

# Algorithme de Synthèse d'Ouverture Basé sur un Détecteur à Sous Espace

Rémi DURAND<sup>1</sup>, Guillaume GINOLHAC<sup>2</sup>, Philippe FORSTER<sup>2</sup>, Laetitia THIRION<sup>1</sup>, Marc LESTURGIE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire SONDRRA

Plateau du Moulon - 3 rue Joliot Curie, 91192 Gif-sur-Yvette, France

<sup>2</sup>GEA

Univ. Paris X, PST Ville d'Avray, 1 ch. Desvallières, 92410 Ville d'Avray, France

remi.durand@supelec.fr, guillaume.ginolhac@u-paris10.fr

**Résumé** – Cet article traite de l'imagerie de cibles localisées sous un couvert forestier à l'aide d'un Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO) Large Bande, fonctionnant en UHF-VHF (fréquence centrale entre 100 MHz et 1 GHz). Partant de l'idée qu'une cible est constituée d'un ensemble de plaques, nous développons un algorithme original d'imagerie basé sur un détecteur à sous espace. Nous montrons que quelque soit l'orientation d'une plaque, l'ensemble de ses réponses appartient à un sous espace restreint et nous projetons le signal reçu réel dans ce sous espace. Ensuite, cet algorithme est testé sur des cas simples de simulation où la cible est une plaque et les performances de détection de cet algorithme sont comparées avec un algorithme traditionnel d'imagerie RSO. Les résultats montrent une nette amélioration des performances de localisation et de détection dans le cas de plaques noyées dans du bruit blanc, gaussien.

**Abstract** – This article deals with the imagery of targets located beneath foliage with a Synthetic Aperture Radar (SAR), Wide Band, UHF-VHF (Frequencies from 100 MHz to 1 GHz). Assuming that a man made target is a gathering of plates, we develop an original imagery algorithm based on a subspace detector. We show that, whatever the plate orientation is, all its responses belong to a reduced subspace and we project the received signal in this subspace. Then, this algorithm is tested on simple cases of simulation where plates are used as targets and the detection performances are compared with ones obtained with a traditional SAR algorithm. The results show an important improvement of localisation and detection performances in the case of plates dropped in a gaussian white noise.

## 1 Introduction

Le Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO) est un radar embarqué sur un avion ou un satellite. Celui ci permet d'imager une scène mettant en jeu des cibles réparties sur une zone donnée (Figure 1). Les RSO VHF-UHF (d'environ 100 MHz à 1 GHz) émettent des signaux dont la longueur d'onde leur permet de pénétrer le couvert forestier et de détecter des cibles cachées sous celui ci [1]. Cependant, sans un post traitement adapté, il est souvent difficile de distinguer une cible du fouillis, le taux de fausse alarme étant très élevé. Le but de cet article est d'exposer un algorithme de formation d'image permettant de réduire le taux de fausse alarme et donc d'améliorer la détection.

Les algorithmes traditionnels de formation d'image sont basés sur l'intercorrélation entre un modèle du signal attendu et le signal reçu. Ces techniques utilisent comme modèle le signal émis retardé. En supposant que toutes les cibles répondent comme des points isotropes, ce modèle exploite seulement la position des éléments et exclut les autres propriétés, notamment physiques, de la cible.

Partant de l'idée qu'une cible manufacturée peut être vue comme un assemblage d'éléments canoniques, nous allons d'abord considérer des objets construits à l'aide de plaques métalliques de différentes tailles [2], et nous proposons donc l'utilisation d'un algorithme adapté à la réponse d'une plaque. Cette

approche présente l'avantage de prendre en compte la variabilité du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence du signal émis et de l'orientation de la cible. On sait qu'en basse fréquence, la réponse de la forêt est dominée par celle des troncs (et des branches primaires) qui présente une symétrie azimutale. Si la cible manufacturée présente un comportement angulaire spécifique, il sera alors possible de les discriminer grâce à ce modèle. En prenant directement en compte ces nouveaux paramètres (angle d'incidence, position de la cible...), l'algorithme ainsi développé gagnerait en précision, mais perdrait en robustesse. En effet, il est impossible de développer un algorithme prenant en compte toutes les orientations d'une plaque. Dans cet article, nous montrons que l'ensemble des réponses d'une plaque est contenu dans un espace restreint. Pour développer cet algorithme, nous utilisons le test du Rapport de Vraisemblance Généralisé (RVG) [3]. Nous montrons que cette approche consiste à projeter le signal reçu dans l'espace restreint des réponses d'une plaque. Cet algorithme nous permet d'améliorer les performances de détection d'une plaque tout en gardant la robustesse des algorithmes classiques.

