ICAR, un algorithme d'ICA à convergence rapide, robuste au bruit

Laurent Albera^(1,2), Anne Ferréol⁽¹⁾, Pascal Chevalier⁽¹⁾, Pierre Comon⁽²⁾

⁽¹⁾THALES Communications, 66 rue du Fossé Blanc, BP 156, F-92231 Gennevilliers Cedex, France

⁽²⁾I3S, Algorithmes-Euclide-B, BP 121, F-06903 Sophia-Antipolis Cedex, France

laurent.albera@fr.thalesgroup.com

 \mathbf{R} ésumé – Une nouvelle méthode de séparation aveugle de sources, baptisée ICAR et n'exploitant que les statistiques d'ordre 4 des observations, est proposée. Cette dernière est comparée par simulations aux méthodes usuelles, COM1, COM2, JADE et FastICA. Sa vitesse de convergence et sa robustesse à la cohérence spatiale (inconnue du récepteur) d'un bruit gaussien font d'ICAR l'un des algorithmes les plus performants à l'heure actuelle.

Abstract - A new Blind Source Separation (BSS) algorithm, called ICAR and using only Fourth Order (FO) statistics of the data, is proposed. The latter method is compared by computer experiments with the well-known methods COM1, COM2, JADE and FastICA. Since ICAR has given very good convergence results and has performed the source separation in the presence of a Gaussian noise with unknown spatial correlation, it appears as being one of the most attracting BSS algorithms.

1 Introduction

La séparation aveugle de sources ou l'Analyse en Composantes Indépendantes (ICA) a récemment suscité beaucoup d'intérêt. Elle trouve en effet sa place dans grand nombre d'applications telles que les télécommunications, le traitement de la parole ou bien encore le domaine biomédical. Ainsi, en traitement d'antennes, si un certain nombre de sources émises sont réceptionnées sur un réseau de capteurs, et si pour chaque source l'étalement temporel des canaux associés aux différents capteurs est négligeable devant le temps symbole, alors un mélange instantané des sources émises est observé sur les dits capteurs. La séparation autodidacte de sources a pour but de restituer les sources supposées statistiquement indépendantes et ce uniquement à partir des observations. Alors que certaines techniques cherchent à décorréler (à l'ordre 2) les signaux, comme on peut l'observer en Analyse Factorielle avec l'Analyse en Composantes Principales (PCA), l'ICA pour sa part vise à réduire les dépendances statistiques des signaux également aux ordres supérieurs. De ce fait l'ICA permet d'identifier le mélange instantané et par la même occasion d'extraire les sources émises dont au plus une est supposée gaussienne. Ceci n'est possible qu'en respectant certaines hypothèses comme par exemple être en mesure de modéliser les données à l'aide d'un mélange instantané surdéterminé (i.e. avec moins de sources que de capteurs) ajouté d'un bruit de cohérence spatiale connue.

Si Herault et al. publient en 1985 le premier article lié à la séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs [11], le concept d'ICA est pour sa part introduit quelques années plus tard; Comon propose ainsi une solution, COM2 [7], maximisant un contraste basé sur les cumulants d'ordre 4, Cardoso et Souloumiac [4], quantà-eux, développent une approche matricielle, plus connue sous le nom de JADE, et donnent ainsi naissance à l'algorithme de diagonalisation conjointe. Quelques années plus tard, Hyvarinen et al. présentent la méthode Fast-ICA, dans un premier temps pour des signaux réels [12], puis dans le cas complexe [3]. Cette dernière introduit un algorithme d'optimisation de contraste baptisé algorithme du point-fixe. De son côté Comon propose une solution simple, COM1 [8], à l'optimisation du contraste présenté dans [13]. Bien que très performantes sous les hypothèses énoncées précédemment, ces méthodes peuvent néanmoins être très fortement pertubées par la présence de bruit gaussien, de cohérence spatiale inconnue et inhérent à certaines applications comme les radiocommunications HF.

