# Goniométrie multi-sources avec un système de réception deux voies par des techniques à haute resolution

#### Anne FERREOL

#### **THALES Communications**

66 rue du Fossé Blanc, 92231 Gennevilliers, FRANCE

anne.ferreol@fr.thalesgroup.com

**Résumé** - Le problème traité est celui de la goniométrie avec un système de réception 2 voies et un réseau d'antennes constitué de N>2 antennes. On obtient en conséquence une matrice de covariance incomplète. L'objectif de ce papier est d'adapter les méthodes à haute résolution au cas de cette matrice incomplète afin de traiter des situations multi-sources avec un réseau d'antennes à géométrie quelconques. Pour ce faire on applique une méthode de goniométrie de type Weigthed Subspace Fitting (WSF) à partir d'une observation constituée des éléments connue de cette matrice de covariance.

**Abstract** – The problem addressed in this paper is the DOA estimation with an array of sensors composed of N>2 sensors and 2 receivers. We thus only have access to an incomplete covariance matrix. The purpose of this paper is to adapt the high resolution methods to the case of incomplete covariance matrices in order to estimate the DOAs in a multi-sources situation with any array of sensors. In order to solve the problem we apply the Weighted Subspace Fitting (WSF) method on the observation composed by the known terms of covariance matrix.

#### 1. Introduction

Depuis plusieurs années un grand nombre de méthodes de goniométrie bande étroite ont été développées pour mesurer les incidences en azimut ou bien azimut-site des émetteurs à partir d'un réseau composé de plusieurs antennes. Ces méthodes supposent que toutes les antennes du réseau soient reliées à leurs propres voies de réception : Ayant autant de voies de réception que d'antennes on peut acquérir en parallèle les signaux en sortie de chacune des antennes. Sous ces hypothèses on peut appliquer des méthodes à haute résolution tel que MUSIC[1] ou WSF[2] exploitant les statistiques à l'ordre 2 des signaux reçus. Ces méthodes à l'ordre 2 nécessitent le calcul d'une matrice de covariance complète composée de l'ensemble des intercorrélations possibles entre deux signaux issus d'un couple antennes du réseau: Avec un réseau de N antennes on obtient N<sup>2</sup> intercorrélations possibles.

Pour des raisons de coût de calcul et/ou de coût matériel on souhaite appliquer des méthodes de goniométrie à partir d'un système composé d'un réseau de N antennes pouvant se connecter sur deux voies de réception comme l'indique la figure 1. Le commutateur a pour objectif de connecter à un instant t<sub>k</sub> sur une durée  $\delta t$ , deux antennes du réseau sur les voies de réception. Dans ces conditions on peut calculer  $2^2=4$ termes de la matrice de covariance composée au total de N<sup>2</sup> termes. A l'instant t<sub>k+1</sub> on commute les voies de réception sur un autre couple d'antennes pour calculer  $2^2=4$  termes supplémentaires sous l'hypothèse que les incidences et puissances des sources n'aient pas changé entre les instants t<sub>k</sub> et t<sub>k+1</sub>. Toutefois le calcul de plus de termes de la matrice de covariance n'est pas envisageable car les signaux reçus aux instants t<sub>k</sub> et t<sub>k+1</sub> sont décorrélés. Avec ce principe dont le chronogramme est illustré figure 2, on peut calculer de façon partielle ou totale la matrice de covariance en réalisant au maximum N(N-1)/2 commutations. Toutefois pour faire intervenir au moins une fois toutes les antennes du réseau il faut effectuer au minimum N-1 commutations .

Sachant que les signaux à localiser doivent garder les mêmes caractéristiques paramétriques pendant la durée de l'ensemble des commutations et qu'au minimum on doit réaliser N-1 commutations, on en déduit que le nombre de commutations doit être proche du nombre N d'antennes. Dans ces conditions on obtient forcément une matrice de covariance incomplète.

