

# Synchronisation conjointe rythme et phase en CDMA optimisée dans un contexte multi-utilisateur

Eric SIMON, Kosai RAOOF, Laurent ROS

Laboratoire des Images et des Signaux  
961 rue de la Houille Blanche, BP 46, 38402 St. Martin d'Hères cedex, France  
eric.simon@lis.inpg.fr, kosai.raoof@lis.inpg.fr  
laurent.ros@lis.inpg.fr

**Résumé** – Ce papier traite du problème de la synchronisation conjointe rythme et phase pour des signaux CDMA en environnement multi-utilisateur. Nous proposons une nouvelle version d'un algorithme standard de synchronisation optimisé pour un contexte multi-utilisateur. L'amélioration va porter sur la boucle la plus sensible aux interférences, la boucle de récupération de rythme. L'optimisation consiste à insérer un préfiltre dans cette boucle et à calculer ses coefficients de manière à minimiser la variance du retard estimé. La résolution de ce problème de minimisation avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange conduit à une expression analytique des coefficients du préfiltre. Les performances de l'algorithme optimisé sont ensuite mises en évidence à l'aide d'une simulation. Le principal résultat de cette analyse est qu'un préfiltre même de petite taille permet d'augmenter les performances de la récupération de rythme, mais aussi de la récupération de phase du fait de l'interaction de ces deux tâches.

**Abstract** – This paper is concerned with the problem of joint phase and delay synchronization for DS-SS signals in a multi-user context. We propose a novel version of a standard algorithm optimized for the multi-user case. The improvement will concern the timing recovery because of its sensitivity to the interferences. The optimized version consists in inserting a prefilter in the delay loop, and in calculating its coefficients in order to minimize the timing variance. The resolution of such a problem with the Lagrange-multiplier method yields an analytical expression of the prefilter coefficients. The optimized algorithm performances are then evaluated by simulations. The main result of this study shows that a very short prefilter can increase the timing recovery performances and the phase recovery performances too, due to the interaction between those two tasks.

## 1 Introduction et modèle de la transmission

Ce travail s'inscrit dans un environnement multi utilisateur en liaison descendante. Nous proposons une nouvelle version d'un algorithme de synchronisation conjointe du rythme et de la phase adapté à cet environnement. Nous supposons la phase d'acquisition déjà réalisée et nous nous intéressons uniquement à la phase de poursuite. L'algorithme de base est calculé à partir de la théorie d'estimation optimale par maximum de vraisemblance [1] dans un environnement mono-utilisateur (l'algorithme qui découle du maximum de vraisemblance en environnement multi-utilisateur est beaucoup trop complexe à mettre en oeuvre). Il est constitué de deux boucles qui interagissent l'une sur l'autre : une première boucle qui a la charge d'estimer le retard et une deuxième boucle la phase. Les performances de la boucle d'estimation du retard, en terme de variance d'estimation, sont considérablement dégradées par la présence d'interférence entre symboles (IES) et surtout des interférences dues aux autres utilisateurs appelées interférences d'accès multiple (IAM). La boucle de phase quant à elle (du fait de sa structure) est beaucoup moins sensible à ces interférences. Notre travail a donc consisté à améliorer la boucle de retard en tenant compte de ces interférences. La démarche proposée revient à étendre le concept de préfiltrage développé par D'Andrea et Luise [2] aux signaux modulés par étalement de spectre dans un environnement multi-utilisateur, ce qui revient à traiter non plus seulement les IES mais aussi les IAM. Nous avons déjà utilisé cette

démarche en synchronisation rythme seule [3] et nous la généralisons ici au cas conjoint. Il s'agit d'introduire un préfiltre dans la boucle de retard dont les coefficients ont été préalablement calculés de manière à minimiser la variance de l'estimateur du retard. Les coefficients du préfiltre s'obtiennent par la résolution d'un problème de minimisation sous contrainte à l'aide des polynômes de Lagrange.

