

# Reconstruction 3D de sténoses par modélisation markovienne à partir de plus de deux images d’angiographie rotative par rayons X

Moez CHAKCHOUK<sup>1,2</sup>, Sylvie SEVESTRE-GHALILA<sup>1</sup>, Christine GRAFFIGNE<sup>2,3</sup>, Mériem JAÏDANE<sup>1</sup>  
Hatem RAJHI<sup>4</sup>, Radhi HAMZA<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Unité de Recherche Signaux et Systèmes (U2S), École Nationale d’Ingénieurs de Tunis  
Campus El Manar, 1002 Belvédère, Tunis, Tunisie

<sup>2</sup>Laboratoire Mathématiques Appliquées de Paris 5 (MAP5), Université René Descartes Paris 5  
45 rue des Saints-Pères, 75270 Paris Cedex 0645, France

<sup>3</sup>École Supérieure de la Statistique et de l’Analyse de l’Information  
INSAT, Centre Urbain Nord, 1080 Tunis, Tunisie

<sup>4</sup>Service Imagerie Médicale, Hôpital Charles Nicolle  
Boulevard 9 avril, 1001 Tunis, Tunisie

{chakchouk, sevestre, graff}@math-info.univ-paris5.fr  
meriem.jaidane@wanadoo.tn, {hatem.rajhi, radhi.hamza}@rns.tn

**Résumé** – Dans cette contribution, nous proposons une méthode de reconstruction tridimensionnelle (3D) locale de sténoses à partir de plus de deux images ou projections extraites d’une séquence d’images d’angiographie rotative par rayons X. Cette méthode utilise une modélisation markovienne dont l’énergie comprend un terme décrivant l’a priori sur la structure vasculaire à reconstruire ainsi qu’un terme d’ajustement aux projections. Cette modélisation est une généralisation de celle introduite dans [1]. En effet, l’énergie d’ajustement est modifiée afin de prendre en compte un nombre de projections supérieur à deux. Cette généralisation augmente le nombre de contraintes ce qui diminue le nombre de minima globaux de l’énergie markovienne. Les simulations réalisées dans ce travail montre que cela améliore sensiblement la qualité de la reconstruction dans le cas de présence de sténoses de formes complexes.

**Abstract** – In this paper, we propose a 3D reconstruction method of vessel lesions by using more than two projections. These projections is extracted from an X ray rotational angiography image sequence. It is based on a markov model involving an energy composed of an apriori term and a term describing the adjustment to the projections data. This model is an extension of that proposed in [1]. In fact, the adjustment energy is modified in order to take into account a number of projections greater than two. This generalization increases the number of constraints and then decreases the number of energy minima. The simulations carried out in this work show that this generalization improve the reconstruction quality of complexe vessel lesions.

## 1 Introduction

L’angiographie par rayons X est la modalité d’imagerie médicale la plus utilisée pour le diagnostic des pathologies vasculaires (sténoses, anévrisme, etc.). La routine clinique actuelle consiste à acquérir des séquences d’images acquises suivant plusieurs angles de vue permettant au radiologue de reconstruire mentalement le réseau vasculaire. Ces images sont utilisées pour détecter et quantifier la sévérité des différentes pathologies vasculaires. Dans le cas de sténoses, il s’agit de réaliser le rapport des diamètres des vaisseaux mesurés à partir des contours détectés dans une image choisie par le médecin radiologue [10]. Afin d’améliorer les performances de l’analyse quantitative de sténoses, deux modes d’acquisition ont été envisagés. Le premier, appelé mode d’acquisition biplan, utilise deux sources à rayons X. Il permet d’acquérir simultanément deux séquences d’images d’angiographie sous des incidences orthogonales (frontale et latérale) [5]. Le second, appelé mode d’acquisition rotative, permet d’acquérir une série d’images d’angiographie par rayons X au cours d’une seule in-

jection du produit de contraste et lors de la rotation continue du système d’acquisition autour du patient. Son avantage est de réduire la quantité de produit de contraste, le taux d’irradiation du patient et la durée de l’intervention [3, 10]. Ces deux modes d’acquisition ont rendu possible la reconstruction tridimensionnelle (3D) du réseau vasculaire qui s’avère déterminante pour le diagnostic des sténoses puisqu’elles permettent d’améliorer la précision des méthodes d’analyse quantitative bidimensionnelle (2D) classique par des critères 3D de type surfacique.