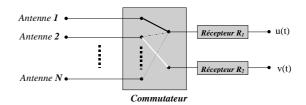


FIG. 1 : Système d'acquisition avec 2 récepteurs

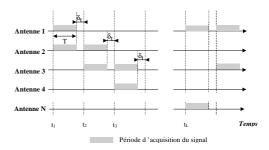


FIG. 2: Chronogramme des commutations d'antennes

Pour traiter le cas d'une matrice de covariance incomplète, des techniques de reconstruction de cette matrice ont été envisagées dans la littérature. En particulier en présence de sources décorrélées incidentes à un réseau linéaire équiespacé, on peut reconstruire la matrice de covariance complète à partir de seulement N de ses termes en exploitant dans ce cas ses redondances dues à sa structure Toeplitz. Toutefois cette approche a l'inconvénient de ne pas traiter le cas des sources corrélées comme les multi-trajets en fonctionnant de plus sur un réseau d'antennes très particulier.

L'objectif de ce papier est donc de réadapter des méthodes à haute résolution [1][2] au cas d'une matrice de covariance incomplète pour traiter le cas multi-émetteurs et multi-trajets avec des réseaux d'antennes à géométrie quelconques.

#### 2. Hypothèses et formulation du problème

#### 2.1 Modèle du signal

Chaque antenne est supposée recevoir un mélange instantané bruité de M sources bandes étroites pouvant être corrélées entre elles. Sur une plage temporelle comprise entre les instants  $t_k$  et  $t_k+T$ , l'expression du signal  $x_n(t+t_k)$  en sortie de la  $n^{ième}$  antenne est la suivante pour  $0 \le t \le T$ :

$$x_n(t+t_k) = \sum_{m=1}^{M} a_n(\theta_m^k) s_m(t+t_k) + b_n(t+t_k)$$
 (1)

 $x_n(t+t_k) = \sum_{m=1}^{M} a_n(\theta_m^{\ k}) \ s_m(t+t_k) \ + b_n(t+t_k) \ (1)$  où  $s_m(t)$  est l'amplitude complexe du signal de la  $m^{i \hat{e} m e}$  source,  $\theta_m^{\ k}$  son incidence à l'instant  $t_k$ ,  $a_n(\theta)$  la réponse de la  $m^{i \hat{e} m e}$  $n^{ième}$  antenne à une source d'incidence  $\theta$  et  $b_n(t)$  le bruit additif. On rappelle qu'un émetteur se propageant suivant P trajets génère P sources corrélés de signal  $s_{m+p}(t)=s_p(t-\tau_p)$  pour 1<p<P[4]. Dans un système multi-voies classique composé de N antennes et voies de réception, les N signaux x<sub>n</sub>(t) en sortie des antennes sont acquits simultanément. Cela permet de construire un vecteur observation  $\underline{x}(t)$  tel que:  $\underline{x}(t)$ = $[x_1(t)...x_N(t)]^T$  où  $\underline{\mathbf{u}}^T$  désigne le transposé de  $\underline{\mathbf{u}}$ . D'après (1) ce vecteur a l'expression suivante pour  $t_k \le t \le t_k + T$ :

$$\underline{\mathbf{x}}(t) = \sum_{m=1}^{M} \underline{\mathbf{a}}(\boldsymbol{\theta}_{m}^{k}) \mathbf{s}_{m}(t) + \underline{\mathbf{b}}(t) = A(\boldsymbol{\theta}_{1}^{k}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{M}^{k}) \underline{\mathbf{s}}(t) + \underline{\mathbf{b}}(t)$$
(2)

Où  $\underline{a}(\theta) = [a_1(\theta)...a_N(\theta)]^T$  désigne le vecteur directeur d'une source d'incidence  $\theta$ ,  $A(\theta_1^k,...,\theta_M^k) = [\underline{a}(\theta_1^k)...\underline{a}(\theta_M^k)]$  la matrice de mélange et  $\underline{b}(t)=[b_1(t)...b_N(t)]^T$  le vecteur bruit. Les méthodes de goniométrie à Haute Résolution(HR) font l'hypothèse que le vecteur observation de dimension Nx1 a la structure linéaire de l'équation (2): Dans ces conditions on peut goniométrer au maximum N-1 sources. Un système de réception 2 voies ne permet pas de construire un vecteur de dimension Nx1 car à chaque instant on acquière seulement les signaux de deux antennes. On pourra alors au mieux construire une observation de dimension 2x1 qui ne permet pas d'appliquer une goniométrie multi-sources.