Nous nous plaçons dans le cadre d'une liaison station de base vers mobile. Durant un slot, l'équivalent en bande de base du signal reçu est modélisé par :

$$r(t) = T_s e^{j\theta_0} \sum_{k=1}^K \sum_n a_{k[n]} s_k(t - nT_s - \tau_0) + w(t) \quad (1)$$

avec  $T_s = QT_c$  le temps symbole,  $T_c$  le temps chip,  $Q$  le facteur d'étalement,  $\theta_0$  la phase de la porteuse,  $\tau_0$  le retard,  $a_{k[n]}$  les symboles QPSK associés au code  $k$ ,  $w(t)$  un bruit BBAG complexe de DSP  $2N_0$ ,  $s_k(t) = (c_k * h_e)(t)$  la convolution entre le code d'étalement numéro  $k$  et le filtre demi-Nyquist. Les codes des différents utilisateurs sont constitués de  $Q$  entités binaires complexes  $\{c_{k[q]}, q = 0 \dots Q - 1\}$  appelés "chips". Ils sont algébriquement indépendants et orthogonaux au retard nul. La réponse impulsionnelle d'un code dure  $T_s$ , elle est définie pour le  $k$ -ième utilisateur par :  $c_k(\tau) = \sum_{q=0}^{Q-1} c_{k[q]} \delta(\tau - qT_c)$ . Notons  $\Gamma_{kj}(\tau)$  l'intercorrélacion entre les formes d'ondes large bande des utilisateurs  $n^o k$  et  $n^o j$  :

$$\Gamma_{kj}(\tau) = (s_k * s_j^H)(\tau) \quad (2)$$

Par convention, l'exposant  $(.)^H$  représente le transformé hermitien pour une fonction  $f(t)$  ( $f^H(t) = f^*(-t)$ ) ainsi que le transposé conjugué pour les vecteurs et les matrices. Nous considérons le contexte de liaison descendante suivant:

- Les  $K$  codes actifs (sélectionnés parmi un choix de  $Q$  codes connus) sont supposés connus par le récepteur<sup>1</sup>. Le nombre d'utilisateur  $K$  est inférieur ou égal au facteur d'étalement  $Q$ .
- Les symboles émis sont stationnaire, centrés, de puissance  $A_2$ , décorrélés temporellement et d'un utilisateur à l'autre. Ils sont également non corrélés avec le bruit additif.
- Les signaux de tous les utilisateurs ont la même puissance et partagent le même canal de propagation  $h(\tau)$ . Sa réponse impulsionnelle s'écrit en bande de base:  $h(\tau) = e^{j\theta_0} \delta(\tau - \tau_0)$ .

## 2 Algorithme de synchronisation conjointe standard

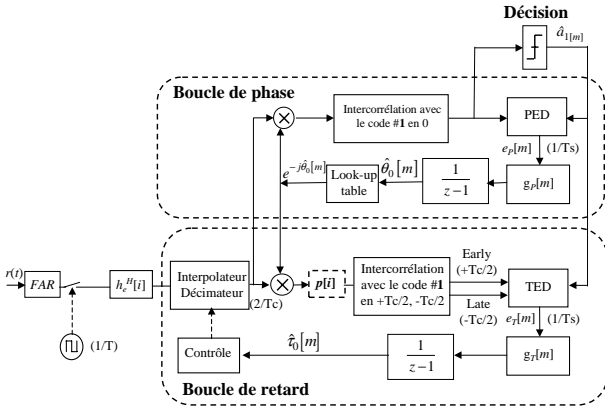


FIG. 1: Algorithme de synchronisation conjointe classique (sans le préfiltre  $p_{[i]}$ ) ou sa version améliorée (avec le préfiltre)