Nous exposerons dans une première partie les différentes étapes nécessaires à l'implémentation de l'algorithme. La deuxième partie rassemble les études de performance de l'algorithme pour la détection de plaques noyées dans du bruit blanc gaussien.

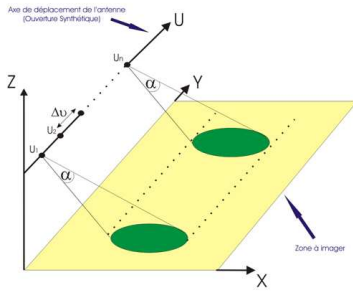


Figure 1: Système d'acquisition de données RSO

## 2 Algorithme de synthèse d'ouverture

### 2.1 Un algorithme classique de reconstitution d'image

L'algorithme de Corrélation Spatio-Temporelle (CST) est un algorithme RSO de formation d'image. Il consiste à corrélérer le signal reçu avec le modèle de signal attendu pour chaque position  $(x,y)$  à imager. On a ainsi [4]:

$$I(x, y) = \int_t \sum_{u_n} z(t, u_n) \cdot e^*(t - r(u_n, x, y)) dt \quad (1)$$

où  $I(x, y)$  est l'amplitude de l'image en  $(x,y)$  et  $z(t, u_n)$  le signal reçu en fonction du temps et de la position  $u_n$  de l'antenne. La cible étant considérée comme isotrope, sa réponse est modélisée par le signal émis  $e(t - r(u_n, x, y))$  pour chaque position  $u_n$ , retardée de  $r(u_n, x, y)$  (le temps mis par le signal pour faire un aller retour entre l'émetteur et la cible). De ce fait, ce modèle ne prend pas en compte les variations du signal diffracté par une cible, notamment en fonction de l'angle d'incidence du signal et de la position de la cible.

### 2.2 Algorithme basé sur un détecteur à sous-espace

#### 2.2.1 Problème de détection d'une cible

Pour chaque position  $(x,y)$  à imager, nous implémentons un détecteur basé sur le test du RVG, qui estime si une plaque (quelque soit son orientation) est présente ou pas. Soit :

$$\mathbf{z} \in \mathbb{C}^M, \quad \mathbf{z} = [\mathbf{z}_1^T \quad \mathbf{z}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{z}_n^T]^T \quad (2)$$

l'ensemble des  $M$  échantillons du signal reçu par le récepteur aux différentes positions  $u_1, u_2, \dots, u_n$  (Figure 1), où  $\mathbf{z}_i$  est le signal mesuré échantillonné à la position  $u_i$ . Soit le problème de détection suivant :

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{z} = \mathbf{b} \\ H_1 : \mathbf{z} = a\mathbf{s}_{x_0 y_0}(\alpha_0, \beta_0) + \mathbf{b} \end{cases} \quad (3)$$

avec  $H_0$  l'hypothèse considérant que le signal reçu est du bruit blanc de variance  $\sigma^2$  et  $H_1$  l'hypothèse bruit plus plaque présente à la position  $(x_0, y_0)$  et avec l'orientation  $(\alpha_0, \beta_0)$ . Nous définissons maintenant  $\mathbf{s}_{xy}(\alpha, \beta)$ :

$$\mathbf{s}_{xy}(\alpha, \beta) = [\mathbf{s}_{xy,1}(\alpha, \beta)^T \quad \dots \quad \mathbf{s}_{xy,n}(\alpha, \beta)^T]^T \quad (4)$$

le signal non bruité reçu par le récepteur aux différentes positions  $u_1, u_2, \dots, u_n$  pour une plaque située en  $(x,y)$  et dont

l'orientation est définie par les angles d'Euler [7]  $(\alpha, \beta)$  variant dans  $I = [0, \pi]^2$ . Ces angles définissent la rotation appliquée à la plaque par rapport à sa position initiale (plaque parallèle au plan  $(xOy)$ ). On note  $\mathbf{s}_{xy,i}(\alpha, \beta)$  le signal non bruité mesuré à la position  $u_i$  lorsqu'une plaque est située en  $(x,y)$ .  $a$  est le terme complexe représentant l'atténuation.

