

# Trajectographie multisenseurs en détection passive radar: application au cas d'une force militaire navale

Jean-Marc LOPEZ<sup>1</sup>, Claude JAUFFRET<sup>2</sup>

<sup>1</sup>DGA - Centre Technique des Systèmes Navals  
BP 28 - 83800 Toulon Armées, France

<sup>2</sup>Université de Toulon et du Var - Laboratoire SIS  
BP 132 - 83957 La Garde Cédex, France

jean-marc.lopez@ctsn.dga.defense.gouv.fr, jauffret@univ-tln.fr

**Résumé** – Cet article traite de la trajectographie passive multisenseurs appliquée à la tenue de situation tactique radar. L'estimateur mis en oeuvre est celui du maximum de vraisemblance. Deux types de mesures sont considérés: les mesures angulaires et les mesures de différence de temps d'arrivée des signaux sur les deux capteurs. L'estimateur basé sur la prise en compte simultanée des deux types de mesures est étudié.

**Abstract** – This paper deals with the radar passive tracking in a naval multisensors force. We study an estimator based on the use of the classical angular measurements and also the electromagnetic waves time differences of arrival on two electronic support measures sensors. Finally, we derived the estimator based on the two type of measurements simultaneously.

## 1 Introduction

La trajectographie passive a fait l'objet de très nombreuses études en acoustique sous-marine<sup>1</sup>. En détection passive radar, les travaux sont beaucoup moins nombreux. De nos jours, beaucoup de bâtiments de surface intègrent des éléments de réduction de signature (furtivité). Afin de ne pas compromettre leur discrétion, ces derniers doivent impérativement limiter ou supprimer leurs propres émissions. La tenue de situation tactique doit alors être établie de façon passive. Par ailleurs, lorsque plusieurs bâtiments d'une même force navale évoluent dans la même zone, ils ont la possibilité de s'échanger des informations techniques par liaison de données. Il devient alors possible d'exploiter les éléments d'interception des senseurs de chaque porteur pour mettre en oeuvre des méthodes de trajectographie. Les présents travaux ont pour but d'exploiter au mieux les capacités de mesures de tels senseurs : informations angulaires et informations de temps d'arrivée des signaux.

## 2 Contexte de l'étude

Les principaux bâtiments de surface en service dans les marines militaires disposent d'un ensemble de senseurs leur permettant d'assurer la tenue de la situation tactique. Dans la présente étude, nous allons plus particulièrement nous intéresser à l'utilisation des données issues des senseurs passifs fonctionnant dans les bandes radar : les détecteurs de radars ou senseurs MRE<sup>2</sup> en nous intéressant plus particulièrement aux grandeurs mesurées par ses derniers et pouvant être utilisées en trajectographie. Les senseurs MRE permettent la mesure d'un grand nombre de paramètres des formes d'ondes interceptées. Dans

ces travaux, nous allons considérer les mesures d'angle  $\beta$  et de date d'arrivée DA des signaux radar. En ce qui concerne la mesure angulaire, plusieurs méthodes peuvent être mises en oeuvre [Bar94]. Nous retiendrons la plus précise qui consiste en des mesures de phase sur différentes antennes. La précision  $\sigma_\theta$  considérée est de l'ordre de 0.5 degré. Nous allons de plus prendre en considération les performances de détection des senseurs car elles ont des implications importantes sur le déclenchement temporel des mesures angulaires. On distingue deux cas<sup>3</sup> en fonction de l'ordre de grandeur de la bande passante de réception. Lorsque la bande passante instantanée de réception est importante, la sensibilité de détection est faible (cas BS pour Basse Sensibilité) ce qui ne permet pas de détecter le radar de la cible en continu : seuls les passages du lobe principal sont détectés. Les mesures d'azimut ne sont donc disponibles qu'aux instants de passage du lobe principal. Inversement, si la bande instantanée de réception est faible, la sensibilité est importante (cas HS pour Haute sensibilité) et le radar peut être détecté en continu : les mesures d'azimut sont donc disponibles sur toutes les impulsions.

## 3 Contenu des travaux

Nous allons considérer le cas de deux bâtiments de surface  $P_1$  et  $P_2$  porteurs des senseurs MRE<sup>1</sup> et MRE<sup>2</sup>. Leur emploi étant coordonné dans le but de déterminer la trajectoire d'un troisième bâtiment appelé cible  $C$  sur lequel se trouve le radar intercepté. Les informations techniques que nous allons exploiter sont de deux types : les mesures d'angles d'arrivée des signaux que l'on traduit en séquence d'azimuts et les mesures élémentaires de dates d'arrivée des impulsions reçues. L'objet de la première partie des travaux est la mise en oeuvre de l'es-

<sup>1</sup>Et dans une moindre mesure dans le domaine de l'observation à partir d'aéronefs.

