

Méthodes de Traitement d'Antenne Revisitées

M. BOURI, S. BOURENNANE

Institut Fresnel / UMR-CNRS 6133, ENSPM D. U. de Saint-Jérôme, 13397 Marseille Cedex 20, France

bourennane@fresnel.fr

Résumé – Dans cette étude nous développons une nouvelle méthode pour la détection et la localisation de sources par les techniques dites à haute résolution. Elle exploite les propriétés algébriques des matrices issues des factorisations de la matrice interspectrale des signaux reçus. Le gros avantage de cette méthode est l'amélioration de la localisation en présence de faible rapport signal sur bruit.

Abstract – In this paper a new method for detecting and locating the sources using the high resolution algorithms is developed. This method is based on the theoretical results of linear algebra of the matrices given by the factorization of the cross-spectral matrix. This method improves considerably the spatial resolution when the signal to noise ratio is low.

1. Introduction

La première méthode de localisation, en traitement d'antenne est la formation de voies (FV) [1]. Elle consiste à tourner l'antenne dans une direction privilégiée pour conclure sur la présence ou non d'un signal en provenance de cette direction, en estimant la puissance reçue. Afin d'améliorer cette méthode, Capon [2] a développé une version plus performante que la FV classique. A partir de sa méthode, un grand nombre d'algorithmes qui traitent de la localisation de sources rayonnantes ont été développés. La plus connue est l'algorithme MUSIC [3, 4], qui utilise la propriété d'orthogonalité entre les sous-espaces signal et bruit. A l'opposé de la méthode MUSIC qui est basée sur la décomposition de la matrice interspectrale des signaux reçus en éléments propres, la méthode du propagateur [5], qui est aussi une méthode à haute résolution, est basée sur le partitionnement de cette matrice.

Les méthodes haute résolution exploitent les propriétés algébriques de la matrice interspectrale des données. En général, cette matrice est estimée à partir d'un nombre important de réalisations indépendantes des signaux reçus. De nombreux travaux ont été consacrés, au cours de ces dernières années, à l'amélioration de l'estimation de cette matrice. Cet intérêt est dû au fait que les performances des méthodes haute résolution dépendent de l'estimation de la matrice interspectrale et du rapport signal sur bruit. Le travail présenté dans cette étude montre qu'il est possible d'améliorer considérablement la résolution spatiale en présence de faible rapport signal sur bruit. Pour cela les statistiques au second ordre des signaux reçus sont exploitées à travers des factorisations classiques de matrices. En effet des résultats théoriques d'algèbre linéaire concernant les matrices hermitiennes montrent que les matrices triangulaires supérieures issues de la factorisation LU est plus révélatrice du rang de la matrice donc de la détection du nombre de sources et par conséquent d'une meilleure localisation.

2. Détection du nombre de sources

L'estimation du nombre de sources est une phase importante dans les méthodes à haute résolution. La connaissance de ce nombre permet de séparer les deux sous-espaces signal et bruit. Classiquement des critères de détection tels que AIC ou MDL sont utilisés. En utilisant quelques résultats d'algèbre linéaire concernant la factorisation de matrice hermitienne nous allons montrer qu'il est possible de déterminer une approximation de la P-ième et la (P+1)-ième valeurs propres de la matrice interspectrale où P désigne le nombre de sources.

Soient Γ une matrice $N \times N$ et $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_P \geq \lambda_{P+1} \geq \dots \geq \lambda_N \geq 0$ les valeurs propres de Γ . Alors quel que soit P entier, $1 \leq P < N$, il existe des matrices de permutation Φ , Π et Ω telles que [7, 8] :

$$\Phi^H \Gamma \Pi = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{22} & \mathbf{I}_{N-P} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{11} & \mathbf{U}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_{22} \end{pmatrix} \begin{matrix} P \\ N-P \end{matrix} \quad (1)$$

où \mathbf{L}_{11} est la matrice triangulaire inférieure unitaire et \mathbf{U}_{11} est la matrice triangulaire supérieure, et

$$\lambda_P(\Gamma) \geq \lambda_{\min}(\mathbf{L}_{11} \mathbf{U}_{11}) \gg \|\mathbf{U}_{22}\| \geq \lambda_{P+1}(\Gamma).$$