La figure 1 représente le schéma de l'algorithme de synchronisation conjointe standard (sans le préfiltre  $p_{[i]}$ ). Le signal reçu est préalablement filtré par un filtre anti repliement (FAR) avant d'être échantillonné à un rythme  $1/T$  qui doit valoir au moins  $2/T_c$  pour vérifier les conditions de Shannon. Les équations des deux boucles sont les suivantes :  $\hat{\tau}_{0[m+1]} = \hat{\tau}_{0[m]} + (g_T * e_T)_{[m]}$  et  $\hat{\theta}_{0[m+1]} = \hat{\theta}_{0[m]} + (g_P * e_P)_{[m]}$ , avec  $\hat{\tau}_{0[m]}$  (resp.  $\hat{\theta}_{0[m]}$ ) l'estimation de  $\tau_0$  (resp.  $\theta_0$ ) à l'instant  $mT_s$  et  $g_T$  (resp.  $g_P$ ) le filtre de la boucle de retard (resp. de phase). Nous considérons dans la suite, sans perte de généralité, une boucle d'ordre 1 pour la boucle de retard, soit  $g_T(z) = \mu_T$ . La boucle de retard est une boucle early-late avec une correction de phase et la boucle de phase est une boucle à remodulation. Les deux signaux d'erreur  $e_T$  et  $e_P$  délivrés respectivement par le Timing Error Detector (TED) et le Phase Error Detector (PED) s'écrivent :

$$e_T[m] = \text{Re} \left\{ \hat{a}_{1[m]}^* \left[ z_1 \left( mT_s + \hat{\tau}_{0[m]} + T_c/2 \right) - z_1 \left( mT_s + \hat{\tau}_{0[m]} - T_c/2 \right) \right] e^{-j\hat{\theta}_{0[m]}} \right\} \quad (3)$$

1. Notons que la connaissance des codes actifs en liaison descendante n'est pas toujours assurée. Dans ce cas il faudrait prévoir une procédure d'estimation.

$$e_P[m] = \text{Im} \left\{ \hat{a}_{1[m]}^* z_1 \left( mT_s + \hat{\tau}_{0[m]} \right) e^{-j\hat{\theta}_{0[m]}} \right\} \quad (4)$$

avec  $z_1(t)$  la sortie du filtre adapté  $s_1^H(\tau)$  quand  $r(t)$  est appliqué en entrée :  $z_1(t) = (r * s_1^H)(t)$  et  $\hat{a}_{1[m]}$  l'estimation du symbole  $a_{1[m]}$ . On remarque que les deux boucles interagissent entre elles puisque  $\hat{\tau}_{0[m]}$  et  $\hat{\theta}_{0[m]}$  apparaissent dans les expressions des deux signaux d'erreur. Il est possible de mesurer précisément le degré d'interaction à l'aide des S-surfaces linéarisées autour de leurs points d'équilibre. Rappelons d'abord la définition d'une S-surface [4] : la S-surface est l'espérance du signal d'erreur pour des valeurs constantes des estimations du retard et de la phase (i.e.  $\hat{\tau}_{0[m]} = \hat{\tau}_0$  et  $\hat{\theta}_{0[m]} = \hat{\theta}_0$ ). Ainsi pour le TED on définit  $S_T(\epsilon_\tau, \epsilon_\theta) = E \{ e_T[m] | \epsilon_\tau, \epsilon_\theta \}$ , et pour le PED  $S_P(\epsilon_\tau, \epsilon_\theta) = E \{ e_P[m] | \epsilon_\tau, \epsilon_\theta \}$ , avec  $\epsilon_\tau = \tau_0 - \hat{\tau}_0$  l'erreur d'estimation du retard et  $\epsilon_\theta = \theta_0 - \hat{\theta}_0$  l'erreur d'estimation de la phase. On linéarise ensuite ces S-surfaces autour de leurs points d'équilibres  $\epsilon_\tau = 0$  et  $\epsilon_\theta = 0$ . Rappelons que l'algorithme fonctionne en poursuite et donc que dans ce contexte de faibles erreurs d'estimation, la linéarisation des S-surfaces est une bonne approximation. On obtient :

$$S_T(\epsilon_\tau[m], \epsilon_\theta[m]) = D_{TT}\epsilon_\tau[m] + D_{TP}\epsilon_\theta[m]$$

$$S_P(\epsilon_\tau[m], \epsilon_\theta[m]) = D_{PP}\epsilon_\theta[m] + D_{PT}\epsilon_\tau[m]$$

$$D_{TT} = \left[ \frac{\partial S_T(\epsilon_\tau, \epsilon_\theta)}{\partial \epsilon_\tau} \right]_{\epsilon_\tau=0, \epsilon_\theta=0}, \quad D_{TP} = \left[ \frac{\partial S_T(\epsilon_\tau, \epsilon_\theta)}{\partial \epsilon_\theta} \right]_{\epsilon_\tau=0, \epsilon_\theta=0}$$

$$D_{PP} = \left[ \frac{\partial S_P(\epsilon_\tau, \epsilon_\theta)}{\partial \epsilon_\theta} \right]_{\epsilon_\tau=0, \epsilon_\theta=0}, \quad D_{PT} = \left[ \frac{\partial S_P(\epsilon_\tau, \epsilon_\theta)}{\partial \epsilon_\tau} \right]_{\epsilon_\tau=0, \epsilon_\theta=0}$$

