

# Quantification des images couleur par un algorithme de classification crédibiliste

Anne-Sophie CAPELLE<sup>1</sup>, Olivier COLOT<sup>2</sup>, Christine FERNANDEZ-MALOIGNE<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>Laboratoire Signal Image Communications, FRE CNRS 2731  
Université de Poitiers  
Bât. SP2MI, Bd Marie et Pierre Curie  
86962 Futuroscope-Chasseneuil, France

<sup>2</sup>Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique & Signal, UMR CNRS 8146  
Université des Sciences et Technologies de Lille  
Cité Scientifique - Bâtiment P2  
59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France  
anne.sophie.capelle@univ-poitiers.fr  
olivier.colot@univ-lille1.fr  
fernandez@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr

**Résumé** – Nous proposons un algorithme de quantification des images couleur fondé sur la théorie de l'évidence. Dans ce cadre, le problème de quantification est vu comme un problème de classification non supervisée dans l'espace couleur. Partant d'un nombre de classes égal au nombre de couleurs de l'image originale, l'algorithme de classification crédibiliste estime itérativement de nouvelles partitions crédales. L'originalité du travail présenté repose sur la définition d'un nouveau critère contrôlant la convergence de l'algorithme permettant ainsi d'obtenir le nombre de classes désiré. La nouvelle palette couleur est calculée à partir de la partition crédale obtenue à la convergence de l'algorithme. Cette approche de quantification couleur par une méthode de classification non supervisée présente l'intérêt d'être complètement indépendante de toute initialisation. La méthode de quantification proposée, comparée à des méthodes de quantification existantes a montré son efficacité. En particulier, les résultats en terme de distorsion vis-à-vis de l'image originale sont meilleurs que ceux obtenus avec les autres méthodes testées.

**Abstract** – This paper presents a novel approach of color quantization using an evidential clustering algorithm. Our method is a top-down approach which iteratively decreases the number of clusters associated with the image until having the desired  $K$  number of clusters. The final color palette is then obtained by computing the mean color vector of each cluster. This method is completely automatic which preserves the final result from any initial condition. Experiments on various images show that our algorithm is efficient for color quantization. Quantitative evaluation shows our method provides low distortion relatively to the original image. These results are confirmed by the high visual quality of the quantized images.

## 1 Problématique

La quantification d'une image couleur a pour objectif de réduire le nombre de couleurs qui compose une image tout en préservant sa qualité. Il existe différentes manières de classer les algorithmes de quantification couleur. Nous retiendrons ici la classification proposée dans [1] qui distingue les méthodes de *pré-clustering*, les méthodes de *post-clustering* et les méthodes *mixtes*. Les méthodes de *pré-clustering* découpent successivement l'espace couleur (le cube RGB, par exemple) jusqu'à obtenir  $K$  sous-espaces permettant ainsi la quantification de l'image en  $K$  couleurs. Cette approche a été largement explorée et regroupe les algorithmes de quantification tels que l'algorithme Median-Cut[2], l'algorithme Variance-Based [3] ou l'algorithme MPL [4]. Les méthodes de *post-clustering* vont quant à elles d'abord sélectionner  $K$  couleurs afin d'initialiser les  $K$  classes de l'espace couleur. Ces classes pourront être raffinées par la suite et fourniront la palette réduite des couleurs. Les techniques utilisées s'inspirent ainsi des méthodes de reconnaissance des formes et on trouve des méthodes de quantifi-

cation fondées sur l'algorithme C-Means, l'algorithme Fuzzy-C-Means [5] ou encore sur des algorithmes génétiques [6]. Ces méthodes sont généralement coûteuses en calcul et en temps mais plus efficaces. Enfin, les méthodes mixtes combinent les deux approches précédemment énoncées.