Ces limites sont identiques à celles associées à la factorisation QR révélatrice de rang, on a [7, 8] :

$$\Gamma \Omega = \mathbf{Q} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{22} \end{pmatrix} \quad (2)$$

avec $\lambda_P(\Gamma) \geq \lambda_{\min}(\mathbf{R}_{11}) \gg \|\mathbf{R}_{22}\| \geq \lambda_{P+1}(\Gamma)$.

Ces propriétés montrent que lors des factorisations QR ou LU, les matrices \mathbf{U} et \mathbf{R} sont suffisantes pour estimer la

plus petite valeur propre et la plus grande valeur propre de la matrice Γ . En effet les expressions (1) et (2) entraînent que

$$\|\mathbf{U}_{22}\|_2 \approx \lambda_{p+1}(\Gamma) \text{ et } \|\mathbf{R}_{22}\|_2 \approx \lambda_{p+1}(\Gamma).$$

Pour estimer le nombre de sources il suffit donc de calculer l'une des deux normes. Bien entendu les vecteurs propres calculés à partir de l'une de ces deux matrices sont utilisés pour la localisation. Les sous-espaces signal et bruit résultant seront mieux estimés du fait que les matrices issues de la factorisation présentent une meilleure répartition de l'énergie ou des valeurs propres sur l'ensemble des éléments de la matrice on se ramène à une situation identique à celle que l'on a en présence d'un bon rapport signal sur bruit. Ce qui conduit donc à une amélioration de la localisation des sources.

3. Localisation : Méthodes de Capon et du Propagateur

Compte tenu des résultats qui découlent des théorèmes ci-dessus, nous proposons dans cette étude d'utiliser les matrices \mathbf{U} ou \mathbf{R} obtenues par factorisation de la matrice interspectrale des signaux reçus. Dans les méthodes de localisation qui utilisent directement la matrice interspectrale telles que Capon ou Propagateur nous remplaçons la matrice interspectrale soit par \mathbf{R} ou soit par \mathbf{U} . Pour les méthodes basées sur les vecteurs propres nous utilisons les vecteurs obtenus par diagonalisation de ces deux matrices. Les nouvelles fonctions de localisation sont alors : on désigne par \mathbf{V}_b^S le sous-espace bruit donné par les vecteurs propres associés aux plus faibles valeurs propres de la matrice \mathbf{S} . La matrice \mathbf{S} peut être égale à Γ , \mathbf{U} ou \mathbf{R} suivant le cas étudié. Par ailleurs, la méthode du propagateur nécessite l'estimation de l'opérateur de propagateur $\underline{\underline{\Pi}}^S$. Il est obtenu en partitionnant la matrice triangulaire supérieure.

Soit $\mathbf{D}^S = [\Pi^S \quad -\mathbf{I}]^H$ où $\Pi^S = [\mathbf{G}^S \mathbf{H}^S]^{-1} \mathbf{G}^S \mathbf{H}^S$ et

$\mathbf{S} = [\mathbf{G}^S \quad \mathbf{H}^S]$ tel que $\mathbf{H}^S = \mathbf{G}^S \Pi^S$. En notant les fonctions de localisation par

$$F_s(\theta) = [\mathbf{a}(\theta) \mathbf{S} \mathbf{a}^H(\theta)]^{-1} \text{ et } h_s(\theta) = [\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{D}^S \mathbf{D}^{S H} \mathbf{a}(\theta)]^{-1}.$$

Nous résumons dans le tableau ci-dessous les nouvelles fonctions de localisation.

TAB. 1 : Fonctions de localisation

Méthodes	capon	Prop.	U-Capon	U-Prop	R-Capon	R-Prop
Matrices Utilisées	Γ		\mathbf{U}		\mathbf{R}	
Méthodes Classiques	F_Γ	h_Γ	--	--	--	--
Méthodes Proposées	--	--	F_U	h_U	F_R	h_R

Les directions des sources sont données par les maxima des fonctions $F_s(\theta)$ et $h_s(\theta)$.