#### 1.2 Vecteur d'observation 2 voies

Dans ce papier on souhaite réaliser une goniométrie multisources avec 2 récepteurs. Pour cela on effectue L commutations d'antennes permettant de construire un vecteur

observation de dimension L ou plus. Pour ce faire, à l'instant t<sub>k</sub> de la k<sup>ième</sup> commutation on connecte pendant une durée T les antennes i=I(k) et j=J(k) sur les 2 voies de réception. Lorsque les i<sup>ième</sup> et j<sup>ième</sup> antennes sont connectées, les signaux reçus permettent d'estimer sur une durée T le terme d'intercorrélation suivant :

$$\hat{r}_{ij}(t_k) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} x_i(t+t_k) \ x_j(t+t_k)^*$$
 (3)  
Lorsque le temps T est suffisamment grand, le scalaire

 $r_{ii}(t_k)$  tend vers  $r_{ij}(t_k) = E[x_i(t+t_k) \ x_i(t+t_k)^*]$  tel que E[.] désigne l'espérance mathématique. Sachant que le signal  $x_n(t+t_k)$  de l'expression (1) s'écrit matriciellement de la façon suivante:

$$x_n(t+t_k) = \underline{a}_n(t_k)^T \underline{s}(t+t_k) + b_n(t+t_k)$$
 (4)

Où  $\underline{a}_n(t_k)^T = [a_n(\theta_1^k) \dots a_n(\theta_M^k)]$  et  $\underline{s}(t) = [s_1(t) \dots s_M(t)]^T$ . Sachant de plus que le bruit vérifie  $E[b_i(t+t_k) \ b_i(t+t_k)^*]=0$ pour i≠j, on en déduit que :

$$r_{ii}(t_k) = \underline{a}_i(t_k)^T R_s(t_k) \underline{a}_i(t_k)^* \quad \text{pour } i \neq j$$
 (5)

où  $R_s(t_k)=E[\underline{s}(t+t_k)\underline{s}(t+t_k)^H]$  désigne la matrice de covariance des sources incidentes et  $\underline{u}^H$  le transposé conjugué du vecteur u. On remarque que cette commutation sur les antennes i et j permet aussi de déterminer les termes suivants :  $r_{ii}(t_k)$ ,  $r_{ii}(t_k) = r_{ij}(t_k) * et r_{ij}(t_k)$ .

A partir des termes d'intercorrélation  $r_{I(k)J(k)}$  estimés, l'objectif est de constituer un vecteur d'observation sur lequel une méthode HR sera applicable. Pour ce faire il faut vérifier les deux hypothèses suivantes :

- Les incidences  $\theta_m^{\ k}$  des sources pour  $1 \le m \le M$  sont indépendantes de l'indice k de la commutation en vérifiant  $\theta_m^k = \theta_m^0$ . On en déduit que  $\underline{a}_n(t_k)$  est indépendant de  $t_k$  en valant a<sub>n</sub>.
- Les puissances des sources s<sub>m</sub>(t+t<sub>k</sub>) sont indépendantes de l'indice k de la commutation. Dans ces conditions la matrice de covariance  $R_s(t_k)$  du vecteur source  $\underline{s}(t+t_k)$  est indépendante de l'instant t<sub>k</sub> en valant R<sub>s</sub>.