Soit :

- $V_{xy}$  la variété contenant l'ensemble des réponses  $\mathbf{s}_{xy}(\alpha, \beta)$  avec  $(\alpha, \beta)$  décrivant  $I$  ;
- $E_{xy}$  l'espace vectoriel contenant au mieux la variété  $V_{xy}$  au sens d'un critère exposé ci-après.

Si aucun paramètre n'est inconnu, le problème de détection se ramène au test de maximum de vraisemblance [3] :

$$T = \frac{p(\mathbf{z}|H_1)}{p(\mathbf{z}|H_0)} \quad (5)$$

Or, le but de notre approche est d'être plus adapté une réponse de plaque quelque soit son orientation. Le cas optimal est d'avoir la moyenne de  $\mathbf{z}|H_1$  dans la variété  $V_{xy}$ . On pourrait envisager de tester toutes les orientations possibles de la plaque. Cette approche conduirait à une charge de calcul prohibitive. C'est pourquoi nous nous limiterons à tester si la moyenne de  $\mathbf{z}|H_1$  appartient à  $E_{xy}$ ,  $E_{xy}$  contenant au mieux la variété  $V_{xy}$  au sens d'un critère précisé ci-après. Dans ce cas la quantité test du RVG s'écrit :

$$T = \frac{\max_{\mathbf{v} \in E_{xy}} p(\mathbf{z}|H_1)}{p(\mathbf{z}|H_0)} \quad (6)$$

avec ( $H =$  transposé conjugué) :

$$p(\mathbf{z}|H_1) = \frac{1}{\pi^M \sigma^{2M}} \exp \left[ \frac{-(\mathbf{z} - \mathbf{v})^H (\mathbf{z} - \mathbf{v})}{\sigma^2} \right] \quad (7)$$

le paragraphe suivant montre que maximiser la probabilité  $p(\mathbf{z}|H_1)$  revient à projeter  $\mathbf{z}$  sur une base particulière.

#### 2.2.2 Développement du détecteur basé sur le test du Rapport de Vraisemblance Généralisé (RVG)

##### A - Calcul du MVG

Maximiser  $p(\mathbf{z}|H_1)$  nécessite la minimisation de  $\|\mathbf{z} - \mathbf{v}\|^2$  par rapport à  $\mathbf{v}$  d'après (7). Supposons dans un premier temps que nous disposons d'une base de l'espace  $E_{xy}$  de dimension  $R$ . Nous notons  $\mathbf{U}_{xy}$  la matrice  $M \times R$  dont les colonnes forment une base orthonormée de  $E_{xy}$ . Le minimum de  $\|\mathbf{z} - \mathbf{v}\|^2$  vaut :

$$\|\mathbf{z} - \mathbf{v}\|_{min}^2 = \|\mathbf{z} - \mathbf{U}_{xy} \mathbf{U}_{xy}^H \mathbf{z}\|^2 = \|\mathbf{z}\|^2 - \|\mathbf{U}_{xy}^H \mathbf{z}\|^2 \quad (8)$$

Dans ces conditions le maximum de vraisemblance  $T$  s'écrit :

$$T = \frac{\frac{1}{\pi^M \sigma^{2M}} \exp \left[ \frac{-\|\mathbf{z}\|^2 + \|\mathbf{U}_{xy}^H \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \right]}{\frac{1}{\pi^M \sigma^{2M}} \exp \left[ \frac{-\|\mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \right]} \quad (9)$$

Si on pose  $I(x, y) = \log(T)$ , on a finalement :

$$I(x, y) = \left\| \frac{\mathbf{U}_{xy}^H \mathbf{z}}{\sigma} \right\|^2 \quad (10)$$

On obtient donc le RVG par projection du signal reçu dans l'espace  $E_{xy}$ .