4. Simulation

Afin de valider et de comparer les performances des algorithmes proposés aux méthodes haute résolution classiques, nous avons simulé 8 sources rayonnantes dans les directions 5° , 10° , 20° , 25° , 35° , 40° , 50° et 55° avec un même rapport signal sur bruit (RSB). Une antenne constituée de 20 capteurs équidistants est utilisée, la distance inter-capteurs est égale à la demi-longueur d'onde correspondante à la fréquence d'analyse. Le nombre de réalisations moyennées est égal à 1000 et le nombre d'observations est 3000. le nombre de sources est fixé à 8. la figure 1 montre les variations des valeurs propres de la matrice interspectrale des signaux et des différentes matrices issues de sa décomposition LU ou QR. Nous constatons que les valeurs propres de la matrice \mathbf{U} ou de la matrice \mathbf{R} décrivent parfaitement celles de Γ (ce qui est attendu en vertu des théorèmes précédents).

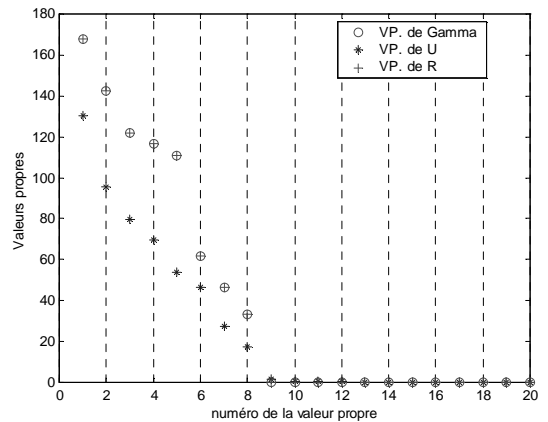


FIG. 1 : Valeurs propres : 20 capteurs et 8 sources

La figure 2 donne les résultats de la localisation avec la méthode de capon classique et les méthodes proposées. Nous pouvons constater qu'en présence d'un bon rapport signal/bruit, les algorithmes classiques et les localisations basées sur les matrices triangulaires supérieures (\mathbf{U} ou \mathbf{R}) donnent les directions d'arrivée des huit sources. En revanche en présence d'un faible rapport signal sur bruit (0 dB) nous constatons une meilleure localisation à l'aide des méthodes proposées dans cette étude. En effet, figure 3, les huit sources sont bien localisées (U-Capon et R-Capon). La méthode de Capon classique n'arrive pas à distinguer les huit sources, son pouvoir séparateur a diminué.