Ainsi en vérifiant les hypothèses précédentes d'invariance dans le temps des caractéristiques paramétriques des signaux, on obtient l'expression suivante du terme d'intercorrélation r<sub>ii</sub> d'après l'équation (5):

$$\begin{split} r_{ij} &= \underline{a_i}^T R_s \ \underline{a_j}^* \\ &= \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M R_s(m,m') \ a_i(\theta_m^{\ 0}) \ a_j(\theta_{m'}^{\ 0})^* \ \text{pour } i \neq j \quad \text{(6)} \\ \text{où } R_s(m,m') \ \text{est } 1\text{'élément de la } m^{\text{ième}} \ \text{ligne et de la } m'^{\text{ième}} \end{split}$$

colonne de la matrice R<sub>s</sub> de covariance des sources. Pour  $m\neq m'$ , le terme  $R_s(m,m')=E[s_m(t+t_k)s_{m'}(t+t_k)^*]$  est non nul lorsque les sources m et m' sont 2 trajets d'un même émetteur. A partir des L commutations nous pouvons construire un vecteur observation r de longueur L contenant les intercorrélations  $r_{I(k)I(k)}$  tel que :

$$\underline{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} r_{I(1)J(1)} \\ \vdots \\ r_{I(L)J(L)} \end{bmatrix}$$
 (7)

Où I(k) est différent de J(k). D'après l'expression (6) on en déduit l'expression suivante du vecteur r :

$$\underline{\underline{r}} = \sum_{m=1}^{M} \sum_{m'=1}^{M} R_s(m,m') \ \underline{a_I}(\theta_m^{\ 0}) \bullet \underline{a_J}(\theta_{m'}^{\ 0}) *= \mathbf{A_{IJ}}(\underline{\theta}^0) \ \gamma \qquad (8)$$
tel que  $\underline{\theta}^0 = (\theta_1^{\ 0}, \dots, \theta_M^{\ 0})$  avec :

 $\bullet \mathbf{A}_{\mathbf{IJ}}(\underline{\boldsymbol{\theta}}^{0}) = \left[ \ \underline{\mathbf{a}}_{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\theta}_{1}^{0}) \bullet \underline{\mathbf{a}}_{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta}_{1}^{0}) * \dots \\ \underline{\mathbf{a}}_{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\theta}_{m}^{0}) \bullet \underline{\mathbf{a}}_{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta}_{m}^{0}) * \dots \underline{\mathbf{a}}_{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\theta}_{M}^{0}) \bullet \underline{\mathbf{a}}_{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta}_{M}^{0}) * \right]$   $\bullet \ \boldsymbol{\gamma} = \left[ \boldsymbol{\gamma}_{11} \dots \boldsymbol{\gamma}_{1M} \ \boldsymbol{\gamma}_{21} \dots \boldsymbol{\gamma}_{2M} \ \boldsymbol{\gamma}_{M1} \dots \boldsymbol{\gamma}_{MM} \right]^{T}$ 

où  $\gamma_{mm'} = R_s(m,m')$ , avec  $\underline{a_I}(\theta) = [a_{I(1)}(\theta) \dots a_{I(L)}(\theta)]^T$  et  $\underline{a_J}(\theta) = [a_{J(1)}(\theta) \dots a_{J(L)}(\theta)]^T$ .  $\underline{a_I}(\theta)$  et  $\underline{a_J}(\theta)$  sont les vecteurs directeurs associés aux antennes indicées respectivement par les éléments de I et J. Le symbole «•» désigne le produit terme à terme de deux vecteurs. L'équation (8) montre qu'il n'est fait aucune hypothèse d'une part sur la géométrie du réseau de capteurs car  $a_n(\theta)$  est quelconque et d'autre part sur la corrélation des sources car les termes  $R_s(m,m')$  pour  $m\neq m'$  sont pris en compte.

#### 1.3 Identifiabilité et reformulation du problème

Par analogie à l'expression (2), on peut considérer  $\underline{r}$  comme un vecteur observation  $\underline{x}(t) = [x_1(t)... \ x_L(t)]^T$  de  $M^2$  sources non bruitées en sortie d'un réseau composé de L antennes. Ainsi avec L commutations on obtient la condition suivante sur le nombre M de sources goniométrables :