L'algorithme que nous proposons se classe parmi les méthodes de *post-clustering* et est issu d'un algorithme de classification crédibiliste [7]. Partant d'un nombre élevé de classes, ce dernier algorithme estime itérativement une partition crédale associée à l'espace des caractéristiques grâce à un critère fondé sur la fonction pignistique. Ce processus, qui est ré-itéré jusqu'à la convergence de l'algorithme, s'accompagne d'une décroissance progressive du nombre de classes. Nous proposons de modifier cet algorithme de classification en un algorithme de quantification en y adjoignant un critère supplémentaire qui permet de contrôler le nombre de classes de la partition. Ce nouveau critère permet ainsi d'obtenir une partition finale composée de  $K$  de classes. En associant à chaque classe un représentant, nous obtenons la nouvelle palette couleur. Notre méthode, proche des méthodes de reconnaissance des formes

pourra alors être utilisée préférentiellement dans le cadre d'un pré-traitement.

Après avoir rappelé le contexte crédibiliste dans lequel nous nous plaçons (section 2), nous présentons la méthode de quantification que nous proposons ainsi que les résultats obtenus (section 3).

## 2 Contexte crédibiliste

La théorie des fonctions de croyance, ou *théorie de l'évidence*, est issue des travaux de Dempster [8]. Formalisée par la suite par Shafer [9], elle est aujourd'hui considérée comme un cadre fédérateur des mesures de confiance.

Différentes interprétations de la théorie des fonctions de croyance ont été proposées. Dans le cadre de nos travaux nous considérons le *modèle des croyances transférables (MCT)* défini par Smets [10, 11] qui apporte une axiomatique et une interprétation non probabilistes des raisonnements incertains. Un aspect important de cette théorie repose de plus sur la séparation entre l'étape de modélisation de la connaissance et celle de la prise de décision.

Dans cette partie, nous rappelons brièvement quelques notions liées au MCT. Les lecteurs se référeront à [9, 12, 10, 11] pour plus de détails.

### 2.1 Modélisation de la croyance

Dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance, l'ensemble exhaustif des  $p$  hypothèses répondant au problème de classification est appelé *ensemble de discernement* et est noté :

$$\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_p\}. \quad (1)$$

Pour toute proposition  $A \subseteq \Omega$ , on peut alors définir une probabilité élémentaire  $m(A)$ , appelée *masse de croyance*, qui représente la véracité d'une proposition  $A$ . Cette masse de croyance vérifie :

$$\sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1. \quad (2)$$

La connaissance sur  $A$  est alors telle qu'il est impossible de redistribuer la connaissance sur un sous-ensemble quelconque de  $A$ .

Différents modèles ont été proposés pour construire des fonctions de croyance. Nous retenons en particulier le modèle fondé sur des distances que nous utiliseront par la suite [13].

Si on note  $\mathcal{X} = \{x_i, i = 1, \dots, n\}$  l'ensemble des vecteurs formes lié au problème de classification, il est possible de lui associer une *partition crédale* notée  $\mathcal{P}$  et définie par :

$$\mathcal{P} = \{m_1, \dots, m_n\}. \quad (3)$$

Cette partition est composée de  $n$  fonctions de croyance définies sur  $\Omega$  où chaque fonction  $m_i$  décrit la connaissance relative à l'élément  $x_i \in \mathcal{X}$ .

### 2.2 Prise de décision

Suite à l'étape de modélisation de la connaissance au travers des masses de croyance, il est souvent nécessaire de prendre

une décision. Généralement, celle-ci est faite en faveur d'une hypothèse singleton  $\omega_q \in \Omega$  au moyen d'une probabilité appelée *probabilité pignistique* notée  $BetP$  et définie par :

$$BetP(\omega_q) = \sum_{\omega_q \subseteq A} \frac{m(A|\Omega)}{|A|}. \quad (4)$$

À partir de cette probabilité, il est alors possible d'appliquer les règles classiques de la décision bayésienne. Dans le cas particulier où les coûts associés à une décision sont les coûts  $\{0, 1\}$ , la décision se fera en faveur de l'hypothèse maximisant la fonction de probabilité pignistique. Par la suite cette règle sera notée  $\mathcal{R}_1$ .

## 3 Quantification crédibiliste

La méthode de quantification que nous proposons est issue d'un algorithme de classification crédibiliste automatique [7, 14]. Nous revenons tout d'abord sur le principe de ce dernier algorithme (section 3.1) avant de décrire notre méthode de quantification (section 3.2).