Une solution naturelle à ce problème est de s'affranchir de l'étape préliminaire dite de blanchiment (à l'ordre 2) propre aux méthodes décrites ci-dessus, et donc de n'employer que les statistiques des données d'ordre strictement supérieur à 2. C'est précisément ce qui est proposé dans cet article qui présente une nouvelle méthode de séparation aveugle de mélanges surdéterminés de sources à bande étroite, n'exploitant que les statistiques d'ordre 4 des données et plus particulièrement la redondance matricielle contenue dans la quadricovariance des observations. Cette nouvelle méthode porte le nom d'ICAR (Independent Component Analysis using Redundancies in the quadricovariance). Ce concept, étendu aux statistiques d'ordre strictement supérieur à 4, permet en particulier de traiter des mélanges dits sous-déterminés (plus de sources que de capteurs). De telles extensions, à l'ordre 6 et de manière plus générale à l'ordre m=2q $(q\geq 2)$, ont été proposées respectivement sous le nom de BIRTH [2] et de BIOME [1].

2 Hypothèses et notations

Pour un réseau constitué de N capteurs, N observations $x_n(k)$ d'un mélange bruité de P sources $s_p(k)$ sont alors disponibles à tout instant k. Le vecteur $\boldsymbol{x}(k) \stackrel{\text{def}}{=} [x_1(k) \ x_2(k) \ \cdots \ x_N(k)]^{\mathsf{T}}$ des observations complexes est donné par :

$$\boldsymbol{x}(k) = \boldsymbol{A} \boldsymbol{s}(k) + \boldsymbol{\nu}(k) = \sum_{p=1}^{P} \boldsymbol{a}_{p} s_{p}(k) + \boldsymbol{\nu}(k) \qquad (1)$$

où $\mathbf{A} \stackrel{\text{def}}{=} [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \cdots \ \mathbf{a}_P], \ \mathbf{s}(k) \stackrel{\text{def}}{=} [s_1(k) \ s_2(k) \ \cdots \ s_P(k)]^{\mathsf{T}},$ $\mathbf{\nu}(k) \stackrel{\text{def}}{=} [\nu_1(k) \ \nu_2(k) \ \cdots \ \nu_N(k)]^{\mathsf{T}}$ sont respectivement la matrice de mélange instantané de taille $(N \times P)$, les vecteurs aléatoires de sources et de bruit. Par ailleurs, définissons, pour tout k, les entrées du tenseur cumulant d'ordre 4, C_x , d'un vecteur aléatoire, $\mathbf{x}(k)$, stationnaire et ergodique à l'ordre 4:

$$C_{de,\boldsymbol{x}}^{fg} \stackrel{\text{def}}{=} \mathsf{Cum}\{x_{d}(k), x_{e}(k), x_{f}(k)^{*}, x_{g}(k)^{*}\}$$
(2)

Il est alors possible de ranger chaque composante du tenseur C_x dans une matrice Q_x , nommée par la suite quadricovariance :

$$\forall \ 1 \le d, e, f, g \le N, \qquad Q_{\!x}\!(N(d-1) + g, N(f-1) + e) = C_{de, x}^{fg} (3)$$

où $Q_x(r,q)$ représente la (r,q)-ième composante de Q_x . Notons que ce rangement n'est pas unique, c'est toutefois celui qui offre les meilleurs résultats en terme d'identifiabilité, comme en témoigne l'article [6]. D'autre part, la matrice Q_x peut être notée de manière plus générale $\mathcal{C}^1_{4,x}$ [1].

Ajoutons que l'expression des cumulants d'ordre 4 de sources stationnaires centrées à valeur complexe en fonction des moments apparaît dans de nombreux articles. On trouve même leur expression dans le cas non centré [10]. En outre, nous faisons les hypothèses suivantes :

- **H1.** A tout instant k, le vecteur s(k) des sources est stationnaire, ergodique (l'extension au cas *cyclostationnaire* et *cycloergodique* est immédiate), à valeur complexe, avec des composantes mutuellement décorrélées à l'ordre 4;
- **H2**. A tout instant k, le vecteur $\boldsymbol{\nu}(k)$ du bruit est stationnaire, ergodique, gaussien et à valeur a priori complexe;
- **H3.** A tout instant k, s(k) et $\nu(k)$ sont statistiquement indépendants;
- **H4.** Les *kurtosis* (autocumulants d'ordre 4 normalisés) des sources, $\kappa_{ppp,s}^{ppp} = C_{ppp,s}^{ppp}/\pi_p^2$, sont non nuls et de même signe ($\pi_p \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}[|s_p(k)|^2]$ désigne la puissance de la *p*-ième source);
- **H5**. Le nombre de sources vérifie $P \leq N$, le mélange est alors qualifié de *surdéterminé*;
- **H6**. La matrice de mélange A est de rang plein et n'a aucune composante nulle;