<sup>2</sup>Pour Moyens de Recherche Electronique.

<sup>3</sup>Ayant des fonctions opérationnelles différentes.

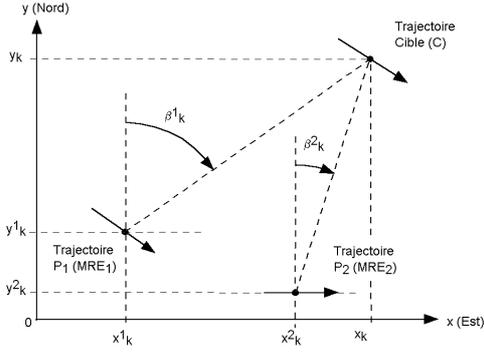


FIG. 1 – Mesures d'azimuts

timateur du maximum de vraisemblance basé sur les mesures d'azimut. Dans une deuxième partie, nous allons considérer la prise en compte des informations de temps d'arrivée. Enfin, une méthode globale de fusion des informations angulaires et temporelles sera étudiée dans une troisième partie afin de bénéficier des avantages relatifs à chaque type de mesure et d'aboutir à la définition d'un estimateur basé sur la prise en compte des deux types d'observations possibles.

## 4 Trajectographie passive par deux azimuts : estimateur du maximum de vraisemblance

La figure 1 illustre la configuration de base considérée dans cette étude : les deux séquences de mesures d'azimuts sont obtenues à partir des mesures effectuées par les senseurs  $MRE_1$  et  $MRE_2$  de  $P_1$  et  $P_2$ . Ces deux séquences correspondent aux instants de mesures  $k.T$  ( $T$  étant la période d'échantillonnage) avec  $k$  entier variant de 1 à  $K$  (horizon de prise en compte des mesures). Le radar porté par la cible est supposé être un radar classique de veille à balayage circulaire.

On suppose que les deux détecteurs fonctionnent en parfaite coordination ; c'est-à-dire que le bâtiment chargé de déterminer la trajectoire de la cible dispose des informations du deuxième porteur. On suppose alors implicitement qu'une liaison de données permettant de faire transiter les différentes informations est établie entre les deux bâtiments.

La méthode d'estimation choisie est la méthode du maximum de vraisemblance. Les évolutions de la cible seront traitées sur la base d'un modèle d'état et estimées par maximisation de la fonction de vraisemblance des mesures issues des capteurs MRE par rapport au modèle d'évolution de la cible.

### 4.1 Modélisation de la trajectoire de la cible

#### 4.1.1 Equation d'état du mouvement de la cible

Les déplacements de la cible ont lieu dans le plan horizontal Oxy. Les grandeurs à estimer sont les coordonnées  $x_c(KT)$  et  $y_c(KT)$  de la cible au cours du temps notées respectivement  $x_k$  et  $y_k$ . Le vecteur d'état de la cible est donc constitué à chaque instant d'échantillonnage de ses coordonnées dans le repère Oxy et de sa vitesse :  $\theta_k = [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k]^T$  où  $\dot{y}_k$  et  $\dot{x}_k$  sont les composantes de la vitesse de la cible suivant Ox et Oy.

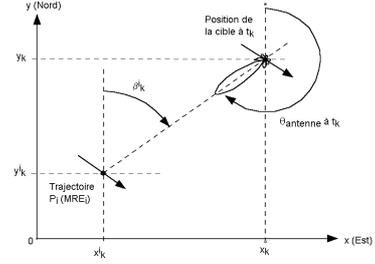


FIG. 2 – Cas BS : instants d'interception

Cette modélisation est celle classiquement employée [SNG84], [Pas], ...

La cible est supposée avoir un mouvement rectiligne uniforme. Dans ce cas, le modèle d'état est le suivant :

$$\theta_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (k-K)T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (k-K)T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \theta_K \quad (1)$$

$K$  est l'indice du point d'estimation courant,  $k$  est l'indice d'un point quelconque de l'horizon de prise en compte des mesures.