Ce sont les paramètres  $D_{TP}$  et  $D_{PT}$  qui traduisent le degré d'interaction des deux boucles. Ainsi avec les ordres de grandeur de l'UMTS,  $D_{TP} \approx T_c D_{TT}/10$  alors que  $D_{PP} \approx T_c D_{PT}$ . L'action de la boucle de phase sur la boucle de retard est donc suffisamment faible pour pouvoir la négliger. On peut alors utiliser les méthodes d'analyse standard pour la boucle de retard [4], ce qui conduit à la formule de la variance de l'estimation du retard normalisé:

$$\sigma_\tau^2 = E \left\{ \left| \frac{\tau_0 - \hat{\tau}_{0[m]}}{T_c} \right|^2 \right\} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{T_c^2} \frac{2B_T T_s}{D_{TT}^2} \sum_l \Gamma_{N_T[l]} (1 - \mu_T D_{TT})^{|l|} \quad (6)$$

où  $\Gamma_{N_T}$  est l'autocorrélation du bruit  $N_T$ , avec  $N_T[m] = e_T[m] - S_T(\epsilon_\tau[m], \epsilon_\theta[m])$  et  $B_T$  la largeur de bande équivalente de la boucle.

## 3 Algorithme amélioré

### 3.1 Introduction du préfiltre

L'analyse détaillée de la boucle de retard [5] montre que ses performances sont considérablement dégradées par la présence d'interférence entre symboles et surtout d'interférence d'accès multiple dans le signal reçu (il y a une perte d'orthogonalité des formes d'onde aux instants  $\pm T_c/2$ ). La solution que nous avons développée consiste à introduire un préfiltre (noté  $p_{[i]}$ ) dans la boucle de retard entre l'interpolateur et le corrélateur comme indiqué sur la figure 1. Le préfiltre est un filtre symétrique à réponse impulsionnelle finie réelle  $p_{[i]}$ ,  $i = -N, \dots, 0, \dots, N$  qui travaille au pas  $T_c/2$ . Nous avons choisi de prendre un filtre

symétrique afin de ne pas introduire de biais dans l'estimation du retard.

La première étape pour le calcul des coefficients du préfiltre consiste à calculer la variance de l'estimation du retard. Les coefficients optimaux sont alors ceux qui minimisent cette variance.

*Notations:* soit  $f(t)$  une fonction quelconque. On définit:

$$\begin{aligned} f^\Delta(t) &= f(t + \frac{T_c}{2}) - f(t - \frac{T_c}{2}) \\ f^{(u)}(t) &= f(t + u\frac{T_c}{2}) + f(t - u\frac{T_c}{2}) \\ f^{(u,v)}(t) &= f^{(u)}(t + v\frac{T_c}{2}) + f^{(u)}(t - v\frac{T_c}{2}) \\ \check{f}(t) &= \sum_{i=-N}^N p[i] f(t - i\frac{T_c}{2}) \end{aligned}$$

### 3.2 Calcul de $\sigma_\tau^2$

L'expression du nouveau signal d'erreur est obtenue en remplaçant  $z_1(t)$  par sa version filtrée par le préfiltre  $\check{z}_1(t)$  dans (3). L'autocorrélation de  $N_T$  est définie par:

$$\Gamma_{N_T[l]} = \mathbb{E} \left\{ N_{T[m]} N_{T[m-l]}^* \right\} \quad (7)$$

Or pour  $\epsilon_\tau[m] = 0$  et  $\epsilon_\theta[m] = 0$ ,  $e_{T[m]} = N_{T[m]}$ .  $\Gamma_{N_T[l]}$  peut alors s'écrire:

$$\Gamma_{N_T[l]} = \mathbb{E} \left\{ e_{T[m]} e_{T[m-l]}^* \right\} \quad (8)$$