L'objet de la séparation de sources est de déterminer une matrice de séparation, $\boldsymbol{W},$ appelée séparateur, telle que

$$\boldsymbol{y}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \boldsymbol{W}^{\mathsf{H}} \boldsymbol{x}(n) \tag{4}$$

soit une estimée du vecteur $\mathbf{s}(k)$ à une matrice triviale près (une matrice triviale est de la forme $\mathbf{A}\mathbf{\Pi}$ où $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale inversible et $\mathbf{\Pi}$ une matrice de permutation). D'autre part, dans grand nombre de méthodes, la construction du séparateur \mathbf{W} nécessite l'identification de la matrice de mélange \mathbf{A} , tel est le cas pour ICAR. Notons par ailleurs que le cas de sources cyclostationnaires centrées ou non peut être consideré : il suffit d'appliquer des estimateurs de statistiques non biaisés et consistents tels que ceux proposés dans [10].

3 Philosophie de la méthode ICAR

3.1 Propriété de la quadricovariance

La propriété de multilinéarité des cumulants permet d'écrire Q_x sous la forme suivante:

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}} = \left[\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{A}^{*}\right] \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{s}} \left[\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{A}^{*}\right]^{\mathsf{H}}$$

$$(5)$$

où Q_x et Q_s sont les matrices de quadricovariance de x(k)et de s(k), de taille respective $(N^2 \times N^2)$ et $(P^2 \times P^2)$. Dans la mesure où les sources sont indépendantes, Q_s est une matrice diagonale. Néanmoins, elle s'avère ne pas être de rang plein. Une autre décomposition de Q_x ,

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{\mathcal{A}}_{Q} \, \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\boldsymbol{s}} \, \boldsymbol{\mathcal{A}}_{Q^{\mathsf{H}}} \tag{6}$$

fait apparaître deux nouvelles matrices. La première, $\mathbf{Q}_{s} \stackrel{\text{def}}{=} \text{diag}([C_{11,s}^{11} C_{22,s}^{22} \cdots C_{PP,s}^{PP}])$, est une matrice diagonale de taille $(P \times P)$ qui cette fois est de rang plein d'après (**H4**). La seconde matrice, \mathbf{A}_Q , de taille $(N^2 \times P)$, et de rang plein d'après (**H6**) et [1, prop. 1], s'écrit quant-à-elle de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\mathcal{A}}_{Q} \stackrel{\text{def}}{=} [\boldsymbol{a}_{1} \otimes \boldsymbol{a}_{1}^{*} \, \boldsymbol{a}_{2} \otimes \boldsymbol{a}_{2}^{*} \cdots \boldsymbol{a}_{P} \otimes \boldsymbol{a}_{P}^{*}]$$
$$= [[\boldsymbol{A}^{*} \boldsymbol{\Phi}_{1}]^{\mathsf{T}} \, [\boldsymbol{A}^{*} \boldsymbol{\Phi}_{2}]^{\mathsf{T}} \cdots [\boldsymbol{A}^{*} \boldsymbol{\Phi}_{N}]^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}$$
(7)

où :

$$\mathbf{\Phi}_{n} \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{diag}([A(n,1), A(n,2), \cdots, A(n,P)])$$
(8)

Les éléments $A(n, \cdot)$ de la matrice diagonale Φ_n , de taille $(P \times P)$, constituent la *n*-ième ligne de A. A noter que les matrices \mathcal{Q}_s et \mathcal{A}_Q sont dans [1] respectivement référencées sous le nom de $\zeta_{4,s}$ et \mathcal{A}_2^1 .