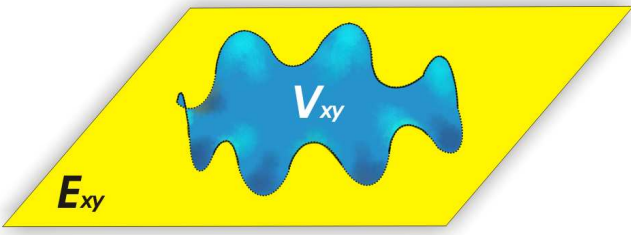


Figure 2: Espace  $E_{xy}$  contenant 'au mieux' la variété  $V_{xy}$

### B - Détermination du sous-espace

On détermine l'espace  $E_{xy}$  comme étant l'espace vectoriel de rang  $R$  contenant au mieux la variété  $V_{xy}$  au sens de la minimisation du critère :

$$C(U_{xy}) = \iint_I \|\mathbf{s}_{xy}(\alpha, \beta)\|^2 - \|\mathbf{U}_{xy}^H \mathbf{s}_{xy}(\alpha, \beta)\|^2 d\alpha d\beta \quad (11)$$

En discrétisant  $\alpha$  et  $\beta$  on aboutit au critère approché suivant :

$$C'(U_{xy}) = \sum_{i,j} \|\mathbf{s}_{xy}(\alpha_i, \beta_j)\|^2 - \|\mathbf{U}_{xy}^H \mathbf{s}_{xy}(\alpha_i, \beta_j)\|^2 \quad (12)$$

La figure 2 donne une représentation simplifiée de ce problème. Soit  $\mathbf{S}_{xy}$  la matrice dont les vecteurs colonnes sont formés par les vecteurs  $\mathbf{s}(\alpha_i, \beta_j)$  tels que  $\alpha_i$  et  $\beta_j$  couvrent l'intervalle  $[0, \pi]$  :

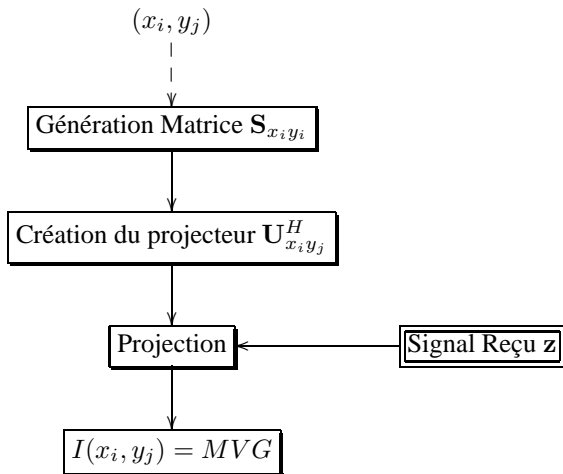
$$\mathbf{S}_{xy} = [ \mathbf{s}_{xy}(\alpha_1, \beta_1) \quad \dots \quad \mathbf{s}_{xy}(\alpha_P, \beta_N) ] \quad (13)$$

Si on considère la Décomposition en Valeurs Singulières de  $\mathbf{S}_{xy}$  [5] :

$$\mathbf{S}_{xy} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^H \quad (14)$$

On montre dans [6] que  $\mathbf{U}_{xy}$  est donné par les vecteurs singuliers de  $\mathbf{U}$  associés aux  $R$  plus grandes valeurs singulières non nulles. L'image du point  $(x,y)$  s'obtient donc par projection du signal reçu  $\mathbf{z}$  sur  $U_{xy}$ , base (approchée au sens du critère  $C'(U_{xy})$ ) des signaux renvoyés par une cible placée en  $(x,y)$  et d'orientation quelconque.

Pour résumer, différentes étapes nécessaires sont à la mise en oeuvre de l'algorithme peuvent être résumées comme suit :



## 3 Performances de l'Algorithme à sous-espace pour la détection d'une plaque noyée dans du bruit blanc

### 3.1 Modèle utilisé

**Code :** Le code utilisé pour calculer les réponses  $\mathbf{s}_{xy}(\alpha_i, \beta_j)$  de la plaque est un code basé sur l'approximation de l'optique physique. En effet, les plaques utilisées dans cette partie ont des dimensions supérieures à la longueur d'onde. Le code est choisi pour des plaques parfaitement conductrices [7].

**Dimensions du modèle de plaque utilisé :** La plaque utilisée comme modèle de cible dans le détecteur est de dimension  $1m \times 2m \times 2cm$ .

**Position de la plaque :** La plaque est placée au centre de la scène représentées et  $\alpha$  et  $\beta$  définissent son orientation.

**Fréquences utilisées :**

- Fréquence centrale  $f_0$  : 400 MHz.
- Largeur de bande  $B$  : 100 MHz.