En remplaçant  $e_{T[m]}$  par son expression dans (8) et en calculant l'espérance, on obtient:

$$\Gamma_{N_T[l]} = \begin{cases} \frac{1}{2} T_s^2 A_2^2 \sum_{n \neq 0} \left| \check{\Gamma}_{11}^\Delta(n T_s) \right|^2 \\ \quad + \frac{1}{2} T_s^2 A_2^2 \sum_{k \neq 1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left| \check{\Gamma}_{k1}^\Delta(n T_s) \right|^2 \\ \quad + A_2 \left( \Gamma_{\check{n}[0]} - \frac{1}{2} \Gamma_{\check{n}[2]} - \frac{1}{2} \Gamma_{\check{n}[-2]} \right) & l = 0 \\ \frac{1}{2} T_s^2 A_2^2 \text{Re} \left\{ \check{\Gamma}_{11}^\Delta(-l T_s) \check{\Gamma}_{11}^\Delta(l T_s) \right\} & l \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

avec

$$\Gamma_{\check{n}[i]} = 2N_0 \sum_{u=-N}^N \sum_{v=-N}^N \Gamma_{11} \left( (u - v + i) \frac{T_c}{2} \right) p[v] p[u] \quad (10)$$

l'autocorrélation discrète du bruit  $\check{n}(t)$  échantillonné à un rythme de deux échantillons par chip.

L'autocorrélation de  $N_T$  au retard nul est composée de trois termes: un premier terme qui correspond à la puissance des IES, un deuxième terme à la puissance des IAM et un troisième terme à la puissance du bruit. En dehors du retard nul elle est négligeable. Par conséquent, la variance de l'erreur d'estimation du retard est proportionnelle à  $\Gamma_{N_T[0]}$ , selon (6):

$$\sigma_\tau^2 \approx \frac{1}{T_c^2} \frac{2B_T T_s}{D_{TT}^2} \Gamma_{N_T[0]} \quad (11)$$

Réécrivons maintenant  $\sigma_\tau^2$ , donc  $\Gamma_{N_T[0]}$  avec une notation matricielle. Soit  $\mathbf{p}$  le vecteur colonne des coefficients du préfiltre:  $\mathbf{p} = [p[0] \dots p[N]]^T$ .  $\Gamma_{N_T[0]}$  peut se mettre sous la forme:

$$\Gamma_{N_T[0]} = \frac{1}{2} T_s^2 A_2^2 \mathbf{p}^T \Gamma_{IES} \mathbf{p} + \frac{1}{2} T_s^2 A_2^2 \mathbf{p}^T \Gamma_{IAM} \mathbf{p} + A_2 N_0 \mathbf{p}^T \Gamma_B \mathbf{p} \quad (12)$$

avec

$$\Gamma_{IES} = \sum_{n \neq 0} \mathbf{v}_{1,n} \mathbf{v}_{1,n}^H \quad (13)$$

$$\Gamma_{IAM} = \sum_{k \neq 1} \sum_n \mathbf{v}_{k,n} \mathbf{v}_{k,n}^H \quad (14)$$

où

$$\mathbf{v}_{k,n} = \left[ \Gamma_{k1}^\Delta(n T_s) \Gamma_{k1}^{\Delta(1)}(n T_s) \dots \Gamma_{k1}^{\Delta(N)}(n T_s) \right]^T \quad (15)$$

Considérons la matrice suivante:

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} \left( i \frac{T_c}{2} \right) & \Gamma_{11}^{(1)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) & \dots & \Gamma_{11}^{(N)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) \\ \Gamma_{11}^{(1)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) & \Gamma_{11}^{(1,1)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) & \dots & \Gamma_{11}^{(1,N)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{11}^{(N)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) & \Gamma_{11}^{(1,N)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) & \dots & \Gamma_{11}^{(N,N)} \left( i \frac{T_c}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\Gamma_B$  s'écrit:  $\Gamma_B = 2\mathbf{B}_0 - \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_{-2}$ .