3.2 Principe de la méthode

La philosophie est similaire à celle décrite dans [2] à la différence près que nous exploitons ici non pas les statistiques d'ordre 6 mais celles d'ordre 4. Cette différence a son importance car si la restriction aux statistiques d'ordre 4 ne permet plus de traiter le cas de mélanges sous-déterminés, elle a toutefois le grand avantage d'accélérer la convergence de l'algorithme. Ainsi, la méthode ICAR exploite les redondances matricielles de la quadricovariance des observations. Si les sources possèdent des kurtosis de signe positif (respectivement négatif, hypothèse vérifiée pour la plupart des modulations numériques), il est possible de déterminer une matrice racine carré de Q_x (respectivement $-Q_x$). Sans perte de généralité, plaçons-nous dans le cas positif, une racine carré de Q_x peut être calculée par décomposition en valeurs propres telle que, d'après (6):

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2} = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{s}} \, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} = \boldsymbol{\mathcal{A}}_{Q} \, \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \, \boldsymbol{V}^{\mathsf{H}} \tag{9}$$

où L_s ($L_s^{1/2}$ désigne une racine carré de L_s) est la matrice diagonale ($P \times P$) des P valeurs propres non nulles de Q_x , et E_s est la matrice ($N^2 \times P$) des vecteurs propres orthonormalisés associés. Pour une matrice \mathcal{A}_Q de rang plein, il est possible de vérifier que (H4) équivaut à supposer les éléments diagonaux de L_s non nuls et de même signe [1, prop. 2], positif ici. De plus (9) établit le lien entre $Q_x^{1/2}$ et \mathcal{A}_Q où V est une matrice unitaire définie de manière unique pour L_s et E_s données. Quant aux équations (9) et (7), elles mettent en évidence la relation entre $Q_x^{1/2}$ et A telle que :

$$Q_{\boldsymbol{x}}^{1/2} = \begin{bmatrix} [A^* \Phi_1 \mathcal{Q}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \boldsymbol{V}^{\mathsf{H}}]^{\mathsf{T}} \cdots [A^* \Phi_N \mathcal{Q}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \boldsymbol{V}^{\mathsf{H}}]^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \\ \stackrel{\text{def}}{=} [\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathsf{T}} \cdots \boldsymbol{\Gamma}_N^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}$$
(10)

où $\Gamma_n = A^* \Phi_n \mathcal{Q}_s^{1/2} V^{\scriptscriptstyle H}$ est le *n*-ième bloc matriciel, de taille $(N \times P)$, de $\mathcal{Q}_x^{1/2}$. De ce fait, la matrice V diagonalise les N(N-1) matrices Θ_{n_1,n_2} décrites par :

$$\forall 1 \le n_1 \ne n_2 \le N, \quad \Theta_{n_1, n_2} = \Gamma_{n_1}^{\sharp} \Gamma_{n_2} \tag{11}$$

où \sharp désigne l'opérateur pseudo-inverse. En effet, d'après l'expression de Γ_n déduite de (10), et sous les hypothèses (**H5**)-(**H6**), la pseudo-inverse de Γ_n peut être définie par $\Gamma_n^{\sharp} \stackrel{\text{def}}{=} (\Gamma_n^{\ \ H}\Gamma_n)^{-1}\Gamma_n^{\ \ H}$. Par conséquent, les matrices Θ_{n_1,n_2} peuvent se réécrire de la manière suivante :

$$\forall 1 \le n_1 \ne n_2 \le N, \quad \mathbf{\Theta}_{n_1, n_2} = \mathbf{V} \, D_{n_1, n_2} \, \mathbf{V}^{\mathsf{H}} \tag{12}$$

où les matrices $D_{n_1,n_2} \stackrel{\text{def}}{=} \Phi_{n_1}^{-1} \Phi_{n_2}$ sont diagonales. Si l'on note V_{sol} la matrice unitaire qui diagonalise conjointement les matrices Θ_{n_1,n_2} , alors $V_{sol} = V\mathcal{T}$ où \mathcal{T} est unitaire. On déduit de ce fait de (9) que V_{sol} permet d'identifier \mathcal{A}_Q à une matrice unitaire près :