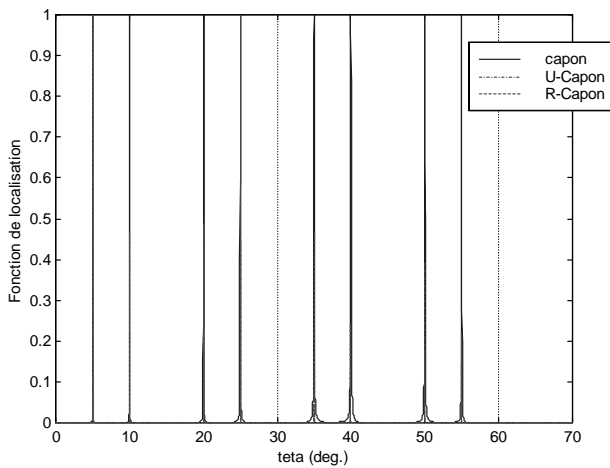


FIG. 2 : localisation avec RSB= 30dB

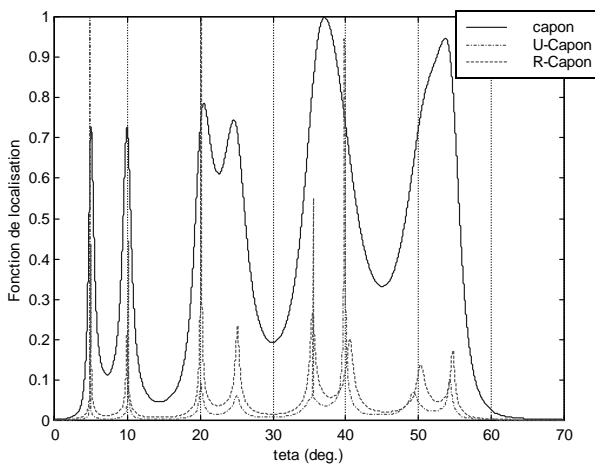


FIG. 3 : localisation avec RSB= -10dB

Nous avons abouti aux mêmes conclusions en appliquant les autres méthodes haute résolution. Les figures 4 et 5 montrent les résultats obtenus par la méthode du propagateur. En présence d'un bon RSB (figure 4) le propagateur classique et le propagateur calculé à partir des matrices triangulaires supérieures donnent les directions d'arrivée des huit sources. La figure 5 montre les résultats en présence de faible rapport

signal sur bruit (0dB) nous constatons que seul le propagateur calculé de la matrice \mathbf{U} semble localiser toutes les sources.

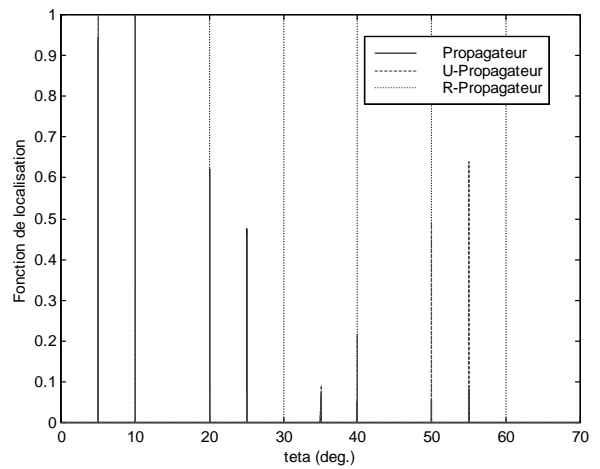


FIG. 4 : Propagateur avec RSB= 30 dB.

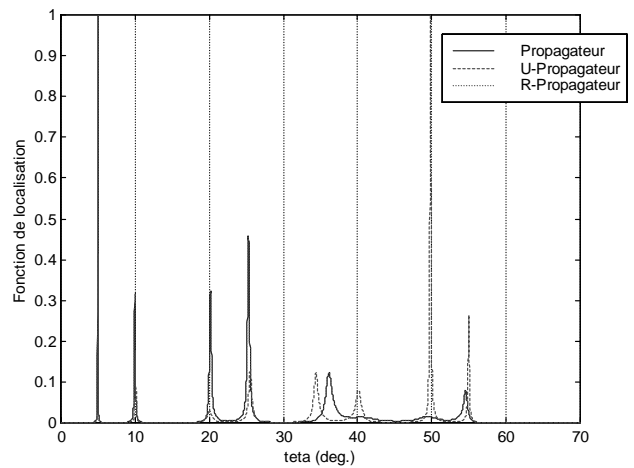


FIG. 5 : Propagateur avec un faible rapport signal sur bruit (RSB=0 dB).

Les figures 6 et 7 donnent les résultats obtenus par la méthode de MUSIC.

