paramètre γ ou module de couplage permet d'écrire la contribution des deux modes I et II :

$$\gamma = \alpha \left[\frac{[U_s]}{\langle [U_n] \rangle_+} \right]; \quad Y_I = \frac{1}{1+\gamma^2} Y_m; \quad Y_{II} = \frac{\gamma^2}{1+\gamma^2} Y_m \quad (6)$$

Le rapport $\alpha = \sqrt{K_s/K_n^+}$ quantifie l'apport de chaque mode. L'évolution de l'endommagement s'exprime à partir de la force thermodynamique critique en mode mixte Y_m^* . Les taux de restitution d'énergie dus aux modes I et II sont alors donnés par :

$$\phi_m = Y_m - Y_m^* \leq 0 \quad \dot{D} \geq 0, \quad \phi_m \dot{D} = 0; \quad G_i = \int_0^\infty Y_i \dot{D} dt; \quad i \in \{I, II\} \quad (7)$$

La figure 1b présente la réponse de ce modèle à une sollicitation normale pour des différentes valeurs de rigidité normale K_n ; les paramètres choisis sont : $K_n \in [3600, 4500]$ N/mm³, $\alpha = 1.6$, $G_I = 630$ J/m² [4].

3. Etude fiabiliste

3.1. Eléments de théorie

Dans le cas général, un des résultats fiabilistes pertinents est l'indice de fiabilité β , qui selon la définition de Hasofer et Lind, représente dans l'espace des variables normées centrées réduites, la distance de l'origine à la frontière de l'état limite standard. On se place dans le cas où la fiabilité d'un système est définie à partir d'une fonction d'état limite $G(X_i) = 0$ (X_i étant les variables de conception de natures aléatoires); la fonction G sépare le domaine de défaillance et le domaine de sûreté. Considérons une transformation isoprobabiliste T de l'espace physique (variables X_i) vers l'espace normé (variables U_i):

$$X_i \rightarrow U_i \text{ vecteur Gaussien } N(0,1), m_{U_i} = 0, \sigma_{U_i} = 1, \rho_{ij} = 0, \forall i, \forall j \quad (8)$$

Une information importante est donnée par les cosinus directeurs α_i qui représentent les influences des variables aléatoires U_i . Dans le cas d'une analyse fiabiliste indépendante du temps, on calcule la probabilité d'avoir une défaillance de la structure à l'instant t :

$$P_{f,i}(t) = \text{prob}(G(t, \mathbf{X}(t, \omega)) \leq 0) \quad (9)$$

Dans l'étude menée, cette information est insuffisante pour le calcul de la probabilité de défaillance sur l'intervalle $[0, t]$, on introduit alors la probabilité de défaillance cumulée, et on se place dans le cadre de la fiabilité en fonction du temps :

$$P_{f,c}(0, t) = \text{prob}(\exists \tau \in [0, t], t.q. G(\tau, \mathbf{X}(\tau, \omega)) \leq 0) \quad (10)$$

L'intérêt de cette approche, est le fait que le temps devienne un simple paramètre à traiter, les outils de fiabilité indépendante de temps sont alors suffisant pour le calcul du taux de franchissement (Andrieu-Renaud [5]) :

$$v_{PHI2}(\tau) = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau} P(\{G(\tau, \mathbf{X}(\tau, \omega)) > 0\} \cap \{G(\tau + \Delta\tau, \mathbf{X}(\tau + \Delta\tau, \omega)) \leq 0\}) \quad (11)$$

Le terme franchissement désigne ici le passage du domaine de sûreté D_s au domaine de défaillance D_f . Une approximation FORM est adoptée dans le reste des calculs (on remplace la surface d'état limite par son hyper plan tangent au point de conception P^*).

Dans le paragraphe qui suit, une approche par la méthode PHI2 sera adoptée. On présente ici l'approche PHI2 classique et on la compare avec une approche revisitée par Sudret [6].

Les deux démarches diffèrent par l'écriture du taux de franchissement :

$$v_{PHI2}(t) = \frac{\text{prob}(A \cap B)}{\Delta\tau} = \frac{\Phi_2(\beta(t), -\beta(t + \Delta\tau), \rho_{GG}(t, t + \Delta\tau))}{\Delta\tau} \quad (12)$$

$$v^{suderet}_{PHI2}(t) = \|\bar{\alpha}'(t)\| \cdot \varphi(\beta(t)) \cdot \Psi\left(\frac{\beta'(t)}{\|\bar{\alpha}'(t)\|}\right) \quad (13)$$

$$\text{Avec } \Psi(t) = \varphi(t) - t \Phi(-t) \text{ et } \rho_{GG}(t, t + \Delta\tau) = -\alpha(t) \cdot \alpha(t + \Delta\tau) \quad (14)$$

En résumé, le calcul de la probabilité de défaillance cumulée nécessite la connaissance de la probabilité de défaillance instantanée et des sensibilités du modèle aux différentes variables aléatoires. Il est alors possible de calculer le taux de franchissement caractérisant la probabilité d'avoir au moins un passage du domaine de sûreté vers le domaine de défaillance. Ensuite la probabilité de défaillance cumulée peut être déterminée.