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2} \boldsymbol{V}_{sol} = \boldsymbol{\mathcal{A}}_{Q} \, \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \, \boldsymbol{\mathcal{T}} \stackrel{\text{def}}{=} \widehat{\boldsymbol{\mathcal{A}}}_{Q} \tag{13}$$

Par ailleurs, d'après (**H5**)-(**H6**), pour tout couple $(r,q)|_{r\neq q}$ appartenant à $\{12, \ldots, P\}^2$, il existe au moins un couple $(n_l, n_2)|_{n\neq n_2}$ appartenant à $\{12, \ldots, N\}^2$ tel que $D_{n_l, n_2}(r, r) \neq D_{n_l, n_2}(q, q)$, il en découle que \mathcal{T} est une matrice triviale. La matrice \widehat{A}_Q est par conséquent, d'après (13), une estimée de \mathcal{A}_Q à une matrice triviale près. Dans la mesure où l'équation (13), d'après (10), peut être réécrite de la manière suivante :

$$Q_{\boldsymbol{x}}^{1/2} \boldsymbol{V}_{sol} = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{A}^* \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \boldsymbol{\mathcal{T}}]^{\mathsf{T}} \cdots [\boldsymbol{A}^* \boldsymbol{\Phi}_N \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \boldsymbol{\mathcal{T}}]^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \\ \stackrel{\text{def}}{=} [\boldsymbol{\Sigma}_1^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Sigma}_2^{\mathsf{T}} \cdots \boldsymbol{\Sigma}_{N^2}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}} = \widehat{\boldsymbol{A}}_Q$$
(14)

il apparaît que le bloc matriciel Σ_{l} constitué des *N*-ièmes premières lignes de $Q_x^{1/2} V_{sol}$ correspond, à une matrice triviale près, à A^* , comme en témoigne l'équation suivante:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{1} = \boldsymbol{A}^{*} \boldsymbol{\Phi}_{1} \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\mathbf{s}}^{1/2} \boldsymbol{\mathcal{T}}$$
(15)

où les matrices $\mathcal{Q}_{s}^{1/2}$ et Φ_{n} , pour tout $1 \leq n \leq N$, sont diagonales. Les performances de cette méthode seront présentées dans la partie 4 du présent article et ce sous le nom d'ICAR₂. D'autre part, on pourrait également penser à moyenner les N blocs Σ_{n} afin d'estimer la matrice A^{*} .

3.3 Optimisation de la méthode

Toutefois, afin d'exploiter la totalité de l'information contenue dans la matrice \widehat{A}_Q (14), en d'autres termes les redondances matricielles de \mathcal{A}_Q (7), il est possible de s'inspirer de la dernière étape de l'algorithme FOBIUM [9] et de proposer une optimisation de l'algorithme ICAR₂ décrit ci-dessus. Effectivement, d'après (13) et (7) on a :

$$\widehat{\boldsymbol{A}}_{Q} = \left[\gamma_{\alpha(l)} \left[\boldsymbol{a}_{\alpha(l)} \otimes \boldsymbol{a}_{\alpha(l)}^{*} \right] \cdots \gamma_{\alpha(P)} \left[\boldsymbol{a}_{\alpha(P)} \otimes \boldsymbol{a}_{\alpha(P)}^{*} \right] \right]$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \left[\boldsymbol{b}_{\alpha(l)} \cdots \boldsymbol{b}_{\alpha(P)} \right]$$
(16)

où $|\gamma_p| = |(C_{ppp,s}^{ppp,s})^{1/2}|$ et où α est une application dite de permutation sur l'ensemble $\{1, 2, \ldots, P\}$. Il est alors possible d'associer à chaque vecteur $\boldsymbol{b}_{\alpha(p)}$ de taille $(N^2 \times 1)$ une matrice $\boldsymbol{B}_{\alpha(p)}$ de taille $(N \times N)$ dont les colonnes ne sont autres que les N blocs vectoriels successifs de $\boldsymbol{b}_{\alpha(p)}$, constitués de N valeurs, telle que :

$$\boldsymbol{B}_{\alpha(p)} = \gamma_{\alpha(p)} \boldsymbol{a}_{\alpha(p)} \boldsymbol{a}_{\alpha(p)}^{\mathsf{H}}$$
(17)

Une simple diagonalisation des matrices $B_{\alpha(p)}$ permet, en ne retenant à chaque fois que le vecteur propre associé à la valeur propre la plus grande (en module), de restituer, dans le désordre et à une amplitude de module 1 près, les P vecteurs directeurs a_p . Le nom d'ICAR est donné à notre méthode intégrant cette dernière optimisation.