### 3.1 Algorithme de classification crédibiliste automatique

L'algorithme de classification automatique sur lequel nous appuyons (figure 1) repose sur l'estimation itérative de partitions crédales jusqu'à l'obtention d'une partition stable.

Dans ce cadre, on note  $\mathcal{X}$  l'ensemble des  $n$  individus à classer,  $\mathcal{P}_t$  la partition crédale obtenue à un instant  $t$  et  $\Omega_t$  l'ensemble de discernement associé  $\mathcal{P}_t$ . Le nombre exhaustif d'hypothèses associées à  $\mathcal{P}_t$  correspond au cardinal de l'ensemble de discernement, à savoir  $|\Omega_t|$ .

Considérant un ensemble d'apprentissage, une masse de croyance  $m_i$  est construite en utilisant la connaissance que nous possédons sur ses  $k$  plus proches voisins, selon la modélisation fondée sur des distances proposée par Dencœur [13].

La partition initiale  $\mathcal{P}_0$  est composée d'autant de classes que d'individus dans l'espace des caractéristiques, i.e à chaque individu  $x_i$  est associé une classe  $\omega_i$  et  $|\Omega_0| = n$ . Il a été montré que ce processus itératif, reposant sur la règle de décision du maximum de la probabilité pignistique ( $\mathcal{R}_1$ ), converge en un nombre fini d'itérations [15].

Conditions initiales :

$t \leftarrow 0$ , partition  $\mathcal{P}_0$  telle que  $|\Omega_0| = n$

**Répéter**

**pour tout** individu  $x_i$  de  $\mathcal{X}$  **faire**

Calculer la masse  $m_i$

Calculer la probabilité pignistique  $BetP_i$  à partir de  $m_i$

Attribuer un label suivant  $\mathcal{R}_1$  dans  $\Omega$

**fin pour**

Mise à jour de la partition :

$t \leftarrow t + 1$  :

$\mathcal{P}_t \leftarrow \mathcal{P}_{t+1}$

$\Omega_t \leftarrow \Omega_{t+1}$  avec  $|\Omega_{t+1}| \leq |\Omega_t|$

**jusqu'à** l'obtention d'une partition stable

FIG. 1 – Classification crédibiliste

## 3.2 Quantification crédibiliste

### 3.2.1 Principe de l'algorithme

La quantification d'une image en  $K$  couleurs par une méthode de post-clustering repose sur la construction d'une partition de l'espace couleur en  $K$  classes. Dans la section 1, nous avons vu que les approches de post-clustering permettant l'obtention de ces partitions sont diverses. Toutefois, les résultats obtenus sont souvent liés à la définition d'un ensemble d'apprentissage ou des conditions initiales. Un des intérêts de la classification crédibiliste présentée dans la section 3.1 est son aspect non déterministe. L'apprentissage est réalisé à chaque itération de façon automatique et sans aucune condition initiale.

Nous proposons d'utiliser cet algorithme dans le cadre de la quantification des images couleur en adjoignant à cette approche un nouveau critère permettant de contrôler le nombre final de classes i.e. d'obtenir une classification en  $K$  classes. Ce critère est appliqué lorsque la convergence vers  $K$  classes n'est plus assurée, c'est-à-dire lorsque le nombre de classes obtenu après la prise de décision devient inférieur à  $K$  ou lorsque la partition se stabilise avant d'avoir atteint ce nombre. Par la suite nous notons  $NbC = Cpt(\mathcal{P}, \mathcal{R})$  le nombre de classes composant la classification de individus  $x_i \in \mathcal{X}$  après l'application de la règle de décision  $\mathcal{R}$  sur  $\mathcal{P}$ .