3.2. Exemple étudié

L'exemple étudié correspond à l'initiation et à la propagation de fissure dans une structure collée. Deux plaques rectangulaires d'aluminium de hauteur $b = 5\text{mm}$ pour une longueur $a = 100\text{mm}$ sont collées. Le bord supérieur gauche est soumis à un déplacement imposé D_y strictement croissante. La plaque inférieure est encastrée au bâti. L'évolution de la rigidité de la structure en fonction du chargement appliqué est un indicateur de l'état de la structure. L'intégrale de l'endommagement sur la longueur du joint de colle traduit la dégradation de la colle et par suite, donne une indication sur la variation de la rigidité de l'assemblage en fonction

de la dégradation de la colle. Des conditions aux limites type contact ont été introduite afin d'assurer la non interpénétration entre les lèvres supérieure et inférieure du joint de colle. Le couplage mécano-fiabiliste est effectué via le code Eléments Finis CASTEM®[7] et le code de fiabilité PHIMECA®[8](Cazuguel *et al.* [9]). Pour les calculs effectués, un Pentium 4 : 3Ghz, 1Giga de RAM, a été utilisé. Le tableau 1 représente les variables retenues pour l'étude d'un exemple mécano-fiabiliste. L'équation 15 représente la fonction seuil (qui sépare, respectivement, les domaines de sûreté et de défaillance D_s et D_f)

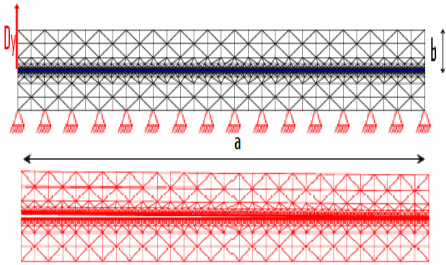


Figure 2 .a : Structure étudiée

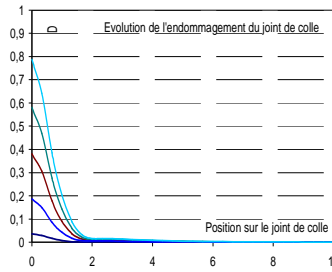


Figure 2 .b : Evolution de l'endommagement dans le temps

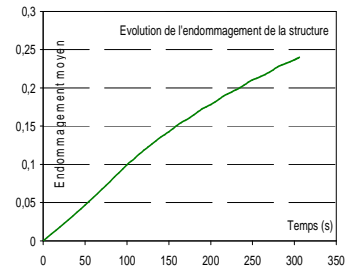


Figure 2 .c : Historique de l'endommagement

$$G_\varepsilon(t) = D_{seuil} - D_{moyen} \quad \text{avec} \quad D_{moyen} = \frac{\int_{\text{joint de colle}} D dx}{\int_{\text{joint de colle}} dx} \quad \text{et} \quad D_{seuil} = 0.24 \quad (15)$$

Variable	Distribution	Moyenne	Ecart type
a (mm)	Normale	100	10%
$Kn1$ (N/mm ³)	Normale	6350	10%
G_1 (J/mm ²)	Normale	0.470	10%
Dy (mm)	Normale	5	10%