#### 4.1.2 Equation de mesure

Chaque senseur  $MRE^i$  fournit une séquence de mesures des angles d'arrivée  $\beta_k^i$  du signal issu du radar porté par la cible. Les observations sont alors données par l'équation de mesure suivante :

$$z_k^i = \beta_k^i + n_k^i = \arctan \frac{x_1 - x_k^i + (k-1)T\dot{x}}{y_1 - y_k^i + (k-1)T\dot{y}}$$

avec  $k = 1, \dots, K$  et  $i = 1, 2$ .

$n_k^i$  représente la séquence des bruits de mesure d'azimut pour le capteur  $i$ . Il est supposé blanc gaussien  $N(0, \sigma_\beta^2)$  de moyenne nulle et de variance  $\sigma_\beta^2$ . Nous supposons dans cette étude que les deux détecteurs MRE sont du même type et qu'ils possèdent par conséquent une même précision de mesure angulaire.  $[x_k^i \ y_k^i]^T$  est le vecteur position du porteur  $P^i$  à l'instant de mesure  $t_k^i$ . Les deux séquences de mesures d'azimuts forment le vecteur de mesure à prendre en compte :

$$Z = [z_1^1 \ z_2^1 \ \dots \ z_N^1 \ z_1^2 \ z_2^2 \ \dots \ z_N^2]^T$$

Dans le cas d'une détection à basse sensibilité, les instants de mesure sont définis par le pointage de l'antenne du radar vers le senseur  $MRE^i$  (cf. figure 2) : c'est-à-dire par :  $\theta_{antenne}(k) - \beta_k^i = \pm\pi$

L'équation ci-dessus permet de définir un algorithme de détermination des instants de mesure (calcul approché par dichotomie).

$$\frac{2\pi}{PRA} \cdot t_k^i + \theta_{antenne}(t_0) - \beta_k^i = \pm\pi$$

PRA est la période de rotation d'antenne du radar.

## 4.2 Estimateur du maximum de vraisemblance : TP2AMV

Nous cherchons à estimer le vecteur d'état  $\theta_K$  à chaque instant  $K$ . Pour cela, nous rechercherons la valeur  $\hat{\theta}_K$  qui maximise la vraisemblance du vecteur d'observation  $Z$  par rapport au modèle. La fonction de vraisemblance de l'ensemble des  $N$  mesures est donnée par 2 (les bruits de mesure  $n_k^i$  sont additifs, gaussiens et centrés ; ils sont de plus indépendants).

$$L(Z, \theta) = \prod_{k=1}^N L(z_k^1, \theta) \cdot L(z_k^2, \theta) = \frac{1}{(2\pi\sigma_\beta^2)^{N/2}} \exp(Q(Z, \theta)) \quad (2)$$

$$Q(Z, \theta) = -\frac{1}{2\sigma_\beta^2} \left( \sum_{k=1}^N (z_k^1 - \beta_k^1)^2 + \sum_{k=1}^N (z_k^2 - \beta_k^2)^2 \right) = \frac{1}{2} (Z - \beta(\theta))^T \cdot \Sigma_\beta^{-1} \cdot (Z - \beta(\theta)) \quad (3)$$

$$\text{Avec : } \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{pmatrix}, \quad \Sigma_i = \text{diag}_{2N}(\sigma_\beta^2)$$

La minimisation du critère  $Q$  ne peut être obtenue directement compte tenu de la non linéarité de la fonction  $\beta$ . Afin de résoudre le problème, nous mettons en oeuvre un algorithme itératif de programmation non linéaire pour obtenir la valeur de  $\hat{\theta}$ . L'algorithme choisi est l'algorithme itératif classique de Gauss-Newton :  $\theta_{n+1} = \hat{\theta}_n - \rho \left( H^{-1}(\hat{\theta}_n) \cdot \nabla Q(\hat{\theta}_n) \right)$ .  $\nabla Q$  et  $H$  désignent respectivement le gradient et le Hessian de la fonction  $Q$  (le facteur  $\rho$  est le pas d'itération ; il est compris entre 0 et 1). On peut montrer qu'il peuvent s'exprimer en fonction de la matrice  $M$  définie par 5 :

$$\begin{aligned} \nabla Q(\hat{\theta}) &= M^T(\hat{\theta}) \cdot \Sigma^{-1} \cdot (Z - \beta(\hat{\theta})) \\ H(\hat{\theta}) &= -M^T(\hat{\theta}) \cdot \Sigma^{-1} \cdot M(\hat{\theta}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$M(\hat{\theta}) = R^{-1}(\hat{\theta}) \cdot A(\hat{\theta}) \quad (5)$$