4 Simulations

Les deux simulations suivantes présentent les performances d'ICAR et des méthodes de séparation aveugle de sources les plus performantes (COM1, COM2, JADE, FastICA) à ce jour. P = 3 sources non filtrées, une BPSK et deux QPSK, sont supposées être réceptionnées sur un réseau circulaire de N=3 capteurs tel que $R/\lambda=0.55$ et tel que le rapport signal sur bruit, noté SNR, soit égal à 20 dB pour chaque source. Les vecteurs directeurs des sources sont construits de manière à être orthogonaux entre eux et le bruit de manière à être gaussien. Les trois sources sont en bande de base et leur temps symbole est choisi égal au temps d'échantillonnage. Le critère employé pour apprécier au mieux les résultats d'extraction de la source p pour une méthode donnée est le rapport signal sur bruit plus interférence maximal associé à la source p, plus connu sous le dénominatif de $SINRM_p$ [5]. Il peut alors être comparé au $SINRM_p$ optimal calculé en utilisant non pas la matrice de mélange estimée mais la matrice de mélange exacte. C'est cette comparaison qui est présentée dans les figures de l'article. La figure 1 représente notamment les SINRM de la source 1 associés à ICAR, ICAR₂ mais aussi aux méthodes de séparation aveugle de sources JADE, COM1, COM2 et FastICA et ce en fonction du nombre d'échantillons utilisés pour la séparation. A noter que le bruit gaussien est dans cette configuration choisi blanc spatialement. Apparaît alors le fait que les deux méthodes ICAR et $ICAR_2$ convergent nettement plus vite que les autres méthodes JADE, COM1, COM2 et FastICA. Ainsi seuls 200 échantillons suffisent à ICAR et ICAR₂ pour atteindre l'optimum de séparation alors que les autres algorithmes ne l'atteindront pas avant 1200 échantillons. Des résultats similaires ont été observés pour les sources 2 et 3 estimées, dont les SINRM, par soucis de place n'ont pas été représentés dans cet article. La figure 2, pour sa part, présente les SINRM de la source 3 associés à ICAR, COM1, COM2 et JADE en fonction du coefficient ρ de cohérence spatiale du bruit et ce dans la même configuration que précédemment excepté que le nombre de capteurs est cette fois porté à 5, que le SNR des trois sources vaut à présent 0 dB et que 1000 échantillons sont utilisés pour la séparation. Le bruit gaussien utilisé dans cette simulation est modélisé par la somme d'un bruit interne $\nu_{in}(k)$ de covariance R_{ν}^{in} et d'un bruit externe $\boldsymbol{\nu_{out}}(k)$ de covariance $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\nu}}^{out}$ tels que : $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\nu}}^{in}(r,q) \stackrel{\text{def}}{=} \sigma^2 \delta(r-q)/2 \qquad \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\nu}}^{out}(r,q) \stackrel{\text{def}}{=} \sigma^2 \rho^{|r-q|}/2 \quad (18)$