Plusieurs méthodes de reconstruction 3D à partir d’images d’angiographie par rayons X ont été proposées. Nous distinguons deux classes de méthodes : les méthodes tomographiques et les méthodes non-tomographiques appelées aussi géométriques [4, 5]. Les méthodes tomographiques permettent généralement une reconstruction volumique globale du réseau vasculaire. Elles ont été largement adoptées par les constructeurs d’équipements d’angiographie vasculaire. Suivant l’approche de reconstruction utilisée, elles nécessitent l’utilisation de quelques dizaines [2] à une centaine d’images [3] d’angiographie rotative. Elles ont l’inconvénient d’être très coûteux en temps de calculs.

Dans le cas des méthodes non-tomographiques ou géométriques, l'approche de reconstruction 3D est locale et nécessite quelques projections qui peuvent être issues d'un système d'acquisition biplan ou rotative. Elles considèrent les vaisseaux sanguins comme des structures curvilignes 3D caractérisées principalement par leur réseau des lignes médianes et les profils densitométriques de leurs sections. Cette modélisation divise le problème de reconstruction des vaisseaux en deux sous problèmes. Le premier vise la reconstruction des lignes médianes des vaisseaux qui représentent leurs positions dans l'espace 3D [4, 5, 6]. Le second sous problème est d'estimer les sections du vaisseau à partir des profils densitométriques monodimensionnels observés sur les projections. Pour cela un modèle elliptique de la section a été proposée dans [7, 8]. Ce modèle n'est valable que pour des sections à symétrie radiale et est par conséquent inapte à modéliser les sténoses de formes complexes [9]. C'est pourquoi, il a été envisagé de déformer l'ellipse par une technique d'optimisation stochastique basée sur les champs de Markov et le recuit simulé [1, 9]. Ces deux méthodes précitées utilisent une énergie comprenant un terme d'ajustement aux données de projection, et un terme d'a priori sur la forme des sections à reconstruire. Elles se distinguent par ce dernier terme utilisant soit un modèle de contour basé sur les B-splines [9] soit un modèle de la région (image binaire) pour la section du vaisseau à reconstruire [1]. L'intérêt de l'approche contour est de diminuer les sites du champ de Markov. En effet, dans ce cas un site est un noeud de la courbe spline alors que l'approche région, un site est un voxel. Par contre, l'approche contour augmente grandement la complexité de la mise en oeuvre de la minimisation de l'énergie en induisant une succession d'approximation nécessaire pour le calcul des projections. Pour permettre l'introduction de données supplémentaires à celles de deux vues issues d'un système d'angiographie biplan. Nous avons choisi d'améliorer l'approche région.

Après avoir formalisé le problème en section 2, nous présentons dans la section 3 la généralisation du terme d'ajustement à plusieurs vues issues d'une séquence d'images d'angiographie vasculaire rotative. La section 4 est consacrée à la mise en oeuvre de la minimisation de l'énergie du champ markovien résultant par l'algorithme du recuit simulé. Dans la section 5, nous présentons quelques résultats expérimentaux de reconstruction 3D locale de vaisseaux sanguins présentant des sténoses. En particulier, nous montrons l'apport de cette extension à l'aide de résultats obtenus sur des sections synthétiques représentant des sténoses de formes complexes. Enfin, nous concluons cette contribution en donnant quelques perspectives de ce travail.