On définit ensuite la matrice  $\Gamma$  telle que:

$$\Gamma = \frac{1}{2} T_s^2 A_2^2 \Gamma_{IES} + \frac{1}{2} T_s^2 A_2^2 \Gamma_{IAM} + A_2 N_0 \Gamma_B \quad (17)$$

$\Gamma_{N_T[0]}$  peut alors s'écrire comme une forme quadratique:

$$\Gamma_{N_T[0]} = \mathbf{p}^T \Gamma \mathbf{p} \quad (18)$$

Il ne reste plus qu'à insérer (18) dans (11) pour obtenir la formule de la variance de l'erreur d'estimation du retard sous une forme matricielle:

$$\sigma_\tau^2 \approx \frac{1}{T_c^2} \frac{2B_T T_s}{D_{TT}^2} \mathbf{p}^T \Gamma \mathbf{p} \quad (19)$$

### 3.3 Minimisation de $\sigma_\tau^2$

Il est nécessaire d'introduire une contrainte pour éviter la solution où tous les coefficients vaudraient zéro. Cette contrainte est la suivante: on fixe la pente de la S-surface du TED avec préfiltre,  $D_{TT}(\mathbf{p})$ , à la même valeur que la pente de la S-surface du TED sans préfiltre  $D_{TT}$ . La S-surface du TED sans préfiltre s'obtient en calculant l'espérance conditionnelle sur le signal d'erreur, soit après calcul:

$$S_T(\epsilon_\tau, \epsilon_\theta) = T_s A_2 \text{Re} \left\{ e^{j\epsilon_\theta} \Gamma_{11}^\Delta(-\epsilon_\tau) \right\} \quad (20)$$

$D_{TT}$  est la dérivée de (20) sur  $\epsilon_\tau$  en  $\epsilon_\theta = \epsilon_\tau = 0$ :

$$D_{TT} = -T_s A_2 \text{Re} \left\{ \dot{\Gamma}_{11}^\Delta(0) \right\} \quad (21)$$

où le point représente la dérivée. Le calcul de  $D_{TT}(\mathbf{p})$  conduit de manière similaire à:

$$D_{TT}(\mathbf{p}) = -T_s A_2 \text{Re} \left\{ \dot{\Gamma}_{11}^\Delta(0) \right\} \quad (22)$$

Exprimons la contrainte  $D_{TT}(\mathbf{p}) = D_{TT}$  à l'aide d'une notation vectorielle:

$$\mathbf{u}^T \mathbf{p} = \text{Re} \left\{ \dot{\Gamma}_{11}^\Delta(0) \right\} \quad (23)$$

avec

$$\mathbf{u}^T = \text{Re} \left\{ \left[ \dot{\Gamma}_{11}^\Delta(0) \dot{\Gamma}_{11}^{\Delta(1)}(0) \dots \dot{\Gamma}_{11}^{\Delta(N)}(0) \right] \right\} \quad (24)$$

En utilisant la technique d'optimisation par multiplicateurs de Lagrange, on minimise la fonctionnelle  $F$  en fonction de  $\lambda$  et de  $\mathbf{p}$ :

$$F(\mathbf{p}, \lambda) = \mathbf{p}^T \Gamma \mathbf{p} + \lambda \left( \mathbf{u}^T \mathbf{p} - \text{Re} \left\{ \dot{\Gamma}_{11}^\Delta(0) \right\} \right) \quad (25)$$

ce qui conduit à la solution optimale pour les coefficients du préfiltre:

$$\mathbf{p}_{opt} = \frac{\text{Re} \left\{ \dot{\Gamma}_{11}^\Delta(0) \right\}}{\mathbf{u}^T \Gamma^{-1} \mathbf{u}} \Gamma^{-1} \mathbf{u} \quad (26)$$

On obtient ainsi une formule analytique des coefficients qui minimisent la variance de l'erreur d'estimation du retard.