Avec :

$$\begin{aligned} R_i &= \text{diag}(\hat{r}_1^i, \hat{r}_2^i, \dots, \hat{r}_{N-1}^i, \hat{r}_N^i) \\ \hat{r}_k^i &= \sqrt{(\hat{x}_k - x_k^i)^2 + (\hat{y}_k - y_k^i)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

et :

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} A(k, 1) &= \cos \hat{\beta}_k^i \\ A(k, 2) &= -\sin \hat{\beta}_k^i \\ A(k, 3) &= (t_k - t_K) \cos \hat{\beta}_k^i \\ A(k, 4) &= -(t_k - t_K) \sin \hat{\beta}_k^i \end{aligned} \quad (7)$$

Les détails des calculs sont donnés dans [Lop03] et correspondent à la généralisation à deux senseurs des formules fournies dans [Pas]. L'initialisation de l'algorithme se fait à partir d'une estimation de position issue de la triangulation instantanée (vitesse initiale nulle).

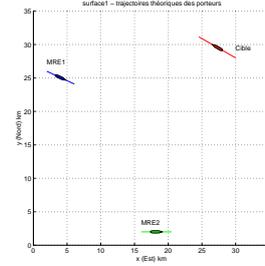


FIG. 3 – Scénario considéré : trajectoire des porteurs

### 4.2.1 Borne de Cramér-Rao de l'estimateur

La qualité de l'estimateur est classiquement appréciée d'un point de vue théorique par la détermination de sa borne de Cramér-Rao (BCR). Les éléments de la matrice d'information de Fisher  $I(\theta)$  s'expriment facilement à partir de la matrice  $M$  :  $I(\theta) = M^T(\theta) \cdot \Sigma^{-1} \cdot M(\theta)$ . Les bornes ainsi calculées sont comparées aux écarts-types issus des tirages de Monte-Carlo et permettent de tracer les ellipses d'incertitudes pour visualiser la qualité de l'estimation.

## 4.3 Simulations

Afin de quantifier les performances obtenues en TP2AMV, nous allons réaliser des simulations numériques basées sur un scénario typique.

### 4.3.1 Scénario considéré

Le scénario considéré<sup>4</sup> est décrit sur la figure 3. La durée est de 15 min (900 s). La période d'échantillonnage des mesures angulaires est de 6 s (la trajectoire correspond donc à 151 points). En ce qui concerne le cas BS, afin de pouvoir effectuer des comparaisons, la PRA du radar est fixée à la même valeur que dans le cas HS.

### 4.3.2 Résultats obtenus

La figure 4 permet de visualiser le gain obtenu en précision d'estimation de la position de la cible. Elle fournit les ellipses d'incertitude de l'estimateur TI et de l'estimateur TP2AMV pour quatre points de la trajectoire ( $t = 0, t = 5, 10$  et  $15$  min). L'horizon de prise en compte des mesures est maximal pour chaque point.

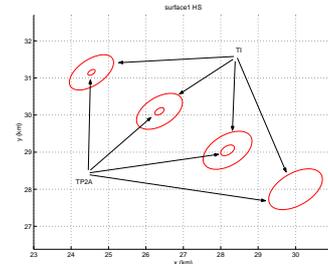


FIG. 4 – Ellipses incertitude TI et TP2AMV

<sup>4</sup>Dans cette étude plusieurs scénarios ont été considérés pour une plus grande représentativité des résultats ; pour certains, la cible est un aéronef. Les détails et résultats sont donnés dans [Lop03]

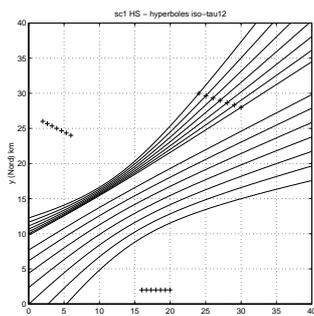


FIG. 5 – Hyperboles iso-DTA

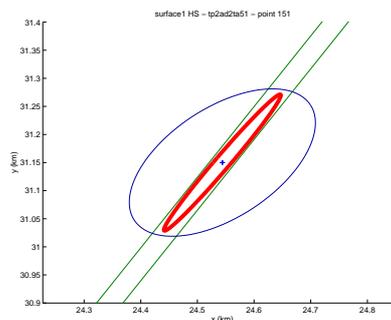


FIG. 6 – Ellipse d'incertitude TP2AD2TA

### 4.3.3 Comparaisons tirages Monté-Carlo - calculs BCR

En comparant les résultats des calculs de la borne et des données issues de tirages de Monté-Carlo, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- l'estimateur est non-biaisé : les erreurs moyennes pour un point K donné et pour l'ensemble des tirages correspondants sont quasi-nulles,
- les dispersions constatées sur les tirages sont en cohérence avec les répartitions théoriques (ellipses d'incertitude).