## 2 Formulation du problème

Un vaisseau sanguin est défini par une surface représentée par une fonction binaire  $f$  donnée, pour tout site  $s = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ , par :

$$f(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s \text{ est à l'intérieur de la surface} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

En supposant que le vaisseau se trouve au centre de la zone de projection et qu'il est situé à une distance assez grande du foyer de la source de rayons X, la géométrie d'acquisition conique du système d'acquisition peut être approchée par une géométrie parallèle. Comme le montre la figure 1, on suppose que le

faisceau des rayons X parallèles est perpendiculaire à l'axe  $z$ , et qu'il forme un angle  $\theta$  avec l'axe  $x$ . Si l'on note  $g_\theta$  la projection du vaisseau sanguin, on peut écrire :

$$g_\theta(t, z) = \int_{\mathcal{L}_\theta(t, z)} f(x, y, z) dl \quad (2)$$

où  $\mathcal{L}_\theta(t, z)$  est la droite formée par le rayon X projeté au point  $(t, z)$  quand l'angle de vue vaut  $\theta$ .

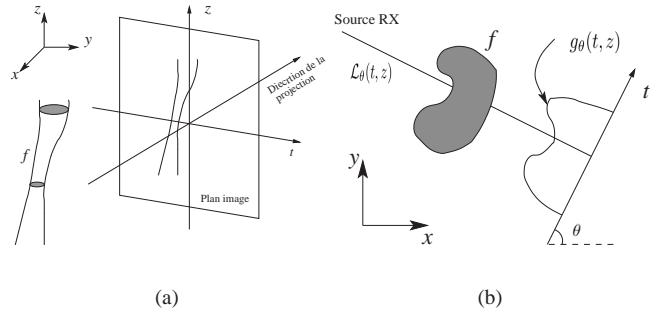


FIG. 1 – (a) Géométrie de la projection (a) d'un vaisseau et (b) d'une section.

Pour chaque angle de vue  $\theta \in \Theta$ , la fonction  $f$  est observée par sa projection  $g_\theta$  supposée être le résultat du modèle de dégradation classique suivant :

$$g_\theta = H_\theta f + \eta, \quad \theta \in \Theta \quad (3)$$

où  $H_\theta$  est l'opérateur de projection suivant l'angle de vue  $\theta$  et  $\eta$  est un bruit dû au procédé d'acquisition supposé être un vecteur de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

Le problème de reconstruction de la fonction  $f$  à partir de  $n_p = |\Theta|$  projections est considéré comme un problème inverse mal posé au sens de Hadamard puisque le faible nombre de projections ( $1 < n_p \leq 10$ ) ne permet pas d'assurer l'unicité de la solution. L'approche markovienne permet d'introduire une contrainte de régularisation de type locale traduisant l'a priori sur la forme des objets à reconstruire. Ceci permet de réduire le nombre de solutions de ce problème de reconstruction [12, 11, 13].

## 3 Modélisation markovienne

Soit  $\mathcal{S}$  un ensemble fini de sites de  $\mathbb{R}^3$ . Le vaisseau à reconstruire est supposé être un champ markovien binaire noté  $F$ , ce qui signifie  $\forall s \in \mathcal{S}$  on a :

$$\Pr [F_s = f_s / F_{\mathcal{S} \setminus \{s\}} = f_{\mathcal{S} \setminus \{s\}}] = \Pr [F_s = f_s / \mathcal{V}_s = f_{\mathcal{V}_s}]$$

où  $F_A$  est la restriction de  $F$  à l'ensemble des sites de  $A$  et  $\mathcal{V}_s$  est le voisinage du site  $s$  que l'on choisit ici formé par les 8 voisins les plus proches voisins dans le plan  $(x, y)$  et par les deux plus proches voisins verticaux suivant l'axe  $z$  (voir figure 2). Sous la contrainte de la positivité et en appliquant le théorème de Hammersley-Clifford,  $F$  suit une distribution de Gibbs  $\pi(f)$  donnée par :

$$\pi(f) = \Pr[F = f] = \frac{1}{Z} \exp(-U_r(f)),$$

où  $Z$  est une constante de normalisation et  $U_r(f)$  est une fonction d'énergie s'écrivant comme somme de potentiels locaux

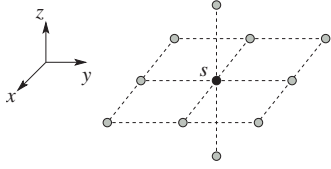


FIG. 2 – Système de voisinage  $\mathcal{V}_s$  utilisé.

sur des sous-ensembles  $c$  de sites mutuellement voisins, appelés cliques, associés au système de voisinage défini dans la figure 2. Comme dans [1], cette énergie qui ne charge que les cliques paires de sites s’écrit :

$$U_r(f) = 1 - \frac{1}{|S|} \sum_{c=\langle s,r \rangle} \frac{1}{|\mathcal{V}_s|} \delta(f(s) - f(r)). \quad (4)$$

où  $\delta$  est l’opérateur de Kronecker<sup>1</sup>.