$$M^2 < L \tag{9}$$

Il faut donc au moins L=5 commutations pour goniométrer M=2 sources. L'expression (9) montre qu'il est nécessaire d'augmenter la taille de l'observation  $\underline{r}$  pour goniométrer un plus grand nombre de sources. Pour augmenter cette taille sans augmenter le nombre de commutations, on peut exploiter la structure hermitienne de la matrice de covariance en utilisant la propriété  $r_{ji}$ = $r_{ij}$ \*. On construit alors le nouveau vecteur d'observation v de la façon suivante:

$$\underline{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \underline{r} \\ \underline{r}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathbf{IJ}}(\theta_1^0 \dots \theta_M^0) \\ \mathbf{A}_{\mathbf{JI}}(\theta_1^0 \dots \theta_M^0) \end{bmatrix} \gamma = \mathbf{B}_{\mathbf{IJ}}(\theta_1^0, \dots, \theta_M^0) \gamma \quad (10)$$

La nouvelle condition sur le nombre de sources goniométrables et le nombre de commutations nécessaires est alors la suivante :

$$M^2 < 2xL \tag{11}$$

Il faut donc au minimum L=3 commutations pour pouvoir goniométrer M=2 sources. Les expressions (8)(10) montrent que le vecteur  $\underline{\mathbf{r}}$  ou bien  $\underline{\mathbf{v}}$  constitue une seule observation d'un processus linéaire paramétré par les incidences  $\underline{\boldsymbol{\theta}}^0 = (\theta_1^{\ 0}, \ldots, \theta_M^{\ 0})$  des M sources. Dans ces conditions, seuls des algorithmes à base de maximum de vraisemblance[2][3] permettent d'appliquer une goniométrie multi-sources.

#### 3. Goniométrie 2 voies

#### 3.1 Principe du WSF[2]

La méthode WSF(Weighting Subspace Fitting) s'applique à partir d'un système de réception multi-voies permettant d'obtenir le vecteur observation  $\underline{x}(t)$  de l'expression (2). Conformément aux autres algorithmes HR d'ordre 2 [1][3], la

méthode nécessite l'estimation d'une matrice de covariance de dimension NxN sur une durée T tel que:

$$\hat{R}_{xx} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} \underline{x}(t) \ \underline{x}(t)^{H}$$
 (12)

La méthode du WSF[2] est une variante du maximum de vraisemblance [3] sous l'hypothèse de bruit gaussien. En présence de sources d'incidence  $\underline{\theta}^0 = (\theta_1^0, ..., \theta_M^0)$  la méthode consiste à minimiser le critère suivant en fonction du vecteur de paramètres  $\underline{\theta} = (\theta_1, ..., \theta_M)$ .

$$J^{WSF}(\theta) = trace[\Pi_b(\theta) E_s W E_s^H]$$
 (13)

La matrice  $E_s=[\underline{e}_1 \dots \underline{e}_{M'}]$  de dimension NxM' est obtenue après une décomposition en éléments propres de  $R_{xx}$  tel que les  $\underline{e}_i$  sont les vecteurs propres associés à ses M' plus fortes valeurs propres. Le projecteur  $\Pi_b(\underline{\theta})$  vérifie  $\Pi_b(\underline{\theta})=I_{N^-}A(\underline{\theta})A(\underline{\theta})^\#$  où « $^\#$ » désigne la pseudo-inverse d'une matrice et  $I_N$  la matrice identité de dimension NxN. Le minimum de  $J^{WSF}(\underline{\theta})$  est obtenu en  $\underline{\theta}=\underline{\theta}^0$  et vaut zéro en asymptotique lorsque  $T \to +\infty$ : En effet comme en asymptotique  $E_s=A(\underline{\theta}^0)U$  et que d'autre part  $\Pi_b(\underline{\theta}^0)A(\underline{\theta}^0)=0$ , on en conclut que  $J^{WSF}(\underline{\theta})$  s'annule obligatoirement en  $\underline{\theta}=\underline{\theta}^0$ . On en déduit que la méthode WSF continue a fonctionner lorsque M'=1 où  $E_s$  est un vecteur et M>1. On peut rencontrer cette situation en présence de multi-trajets cohérents où le rang M' de  $R_{xx}$  est inférieur à M.