## 4 Résultats numériques

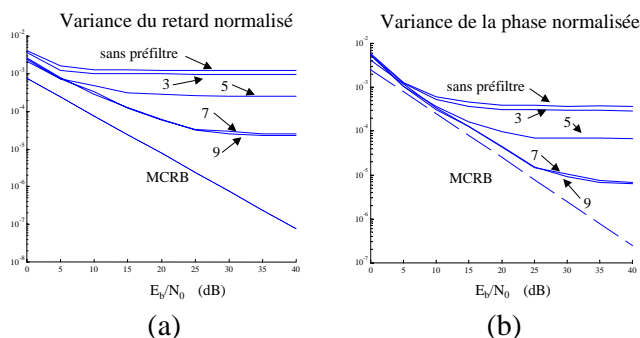


FIG. 2: Courbes de variance d'estimation du retard et de la phase en fonction du rapport  $E_b/N_0$  sans préfiltre, avec un préfiltre de 3, 5, 7 et 9 coefficients

Ce paragraphe présente les résultats d'une simulation avec les ordres de grandeur de l'UMTS. L'objectif est d'illustrer les résultats théoriques obtenus dans les paragraphes précédents et de comparer les performances de l'algorithme optimisé avec les performances de l'algorithme standard, afin de mettre en évidence l'amélioration apportée. Nous nous plaçons dans le contexte suivant: Les largeurs de bande équivalente des deux boucles sont fixées à  $5 * 10^{-3}/T_s$  et le nombre d'utilisateurs à 16. La figure 2(a) montre les courbes des variances d'erreur d'estimation du retard normalisé  $\sigma_\tau^2$  pour un préfiltre de  $N=3,5,7$  et 9 coefficients. Nous avons également tracé la courbe de variance sans préfiltre pour servir de référence, ainsi que la Borne de Cramer-Rao Modifiée (BCRM) [6] qui représente la valeur limite inférieure de la variance. La courbe de variance obtenue sans préfiltre présente un seuil en dessous duquel elle ne descend pas même lorsque  $E_b/N_0$  augmente. Ceci est dû à la présence des IES et surtout des IAM, non atténuées en raison de l'absence de traitements spécifiques de ces interférences. Le gain apporté par le préfiltre apparaît alors avec les courbes suivantes obtenues avec des préfiltres de différentes tailles. Elles présentent toutes une variance inférieure à la courbe obtenue sans préfiltre. Cette figure permet également d'illustrer l'influence du nombre de coefficients du préfiltre sur les performances. On voit qu'au delà de 7 coefficients les améliorations deviennent négligeables. Par conséquent un faible nombre de coefficients représente le meilleur compromis coût performances. La figure 2(b) présente les courbes de variance de l'erreur d'estimation de la phase obtenues avec la même simulation. Comme la boucle de phase dépend fortement des performances de la boucle de retard (cf paragraphe 2), le gain apporté par le préfiltre sur la boucle de retard est transmis à la boucle de phase, ce qui explique le fait que la variance est plus faible avec le préfiltre.

## 5 Conclusion

L'ajout du préfiltre dans la boucle de retard contribue à rapprocher sa courbe de variance d'estimation de la BCRM. Du fait de l'interaction des deux boucles, l'amélioration est aussi transmise à la boucle de phase. Il apparaît également qu'au delà

de 7 coefficients, le gain en performance est négligeable. Par conséquent un faible nombre de coefficients, correspondant à une longueur de filtre inférieure au quart de la longueur du code (rappelons que le filtre travaille au pas  $T_c/2$ ), suffit pour obtenir le meilleur rapport coût/performance.

## Références

- [1] H. Meyr, M. Moeneclaey, S.A. Fechtel. *Digital Communication Receivers*. John G. Proakis, 1998.
- [2] A.N.D' Andrea, M. Luise. *Optimization of symbol timing recovery for QAM data demodulators*. IEEE trans. Commun., Vol. 44:399-406, 1994.
- [3] E. Simon, K. Raoof, L. Ros. *Optimization of symbol timing recovery for multi-user DS-CDMA receivers*. ICASSP, 2003.
- [4] U. Mengali, A.N.D' Andrea. *Synchronization techniques for digital receivers*. Plenum Press, 1997.
- [5] J.G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 3ième édition, 1995.
- [6] A.D' Andrea, U. Mengali, R. Reggiainnini. *The modified Cramer-Rao bound and its application to synchronization problems*. IEEE Trans. Commun, Vol. 42, Février/Mars/Avril 1994.