L’équation 3 permet d’exprimer la loi de  $G_\Theta$ , ensemble des projections du vaisseau quand  $F = f$  qui n’est autre qu’une  $\mathcal{N}(H_\Theta f, \sigma^2 \mathbf{I})$ , où  $\mathbf{I}$  est la matrice identité de taille  $n_p |S| \times n_p |S|$ . Ainsi, on peut écrire :

$$\Pr[G_\Theta = g_\Theta / F = f] \propto \exp(-n_p U_a(f, g) / \sigma^2), \quad (5)$$

où  $U_a(f)$  est l’énergie d’ajustement aux données exprimée par :

$$U_a(f, g) = \frac{1}{n_p} \sum_{\theta \in \Theta} \|g_\theta - H_\theta f\|^2. \quad (6)$$

La formulation bayésienne de ce problème de reconstruction revient à estimer  $f$  à l’aide du maximum de la probabilité a posteriori (MAP) :

$$\hat{f} = \arg \max_f (\Pr[G_\Theta = g_\Theta / F = f] \cdot \Pr[F = f]). \quad (7)$$

La modélisation markovienne ainsi introduite ramène ce problème d’estimation à la minimisation en  $f$  de l’énergie suivante :

$$U(f, g) = U_a(f, g) + \lambda U_r(f). \quad (8)$$

où  $U_r(f)$  est appelée énergie de régularisation,  $U_a(f, g)$  l’énergie d’attachement aux données et  $\lambda$  le paramètre de régularisation qui contribue à équilibrer la contribution de ces deux énergies tout en intégrant la variabilité  $\sigma^2$  du bruit  $\eta$ . Ainsi, l’énergie d’attachement aux données quantifie l’erreur entre les projections observées et les projections de la solution  $f$ . Tandis que, l’énergie  $U_r(f)$  permet de garantir la régularité de cette solution en maintenant une homogénéité de la forme du vaisseau sanguin à reconstruire en pénalisant les voxels éparpillés de  $f$ .

## 4 Optimisation de l’énergie

Pour résoudre le problème de minimisation de l’énergie exprimée dans l’équation (8), nous proposons d’utiliser l’algorithme du recuit simulé. Il permet de converger vers l’un des minima globaux désirés et cela en évitant les multiples minima locaux de la fonctionnelle à minimiser [12]. L’algorithme consiste à associer un schéma de refroidissement  $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$  à une procédure de simulation<sup>2</sup> de la distribution de Gibbs définie par :

$$\forall \theta \in \Theta, \pi_{T_n}(f/g_\theta) \propto \exp(-U(f, g)/T_n). \quad (9)$$

<sup>1</sup>l’opérateur de Kronecker au point  $a$  vaut 1 si  $a = 0$  et 0 sinon.

<sup>2</sup>Nous avons opté pour l’algorithme de Metropolis comme décrit dans [12]

Cette suite de paramètres  $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , appelés températures, est décroissante, strictement positifs et convergente vers 0. Le schéma de refroidissement choisi ici est classique puisqu’il s’agit d’une descente exponentielle par paliers exprimée par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, T_n = a^n T_0 = a T_{n-1}, \quad (10)$$

où  $a$  est un paramètre positif proche de l’unité (typiquement  $a \in [0.95, 0.99]$ , ici  $a = 0.95$ ). Dans ce travail et comme dans [1], le palier de température constante correspond à un balayage aléatoire des sites appartenant uniquement à la surface du vaisseau. Pour rester dans le cadre du recuit simulé et ainsi garantir la convergence vers les minima de notre énergie, le paramètre de régularisation  $\lambda$ , contrairement à [1], reste constant tout au long du schéma de refroidissement.