FIG. $1 - SINRM_1$ pour un SNR de 20 dB

où σ^2 est la variance du bruit global et ρ le coefficient qui fixe la cohérence spatiale du bruit. A noter que le terme $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\nu}}(r,q) \stackrel{\text{def}}{=} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\nu}}^{in}(r,q) + \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\nu}}^{out}(r,q)$ n'est autre que la (r,q)ième composante de la covariance du bruit global. Contrairement aux méthodes COM1, COM2 et JADE, l'algorithme ICAR est totalement insensible à l'accroissement du coefficient de cohérence ρ . En effet, les méthodes classiques de séparation aveugle de sources telles que COM1, COM2, JADE et FastICA nécessitent une étape dite de blanchiment à l'ordre 2 afin de restreindre l'identification de la matrice de mélange à l'ensemble des matrices unitaires. Or ce prétraitement impose une connaissance parfaite de la matrice de covariance du bruit ou du moins s'il faut l'estimer, de pouvoir faire l'hypothèse que cette dernière est proportionnelle à l'identité, en d'autres termes que le bruit est spatialement blanc. Cependant cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée en pratique car elle nécessite la mise en place d'un dispositif matériel d'apprentissage du bruit. ICAR de son côté, ne souffre pas de cette méconnaissance de la covariance d'un bruit gaussien dans la mesure où il n'utilise que les statistiques d'ordre 4 et que celles d'un bruit gaussien, blanc ou non, sont nulles. Notons que, bien que non présentés dans cet article, des résultats similaires à ceux de la figure 2 ont été observés pour les deux autres sources estimées.



FIG. 2 – $SINRM_3$ pour un SNR de 0 dB

5 Conclusion

Une nouvelle méthode de séparation aveugle de sources, baptisée ICAR, est présentée dans cet article. Cet algorithme n'exploite que les statistiques d'ordre 4 des observations et semble d'après les simulations effectuées, plus performant que la plupart des méthodes disponibles actuellement. Par ailleurs, nous proposerons prochaînement une autre solution au problème présenté dans la section 3.3, autrement dit une autre manière d'extraire la matrice de mélange \boldsymbol{A} contenue dans $\boldsymbol{\mathcal{A}}_Q$ (7).

Références

- L. ALBERA, A. FERREOL, P. COMON, and P. CHEVALIER, "Blind Identification of Overdetermined and underdetermined Mixtures of sources (BIOME)," *Linear Algebra Applications*, april 2003, submitted.
- [2] —, "Sixth order blind identification of underdetermined mixtures (BIRTH) of sources," in ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 909–914.
- [3] E. BINGHAM and H. HYVARINEN, "A fast fixedpoint algorithm for independent component analysis of complex valued signals," *Int. J. of Neural Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 1–8, 2000.
- [4] J.-F. CARDOSO and A. SOULOUMIAC, "Blind beamforming for non-gaussian signals," *IEE Procee*dings-F, vol. 140, no. 6, pp. 362–370, December 1993.
- [5] P. CHEVALIER, "Optimal separation of independent narrow-band sources: Concept and Performances," *Signal Processing, Elsevier*, vol. 73, pp. 27–47, 1999.
- [6] P. CHEVALIER, L. ALBERA, A. FERREOL, and P. COMON, "On the virtual array concept for higher order array processing," *IEEE Transactions On Si*gnal Processing, 2003, soon submitted.
- [7] P. COMON, "Independent Component Analysis, a new concept?" Signal Processing, Elsevier, vol. 36, no. 3, pp. 287–314, April 1994.
- [8] —, "From source separation to blind equalization, contrast-based approaches," in *ICISP 01, Int. Conf.* on *Image and Signal Processing*, Agadir, Morocco, May 3-5 2001, pp. 20–32.
- [9] A. FERREOL, L. ALBERA, and P. CHEVALIER, "Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM)," in *ICASSP 03, 2003 IEEE International Conference on Acoustics Speech* and Signal Processing, Hong Kong, China, April 6-10 2003, pp. 41–44.
- [10] A. FERREOL, P. CHEVALIER, and L. ALBERA, "Higher order blind separation of non zero-mean cyclostationary sources," in *EUSIPCO 02, XI European Signal Processing Conference*, vol. 5, Toulouse, France, September 3-6 2002, pp. 103–106.
- [11] J. HERAULT, C. JUTTEN, and B. ANS, "Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé," in *GRETSI 85, Dixième* colloque sur le Traitement du Signal et des Images, Nice, France, Septembre 1985, pp. 1017–1022.
- [12] H. HYVARINEN and E. OJA, "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis," *Neural Computation*, vol. 9, no. 7, pp. 1483–1492, 1997.
- [13] N. THIRION and E. MOREAU, "New criteria for blind signal separation," in *IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, Pennsylvania, US, August 2000, pp. 344–348.