À chaque itération (fig. 2), 4 situations peuvent se produire :

- Cas 1 : le nombre de classes reste supérieur au nombre de classes désiré i.e.  $NbC > K$ . On continue les itérations.
- Cas 2 : le nombre de classes est égal au nombre de classes désiré i.e.  $NbC = K$ . On aboutit à la partition recherchée et on peut calculer la palette réduite des couleurs.
- Cas 3 : le nombre de classes est devenu inférieur au nombre de classes désiré i.e.  $NbC < K$ . Dans ce cas particulier, nous proposons de revenir à la partition  $\mathcal{P}_t$  précédente qui vérifie  $NbC > K$  et d'appliquer la règle de décision  $\mathcal{R}_2$ . Cette règle, sur laquelle nous revenons ci-après, permet de définir un sous-ensemble de discernement  $\Omega' \subset \Omega_t$  tel que  $|\Omega'| = K$ . Les individus  $x_i \in \mathcal{X}$  anciennement étiquetés parmi les classes de  $\Omega_t \setminus \Omega'$  seront alors étiquetés suivant la règles de décision  $\mathcal{R}_3$ .
- Cas 4 : la convergence de l'algorithme est obtenue et est telle que la partition finale  $\Omega_f$  possède un nombre de classes supérieur à  $K$ . Dans ce cas, on applique la règle  $\mathcal{R}_2$  sur  $\Omega_f$  afin de déterminer  $\Omega'$ .

### 3.2.2 Règles de décision $\mathcal{R}_2$ et $\mathcal{R}_3$

Comme nous venons de l'expliquer, l'objectif de la règle  $\mathcal{R}_2$  est de définir un sous-ensemble de discernement  $\Omega'$  à partir d'un ensemble de discernement  $\Omega_t$  tel que  $|\Omega'| = K$  avec  $|\Omega_t| > K$ .

Nous proposons de définir  $\Omega'$  en gardant, parmi l'ensemble des classes composant  $\Omega_t$ , les  $K$  classes les plus probables i.e. les  $K$  classes associées aux plus fortes valeurs du vecteur pignistique moyen. Plus formellement, ce vecteur de probabilité pignistique moyen  $\overline{BetP}$  est défini par :

$$\overline{BetP} = \sum_{i=1}^n BetP(x_i), \quad x_i \in \mathcal{X}. \quad (5)$$

Il est possible d'ordonner les  $\overline{BetP}(\omega_q)$  et de définir le sous-ensemble de discernement  $\Omega' \subset \Omega_t$  par :

$$\Omega' = \{\omega_{q_i}, \text{ pour } i = 1, \dots, K \text{ et } \omega_{q_i} \in \Omega_t\} \quad (6)$$

avec

$$\overline{BetP}(\omega_{q_1}) \geq \overline{BetP}(\omega_{q_2}) \geq \dots \geq \overline{BetP}(\omega_{q_K}) \geq \dots \geq \overline{BetP}(\omega_{q_{|\Omega_t|}}) \quad (7)$$

Ce sous-ensemble de discernement ainsi défini, il convient de ré-étiqueter les pixels anciennement étiquetés dans l'ensemble des classes supprimées i.e dans  $\Omega_s = \Omega_t \setminus \Omega'$ . Ils sont alors ré-étiquetés suivant la règle de décision  $\mathcal{R}_3$  :

$$\mathcal{R}_3(x_i) = \omega_q \quad \text{avec} \quad \omega_q = \arg \max_{\omega_j \in \Omega'} BetP(x_i) \quad (8)$$

À partir de la classification finale en  $K$  classes, nous obtenons la palette réduite des couleurs en associant à chaque classe sa couleur moyenne. L'image quantifiée est finalement obtenue en associant chaque pixel de l'image originale à sa plus proche couleur parmi les couleurs de la palette réduite.

Conditions initiales :  
 $t \leftarrow 0$ , partition  $\mathcal{P}_0$  telle que  $|\Omega_0| = n$ ,  $NbC = n$

**Répéter**

**pour tout** pixel  $x_i$  de l'image **faire**

- Calculer la masse  $m_i$
- Calculer la probabilité pignistique  $BetP_i$  à partir de  $m_i$
- Attribuer un label suivant  $\mathcal{R}_1$  dans  $\Omega_t$

**fin pour**

Analyser de la partition :  $NbC = Cpt(\mathcal{P}_t, \mathcal{R}_1)$   
 $t \leftarrow t + 1$

**jusqu'à**  $NbC \leq K$  **ou** obtention d'une partition stable.

**si**  $NbC < K$  **alors**

Revenir étape  $t$  :