Cet algorithme d’optimisation nécessite à la fois une initialisation de son paramètre de température  $T_0$  et aussi une solution initiale  $f(0)$ . ces deux paramètres intimement liés sont pour :

- $f(0)$  est un cylindre généralisé de sections elliptiques [7].
- $T_0$  doit être suffisamment élevée dans le cas où l’initialisation est éloignée de la solution optimale. La pertinence de notre choix de la solution initiale nous permet de choisir  $T_0$  autour de  $10^{-3}$ .

## 5 Résultats expérimentaux

Nous proposons ici de montrer l’intérêt de plus de deux vues dans la reconstruction 3D à l’aide de simulation de surfaces d’un vaisseau présentant une sténose. La figure 3(g) présente le résultat de reconstruction d’un vaisseau présentant une sténose de forme simple. Ce résultat de reconstruction est obtenu quand  $\lambda = 50$  et  $T_0 = 10^{-3}$  dans le cas de trois projections acquises suivant trois différents angles de vues (voir figures 3(a), 3(b) et 3(c)). La section présentée dans la figure 3(f) n’est autre que la vraie section sténosée. L’erreur de reconstruction obtenue à partir de ces projections est nulle. En figure 3(e), on présente les pixels erronés obtenus en utilisant uniquement deux vues comme dans [1]. Le nombre de ces pixels erronés devient grandissant quand la section sténosée augmente en complexité. En effet pour celle de la figure 4(a), nous avons évalué les résultats de reconstruction obtenus en faisant 3 tourner 100 fois l’algorithme d’optimisation. Dans la figure 4(e), on montre que la probabilité de reconstruire la vraie section sténosée est quasiment nulle dans le cas de deux vues. Elle atteint 0.88 qu’en considérant un nombre de vue égale à 4. Cela se traduit par l’absence de la vraie solution dans l’ensemble des minima en utilisant un nombre de vues inférieur à quatre.

## 6 Conclusion

Dans cet article, nous avons mis en évidence que la qualité de la reconstruction 3D de vaisseau sanguin est améliorée en considérant un nombre de vue non limité à deux. Les minima obtenus en minimisant l’énergie markovienne de reconstruction correspondent à la solution de reconstruction recherchée. De plus, nous avons constaté que le réglage des paramètres de l’algorithme d’optimisation est indépendant du nombre de vue. Cela permet au médecin une certaine flexibilité quant aux choix des images qu’il souhaite utiliser pour la reconstruction.

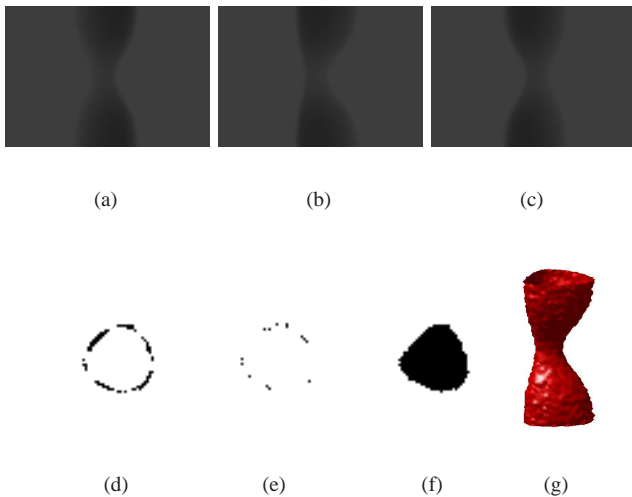


FIG. 3 – Reconstruction 3D de la partie d'un vaisseau présentant une sténose en utilisant trois projections extraites d'une séquence d'angiographie rotative acquises respectivement suivant les angles de vue (a)  $-43^\circ$ , (b)  $13^\circ$  et (c)  $78^\circ$ . (d) Erreur obtenue à l'initialisation elliptique d'une section du vaisseau. (e) Erreur obtenue par la reconstruction de cette section à partir de 2 vues. (f) Résultat de la reconstruction de cette section à partir de 3 vues. (g) Visualisation du vaisseau reconstruit en 3D