### 4.3.4 Comparaisons "HS" - "BS"

Sur l'ensemble des scénarios considérés, il n'y a pas de différence en terme de précision de trajectographie de la cible entre les deux cas. Les bornes calculées ainsi que les écart-types déterminés à partir des tirages de Monté-Carlo sont quasiment les mêmes dans les deux cas (différences non significatives).

## 5 Trajectographie par différence de temps d'arrivée : D2TA

Dans cette partie, nous allons étudier la prise en compte des mesures de différence  $\tau^{12}$  de date d'arrivée DA des signaux sur les deux porteurs  $P_1$  et  $P_2$ <sup>5</sup>. Elle est définie par  $\tau^{12} = \tau_k^1 - \tau_k^2 = \frac{r_k^1 - r_k^2}{C}$ . Si l'on ne considère qu'une seule mesure de ce type, il n'est pas possible de localiser l'émetteur. La seule information apportée est la présence de l'émetteur sur une hyperbole d'équation  $\tau^{12} = cte$  (le lieu des points dont la différence de distance aux foyers est égale à une constante). Les foyers sont les positions des senseurs  $MRE_1$  et  $MRE_2$ . La figure 5) représente le faisceau d'hyperboles pour sept points du scénario. Pour que le problème devienne observable, il est nécessaire de disposer d'une deuxième base de mesure permettant de déterminer  $\tau^{13}$  ou  $\tau^{23}$ .

## 6 Estimateur hybride TP2A-D2TA

Compte-tenu de la très bonne précision de mesure de temps d'arrivée [Sch97] (nous considérons une valeur de  $\sigma_{DA}$  égale à 50 ns), il semble judicieux de prendre en compte l'information de différence de temps d'arrivée pour bâtir un estimateur basé sur les mesures angulaires (TP2A) et sur les mesures de différence de temps d'arrivée. L'estimateur hybride ainsi obtenu

<sup>5</sup>L'information de décalage Doppler différentiel n'est pas utilisable dans notre contexte.

est appelé estimateur TP2AD2TA (deux azimuts et une différence de temps d'arrivée). Le gain en précision ainsi obtenu est important. Pour illustrer cet aspect, considérons les ellipses d'incertitude à 90 % issues du calcul des bornes de Cramér-Rao. La figure 6 permet de visualiser les résultats obtenus au point d'indice 151 (dernier point de la trajectoire) en considérant un horizon de prise en compte des mesures de 300 secondes. Elle représente les ellipses d'incertitude relatives aux estimateurs TP2A, D2TA (ce sont les "droites" de la figure car en fait l'ellipse d'incertitude se réduit à la zone comprise entre deux hyperboles - les "droites" sont des portions d'hyperbole) et TP2AD2TA. La dispersion des estimations est fortement réduite (la surface de l'ellipse est pratiquement divisée par cinq) de par la forme particulière (très allongée) de la zone d'incertitude correspondant à la D2TA.

## 7 Conclusion

En détection passive radar, l'estimation des positions successives d'une cible peut facilement être obtenue à partir des mesures d'angles d'arrivée du signal radar émis par la cible ; mesures effectuées à partir de deux capteurs passifs coopérants. La précision de localisation n'est pas affectée par l'asynchronisme des observations. Cette dernière est nettement améliorée par la prise en compte des informations de temps d'arrivée des signaux (estimateur hybride TP2AD2TA).

## Références

- [Bar94] P. Baratault. *Evolution des moyens de la guerre électronique navale*, volume 26-3. Revue technique Thomson-CSF, septembre 1994.
- [Lop03] J-M. Lopez. *Tenue de situation passive radar multisenseurs en lutte surface-air (mémoire de thèse à paraître)*. U.f.r. sciences et techniques, Université de Toulon et du Var, décembre 2003.
- [Pas] J-M. Passerieux. Comparaison de performances des méthodes non récursives en trajectographie passive sous-marine - 11ème colloque gretsi - nice.
- [Sch97] D.C. Schleher. *Introduction to electronic warfare*. Artech House, 1997.
- [SNG84] A.G. Lindgren S.C. Nardone and K.F. Gong. Fundamental properties and performance of conventional bearings-only target motion analysis. Number 9 in Vol. AC-29, September 1984.