### 3.2 Performances de détection

#### 3.2.1 Localisation

La figure 3 présente une image obtenue avec l'algorithme à sous-espace comparée à celle obtenue par l'algorithme CST est donné.

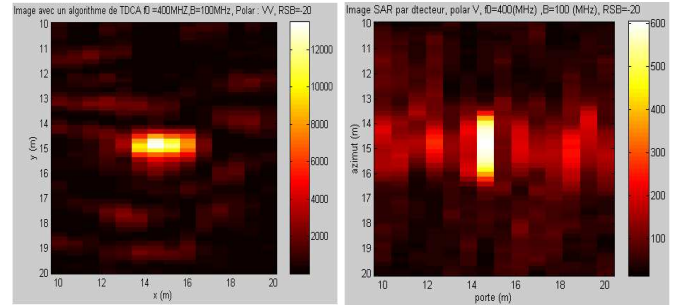


Figure 3: Image formée par l'algorithme à Sous Espace de rang 6 (droite), CST (gauche) pour une plaque orientée ( $\alpha = 0, \beta = -\frac{\pi}{4}$ ), de dimension  $1m \times 2m \times 2cm$  et pour un RSB = -20 dB

Une première observation est que la partie de l'image représentant la plaque est très différente, selon l'algorithme utilisé. Celle formée par l'algorithme CST est peu étalée en azimuth (axe y), mais très étalée en portée (axe x), celle formée par l'algorithme à sous-espace n'est pratiquement pas étalée en portée, mais de façon assez importante en azimuth (axe y). Cet étalement est dû aux vecteurs formant la base du sous-espace, certains n'étant pas parfaitement adaptés à cette configuration de plaque. Si l'on compare à nouveau les deux algorithmes pour une configuration de plaque différente (Figure 4), et si l'on considère que le maximum représenté par chaque figure représente l'emplacement de la plaque, on observe dans le cas de l'algorithme CST une erreur de placement de quelques mètres, alors que l'algorithme à sous-espace donne la position exacte. Plusieurs autres variations d'orientation de plaque ont été testées et l'on constate

que l'algorithme CST se trompe parfois de quelques mètres, l'algorithme à sous espace donne, quant à lui, toujours la bonne position.

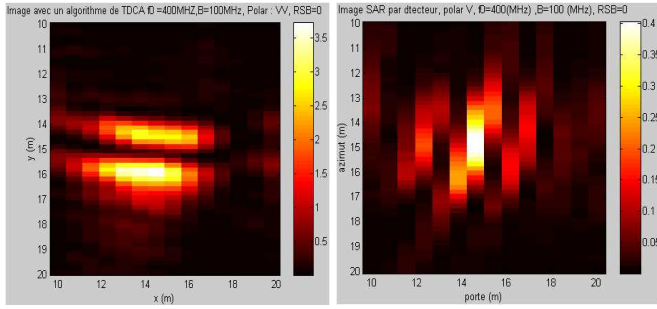


Figure 4: Image formée par les deux algorithmes (CST à gauche et Sous Espace à droite) pour une plaque orientée ( $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \frac{\pi}{6}$ ), de dimension  $1m \times 2m \times 2cm$ ,  $RSB = 0dB$

Notre algorithme semble donc mieux adapté à la détection de plaque en terme de précision de placement. Au delà de cette première conclusion, il est nécessaire de quantifier les performances réelles de l'algorithme à sous espace pour une plaque noyée dans du bruit blanc.

### 3.2.2 Courbe de détection

Une bonne façon de représenter les performances de détection de l'algorithme est de représenter la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme (PFA) (courbe COR) pour un rapport signal à bruit et une orientation de plaque donnés.

La figure 5 représente la probabilité de détection en fonction de la PFA pour deux plaques présentant une orientation différente. On montre [3], que la PFA suit une loi du  $\chi^2$  centrée à 2R degrés de liberté et que la probabilité de détection suit une loi du  $\chi^2$  décentrée à 2R degrés de liberté. Dans chacune de ces configurations, on représente les trois courbes correspondant aux performances de détection dans le cas de l'algorithme à sous espace de  $R$  égal à 2, 4 ou 6 dimensions. La courbe optimale correspond aux performances d'une réception parfaitement adaptée, c'est à dire avec une connaissance a priori de l'orientation de la plaque. La courbe TDCA (Time Domain Correlation Algorithm) correspond à l'algorithme CST. Dans