## Références

- [1] C. Pellot, A. Herment, M. Sigelle, P. Horain, H. Maître, and P. Peronneau. A 3D reconstruction of vascular structures from x-ray angiograms using an adapted simulated annealing algorithm. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(1) :48–60, 1994.
- [2] A. Rougée, C. Picard, D. Saint-Felix, Y. Troussset, T. Moll, and M. Amiel. Three-dimensional coronary arteriography. *International Journal of Cardiac Imaging*, 10(1) :67–70, 1994.
- [3] R. Fahrig, A. J. Fox, S. Lownie, and D.W. Holdsworth. Use of a C-arm system to generate true three-dimensional computed rotational angiograms : preliminary in vitro and in vivo. *American Journal of Neuroradiology*, 18(8) :1507–1514, september 1997.
- [4] J. L. Coatrieux, M. Garreau, R. Collorec, and C. Roux. Computer vision approaches for the three-dimensional reconstruction of coronary arteries : Review and prospects. *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 22(1) :1–38, 1994.
- [5] A. Wahle, H. Oswald, and E. Fleck. 3D heart-vessel reconstruction from biplane angiograms. *IEEE Computer Graphics and Applications Magazine*, 16(1) :65–73, 1996.
- [6] M. Chakchouk, S. Sevestre-Ghalila, F. Ghorbel, F. Tenzekhti, and R. Hamza. Three-dimensional vascular network projective reconstruction from uncalibrated and non-subtracted x-ray rotational angiography image sequence. In *SPIE Medical Imaging, 23-28 February 2002, San Diego, California, USA*.

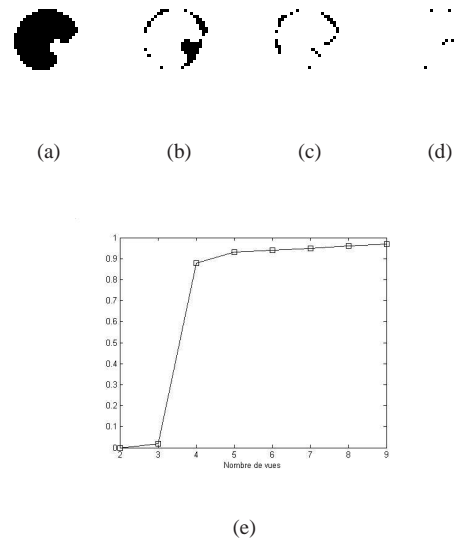


FIG. 4 – Résultats de reconstruction d'une section de vaisseau présentant (a) une sténose complexe. (b) Erreur à l'initialisation. (c) Erreur de reconstruction à partir de deux vues. (d) Erreur de reconstruction à partir de trois vues. (e) Variation en fonction du nombre de vues de la probabilité pour reconstruction la vraie section (a).

- [7] K. Kitamura, J. M. Tobis, and J. Sklansky. Estimating the 3D skeletons and transverse areas of coronary arteries from biplane angiograms. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 7(3) :173–187, 1988.
- [8] T. Kayikcioglu, A. Gangal, and M. Turhal. Reconstructing coronary arterial segments from three projection boundaries. *Pattern Recognition Letters*, 22 :611–624, 2001.
- [9] M. Senasli, L. Garnero, A. Herment, and E. Mousseaux. 3D reconstruction of vessel lumen from very few angiograms by dynamic contours using a stochastic approach. *Graphical Models*, 62(2) :105–127, 2000.
- [10] O.E.H. Elgersma, P.C. Buijs, A.F.J. W'ust, Y. van der Graaf and B.C. Eikelboom, and W.P.T.M. Mali. Maximum internal carotid arterial stenosis : Assessment with rotational angiography versus conventional intraarterial digital subtraction angiography. *Radiology*, 213(3) :777–783, 1999.
- [11] S. Geman and C. Graffigne. Markov random field image models and their applications to computer vision. In A.M. Gleason (ed.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, pages 1496–1517, august 1986.
- [12] S. Geman and D. Geman. Stochastic relaxation, Gibbs distribution, and Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6) :721–741, 1984.
- [13] B. Chalmond. *Éléments de modélisation pour l'analyse d'images (Mathématiques et Applications)* Springer Verlag, 1999.