- $\mathcal{P}_{t+1} \leftarrow \mathcal{P}_t$
- $\Omega_{t+1} \leftarrow \Omega_t$  avec  $|\Omega_t| > K$
- Définir  $\Omega'$  à partir de  $\Omega_t$  selon  $\mathcal{R}_2$
- Ré-labeliser suivant  $\mathcal{R}_3$  dans  $\Omega'$

**sinon si** la partition est stable et  $NbC > K$  **alors**

- Définir  $\Omega'$  à partir de  $\Omega_{t+1}$  selon  $\mathcal{R}_2$
- Ré-labeliser suivant  $\mathcal{R}_3$  dans  $\Omega'$

**fin si**

- Calculer la palette réduite des couleurs
- Affecter une couleur à chaque pixel de l'image

FIG. 2 – Quantification crédibiliste

## 3.3 Résultats

Cette méthode de quantification a été testée sur une large base de données d'images couleur (images naturelles) ainsi que sur des images couleur de références (*lena*, *mandrill*, *peppers*). L'espace couleur utilisé est l'espace couleur RGB. Nous ne présenterons ici que les résultats concernant l'image *lena* au travers de la mesure de l'erreur quadratique moyenne  $EQM$  relativement aux images originales :

$$EQM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((R_i - \hat{R}_i)^2 + (G_i - \hat{G}_i)^2 + (B_i - \hat{B}_i)^2) \quad (9)$$

où  $(R_i, G_i, B_i)$  représente les valeurs des composantes rouge, verte et bleu du pixel  $x_i$  dans l'espace RGB et  $(\hat{R}_i, \hat{G}_i, \hat{B}_i)$

les valeurs des composantes rouge, verte et bleu du pixel dans l'image quantifiée en  $K$  couleurs.

Nous avons choisi de comparer la performance de notre méthode aux performances de trois approches de la littérature : la méthode Octree [16] qui fait référence dans la problématique de la quantification des images couleur, la méthode MPL [4] de type pré-clustering et la méthode HCL [6] de type post-clustering utilisant des réseaux de neurones.

Pour les quatre méthodes comparées, nous avons réalisé des quantifications en 256, 128, 64, 32 et 16 couleurs et calculé l'erreur quadratique moyenne (eq. 9). Les résultats sont regroupés dans le tableau de la figure 3-a.

Dans ce tableau, nous observons que quelque soit le niveau  $K$  de quantification, notre méthode (notée QCre) est celle qui fournit les plus faibles valeurs d'EQM. Ces résultats quantitatifs sont confortés par la qualité visuelle des images quantifiées obtenues. Les figures (fig. 3-c) et (fig. 3-d) représentent respectivement les résultats obtenus pour une quantification en 16 couleurs par notre méthode et ceux obtenus par l'Octree (les 2 meilleurs algorithmes d'après le tableau 3-a). On observera que notre image quantifiée présente une très faible distorsion vis-à-vis de l'image originale alors que l'image Octree présente des dégradations en particulier au niveau des cheveux. Des résultats du même ordre sont obtenus sur l'ensemble des images testées.

## 4 Conclusion

Nous avons présenté une méthode de quantification crédibiliste des images couleur. L'approche proposée est une approche de *post-clustering* qui consiste à estimer une partition de l'espace couleur en  $K$  classes. Cette estimation est faite dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. L'approche proposée est une approche non supervisée : partant d'une partition composée initialement d'autant de classes que de couleurs dans l'image originale, un algorithme itératif permet d'estimer successivement de nouvelles partitions crédales tout en diminuant le nombre de classes. Nous avons défini un critère de contrôle du nombre de classes fondé sur la fonction pignistique. Celui-ci permet d'aboutir à une partition composée de  $K$  classes et ainsi d'en déduire une image quantifiée. Cet algorithme non supervisé a été testé sur des images de référence et sur une base de données d'images naturelles. Les résultats quantitatifs et qualitatifs sont très prometteurs.