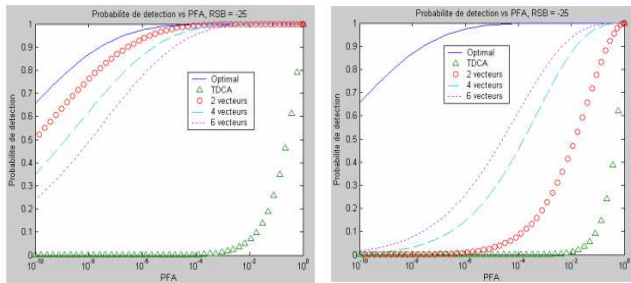


Figure 5: Probabilité de détection vs PFA, pour une plaque  $1 \times 2 m$ ,  $\alpha = 0, \beta = -\frac{\pi}{4}$  (à droite),  $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \frac{\pi}{6}$  (à gauche),  $RSB = -25dB$

chaque cas, l'algorithme à sous espace donne de meilleurs résultats que l'algorithme CST. Il est intéressant de constater que pour les deux orientations de plaque, les meilleures performances ne sont pas obtenues pour le même nombre de dimensions de sous espace. En effet, dans le premier cas ( $\alpha = 0$  et  $\beta = -\frac{\pi}{4}$ ), le détecteur a de meilleures performances pour un sous espace à deux dimensions, alors que pour second cas ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$  et  $\beta = \frac{\pi}{6}$ ), les meilleures performances obtenues sont pour un sous espace à 6 dimensions. Cette différence s'explique par la nature des vecteurs qui constituent les bases de chaque sous espace. On rappelle que ces vecteurs sont en fait les vecteurs singuliers correspondant au plus fortes valeurs singulières de la matrice constituée de l'ensemble des réponses d'une plaque pour différentes orientations. Les vecteurs singuliers sont ordonnés suivant l'amplitude de la réponse de la plaque. Lorsque la plaque a une orientation donnée par  $\alpha = 0$  et  $\beta = -\frac{\pi}{4}$ , elle répond fortement dans la direction des récepteurs (la plaque fait 'face' à l'antenne synthétique). Cette réponse correspond donc plus aux premiers vecteurs singuliers associés aux plus grandes valeurs singulières. Dans le cas ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$  et  $\beta = \frac{\pi}{6}$ ), la plaque répond faiblement dans la direction du récepteur, quelque soit sa position. Le signal reçu correspond donc plus aux vecteurs singuliers associés aux valeurs singulières plus faibles.

## 4 Conclusion

Les études préliminaires effectuées pour déterminer les performances de l'algorithme à synthèse d'ouverture basé sur un détecteur à sous espace dans le cas d'une plaque noyée dans un bruit blanc gaussien sont très prometteuses. Ses avantages sur l'algorithme de corrélation spatio-temporelle sont démontrés dans ce cas là, aussi bien sur sa précision que sur ses performances de détection. Les études concernant la robustesse de l'algorithme à la détection de plaques de tailles non adaptées au détecteur, ainsi qu'à la détection de cibles plus complexes sont en actuellement en cours.

## References

- [1] M. Soumekh. *Reconnaissance with Ultra Wide Band UHF Synthetic Aperture Radar*. Signal Processing Magazine, IEEE, vol.12, n°4, pp.21-40, July 1995.
- [2] M. Dehmollaian, K. Sarabandi. *A Forward Scattering Model for Foliage Camouflaged Complex Targets*. Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2004, IGARSS 04, Proceedings 2004, IEEE International, vol.1, pp258-261, 20-24 Sept 2004.
- [3] H.L. Van Trees. *Estimation and Modulation Theory, volume 1*. John Wiley & Sons, 1971.
- [4] M. Soumekh. *Synthetic Aperture Radar Signal Processing*. John Wiley & Sons, inc.
- [5] L.L. Scharf. *Statistical Signal Processing : Detection, Estimation, and Time Series Analysis*. Addison-Wesley Publishing Co., 1990.
- [6] P. Forster. *Generalized Rectification of Cross Spectral Matrices for Array of Arbitrary Geometry*. IEEE transaction on Signal Processing, vol. 49, n°5, May 2001.
- [7] F.T. Ulaby, C. Elachi. *Radar Polarimetry for Geoscience Application*. F.T. Ulaby, C. Elachi Editors.