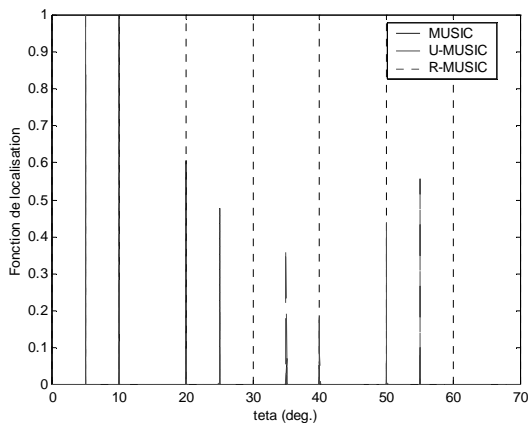


FIG. 6 : MUSIC avec RSB = 30 dB

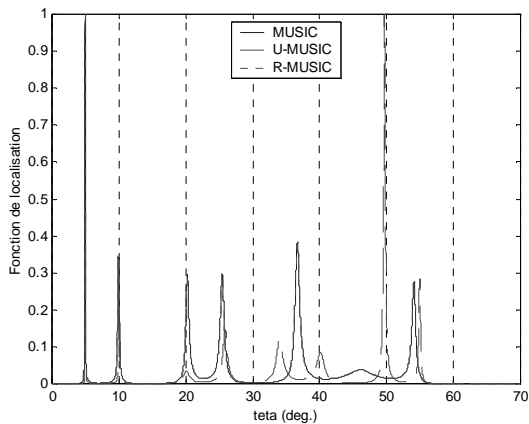


FIG. 7 : MUSIC avec RSB = 10 dB

Les résultats obtenus montrent qu'en présence d'un faible rapport signal sur bruit les méthodes classiques n'arrivent pas à séparer parfaitement les directions d'arrivée des sources ceci est bien connu en traitement d'antenne. Ce qui est nouveau dans cette étude est que la localisation peut être améliorée par la factorisation notamment LU de la matrice interspectrale.

5. Conclusion

Dans cette étude nous avons utilisé des propriétés algébriques pour améliorer la localisation des sources en présence d'un faible rapport signal sur bruit. La factorisation de la matrice interspectrale conduit à distinguer les deux sous-espaces signal et bruit nécessaires pour appliquer les méthodes dites à haute résolution. Nous avons proposé une nouvelle version de la méthode de Capon pour estimer les directions d'arrivée (U-capon et R-capon) sans connaissance a priori du nombre de sources. Les performances de ces

méthodes sont comparables à celles de la méthode de MUSIC en considérant que le nombre de sources est connu parfaitement. Par ailleurs nous avons montré que la factorisation de la matrice interspectrale conduit à une meilleure dynamique des valeurs propres comparée à celle qui est obtenue de la matrice interspectrale initiale. Ceci explique en partie les améliorations en localisation. En effet les informations relatives à la localisation sont mieux organisées dans la matrice issue de la factorisation que dans la matrice interspectrale des signaux reçus.

Ces premiers résultats sont très prometteurs et ouvrent de nouvelles perspectives pour la localisation de sources large bande par les méthodes à sous-espace signal cohérent. En effet, il est possible de trouver des opérateurs de focalisation d'une façon exacte à partir des matrices triangulaires supérieures.

Références

- [1] J.-L. Lacoume. "Différentes approches de l'analyse spectrale". *Annales des Télécommunications*, 34 (3-4) : 142-153, 1979.
- [2] J. Capon. *High resolution frequency wave number spectrum analysis*. Proceeding IEEE, Vol. 57, N° 5, pp.1408-1418, 1969.
- [3] R. O. Schmidt. *Multiple emitter location and signal parameter estimation*. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 35, N° 3, pp. 276-280, 1983.
- [4] G. Bienvenu and L. Kopp. *Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach*. IEEE Trans. Acoustic., Speech, Signal processing, 31(5): 1235-1247, October 1983.
- [5] J. Munier, G. Y. Delisle. *Spatial analysis using new properties of the cross-spectral matrix*. IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. 39, N° 3, pp. 746-749, 1991.
- [6] R. Kumaresan et D.W. Tufts. *Estimating the angles of arrival of multiple source plane waves*. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., AES-19: 134-139, 1983.
- [7] C.-T. Pan. *On the existence and Computation of rank-revealing LU factorizations*. Linear Algebra and its Applications 316 (2000) 199-222.
- [8] L. Miranian, M. Gu. *Strong rank-revealing LU factorizations*. Linear Algebra and its Applications 367 (2003) 1-16.
- [9] Tsung-Min Hwang et al.. *Improved bound for Rank Revealing LU factorizations*. Linear Algebra and its Applications 261: 173-186 (1997).