Tableau 1 : Loix probabilistes des variables et paramètres

4. Résultats

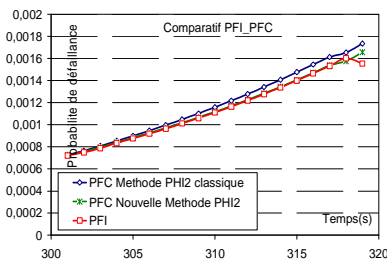


Figure 3 .a : Impact de la discrétisation sur le Pfi

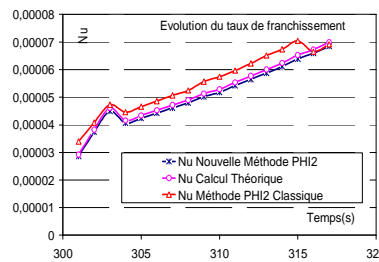


Figure 3 .b : Allure du taux de franchissement

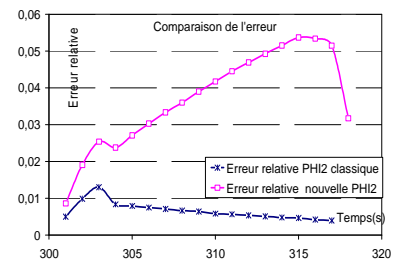


Figure 3 .c : Evolution de l'erreur

L'analyse de ces courbes permet de dire que la nouvelle méthode PHI2 développée par Sudret est plus efficace pour le calcul de la probabilité de défaillance cumulée que la méthode PHI2 classique, à titre indicatif on peut avoisiner une erreur relative de 10^{-4} avec cette méthode. L'équation suivante définit ce que nous appelons erreur relative dans ce papier :

$$err_{P_f}(t) = \frac{P_{f,c}(t) - P_{f,i}(t)}{\text{moyenne}(P_{f,c}(t); P_{f,i}(t))} \quad (16)$$

Ces différences sont dues en grande partie à la façon avec laquelle le taux de franchissement est évalué pour les deux méthodes. Un autre détail significatif à mentionner est

relatif aux temps de calcul, ces temps dépendent fortement de la méthode de recherche du pas optimal dans l'algorithme de convergence fiabiliste (on peut alors multiplier ces temps par 4 en utilisant la méthode de Powell au lieu de celle de Newton). On peut alors avoisiner les 10h de calculs pour un point $P_{f,c}$. Une explication possible pour les coûts numériques provient de la façon de définir les conditions de contact (le problème devient fortement non linéaire). De plus ces problèmes sont très sensibles à la discrétisation spatiale et temporelle.

Conclusions

Ce travail a été conduit afin d'étudier la fiabilité d'assemblages de structures collées pour applications marines. L'étude présentée aborde cette problématique. L'utilisation des modèles de type zones cohésives permet de modéliser la dégradation d'une colle dans un assemblage en prenant en compte les défauts initiaux tout en limitant le coût numérique des simulations. Un exemple d'étude de la fiabilité d'un assemblage collé a été mené ; le couplage mécano-fiabiliste a été effectué via le code Eléments Finis CASTEM® et le code de fiabilité PHIMECA®, dans le but d'étudier la fiabilité dépendant du temps.

Cette étude doit être poursuivie pour des structures industrielles avec des chargements complexes. D'autre part il faut poursuivre l'analyse des paramètres du couplage mécano-fiabiliste qui pose des problèmes de temps de convergence associés à la forte non linéarité des problèmes d'évolution de l'endommagement et de la propagation des fissures.

Remerciements

Les auteurs remercient la Région Bretagne pour le financement de ce travail et P.DAVIES, IFREMER, Centre de Brest, pour son aide sur l'étude expérimentale.

Références

- [1]Allix, O., Corigliano, A. 1999. "Geometrical and interfacial non-linearities in the analysis of delamination in composites". Int. J. of Solids and Structures, Vol. 36, pp. 2189-2216.
- [2]Alfano, G., Crisfield, M.A. 2001. 'Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites'. Mechanical computational issues. Int. J. for numerical methods in engineering, Vol. 50, pp. 1701-1736.
- [3]Valoroso, N., Champaney, L. 2006. 'A damage-mechanics-based approach for modeling decohesion in adhesively bonded assemblies'. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 73, pp. 2774-2801.
- [4]Mejri M., Cognard J.Y., Davies P., 2006. 'Development of a reliability approach for the behaviour of adhesively-bonded assemblies in marine applications'. 12 European Conference on Composite Materials, Biarritz, Aout.
- [5]Andrieu-Renaud, C., Sudret, B. & Lemaire, M. 2002. 'The PHI2 method: A way to compute time-variant reliability'. Reliability Engineering and System Safety Vol. 84: pp. 75-86..
- [6]Sudret, B. 2005. 'Analytical derivation of the outcrossing rate in time-variant reliability problems'. Reliability and Optimization of Structural Systems. 12th WG 7.5 IFIP Conference, Aalborg, Denmark.
- [7] CAST3M® 2004. Cast3m: Documentation. EUROSIM / CEA SEMT.
- [8] PHIMECA® Engineering S.A. 2003. Manuel d'utilisation PHIMECA Software Version 1.6.
- [9]Cazuguel, M., Renaud, C. & Cognard, J.Y. 2006. 'Time-variant reliability of non-linear structures : Application to a representative part of a plate floor'. Quality and Reliability Engineering, Vol. 22 (special issue on Maritime Risk Modelling and Decision Making): pp. 101-118.