## Références

- [1] Luc Brun. *Traitement d'images couleur et Pyramides combinatoires*. Hdr, Université de Reims, 2002.
- [2] P. Heckbert. Color image quantization for frame buffer display. In *proceedings of SIGGRAPH'82*, pages 297–207, 1982.
- [3] S. Wan, P. Prusinkiewicz, and S. Wong. Variance-based color image quantization for frame buffer display. *Color Research and Application*, 15(1) :52–58, 1990.
- [4] M.C. Larabi, N. Richard, and C. Fernandez-Maloigne. A fast color quantization using a matrix of local pallets. In *AIPR'2000*, Washington, USA, October 2000.
- [5] Dogan Ozdemir and Lale Akarun. A fuzzy algorithm for color quantization of images. *Pattern Recognition*, 35 :1785–1791, 2002.

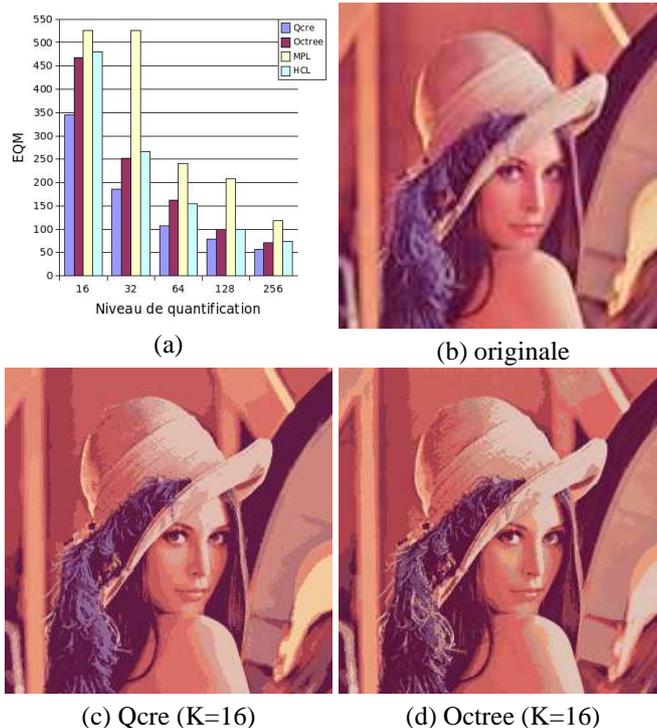


FIG. 3 – Comparaisons des résultats de quantification sur l'image Lena

- [6] E. Scheunders. A genetic c-means clustering algorithm applied to color image quantization. *Pattern Recognition*, 30(6) :859–866, 1997.
- [7] P. Vannoorenbergue, E. Lefevre, and O. Colot. Traitement d'images et théorie des fonctions de croyance. In *LFA, Rencontres francophones sur la logique floue*, pages 1–4, Tours, France, November 2003.
- [8] A. Dempster. Upper and lower probabilities induced by multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics*, 38 :325–339, 1967.
- [9] G. Shafer. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princetown University Press, 1976. Princetown New Jersey.
- [10] P. Smets and R. Kennes. The transferable belief model. *Artificial Intelligence*, 66(2) :191–234, 1994.
- [11] P. Smets. Pratical uses of belief functions. In *Uncertainty in Artificial Intelligence 15 (UAI99)*, pages 612–621, Stockholm, Sweden, 1999.
- [12] T. Denœux and M. Masson. Clustering of proximity data using belief functions. In *Proceedings of IPMU'92*, pages 609–616, Annecy, France, 1992.
- [13] T. Denœux. An evidence-theoretic neural network classifier. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 3 :712–717, October 1995.
- [14] E. Lefevre, J.P Manata, and D. Jolly. Classification par la théorie de l'évidence pour la gestion de tournée de véhicules. In *RFIA'2004*, Toulouse, France, January 2004.
- [15] T. Denœux and G. Govaert. Combined supervised and unsupervised learning for system diagnosis using dempster-shafer theory. In *CESA'96 IMACS Multiconference, Computational Engineering Applications Symposium on Control, Optimization and Supervision*, volume 1, pages 104–109, 1996.
- [16] M. Gervaulz and W. Purgathofer. A simple method for color quantization : Octree quantization. *New Trends in Computer Graphics*, pages 219–231, 1988.