### 1.2 Adaptation du WSF à la goniométrie deux voies

En présence de M sources d'incidences  $\underline{\theta}^0 = (\theta_1^0, ..., \theta_M^0)$ , on sait d'une part d'après l'expression (10) que  $\underline{v} = \mathbf{B_{IJ}}(\underline{\theta}^0)\gamma$  et que d'autre part la matrice  $E_s$  de l'expression (13) vérifie en asymptotique  $E_s = A(\underline{\theta}^0)U$ . Ainsi pour goniométrer les M sources du système 2 voies à partir de l'observation  $\underline{v}$  on remplace dans le critère (13)  $E_s$  part  $\underline{v}$ ,  $A(\underline{\theta})$  par  $\mathbf{B_{IJ}}(\theta_1,...,\theta_M)$ , en posant  $W=I_1=1$  pour obtenir :

$$J^{BIJ}(\underline{\theta}) = \operatorname{trace}[\Pi_{b}^{BIJ}(\underline{\theta}) \underline{v} \underline{v}^{H}]$$

$$Ou \Pi_{b}^{BIJ}(\theta) = I_{L^{-}} \mathbf{B}_{IJ}(\theta) \mathbf{B}_{IJ}(\theta)^{\#}$$

$$(14)$$

On en déduit que  $J^{BIJ}(\underline{\theta})$  s'annule en  $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0 = (\theta_1^0, ..., \theta_M^0)$ . Sachant que le critère de l'expression (14) se simplifie de la façon suivante :

$$J^{BIJ}(\theta) = v^{H} \Pi_{b}^{BIJ}(\theta) v \qquad (15)$$

L'algorithme va donc consister à minimiser le critère de l'expression (15) en fonction de  $\underline{\theta}$  pour déterminer  $\underline{\theta}^0$ .

## 4. Cas de sources décorrélées : Réseaux équivalents deux voies

En présence de sources décorrélés les termes d'intercorrélation  $R_s(m,m')$  vérifient  $R_s(m,m')=0$  pour  $m\neq m'$ . D'après (8), les expressions des vecteurs observations  $\underline{r}$  et  $r^*$  peuvent se simplifier de la façon suivante:

$$\underline{\mathbf{r}} = \sum_{m=1}^{M} R_{s}(m,m) \ \underline{\mathbf{a}}_{IJ}(\theta_{m}^{\ 0})$$
 et  $\underline{\mathbf{r}}^{*} = \sum_{m=1}^{M} R_{s}(m,m) \ \underline{\mathbf{a}}_{JJ}(\theta_{m}^{\ 0})$  (16)

tel que :  $a_{II}(\theta) = a_{I}(\theta) \cdot a_{I}(\theta) *$ 

D'autre part, l'expression de la réponse  $a_n(\theta)$  de la  $n^{i \delta m e}$  antenne de coordonnées  $(x_n,y_n)$  à une source d'incidence  $\theta$  est la suivante :

$$a_n(\theta) = \exp(j2\pi/\lambda \left[x_n \cos(\theta) + y_n \sin(\theta)\right])$$
 (17)

Sachant que  $\underline{a}(\theta) = [a_1(\theta)...a_N(\theta)]^T$  est le vecteur directeur d'un réseau de N antennes de coordonnées  $(x_n,y_n)$  pour  $1 \le n \le N$ , on en déduit que le vecteur  $\underline{a}_{IJ}(\theta)$  de la goniométrie 2 voies peut être considéré comme le vecteur directeur d'un réseau virtuel avec L antennes. Sachant que la  $k^{i \`{e}me}$  composante de  $\underline{a}_{IJ}(\theta)$  vaut  $\underline{a}_{IJ}(\theta)(k) = \underline{a}_{I(k)}(\theta)$   $\underline{a}_{J(k)}(\theta)^*$  on en déduit que :

$$\underline{a}_{IJ}(\theta)(k) = \exp(j2\pi/\lambda [(x_{I(k)}-x_{J(k)})\cos(\theta)+(y_{I(k)}-y_{J(k)})\sin(\theta)])(18)$$

Dans ces conditions les coordonnées du  $k^{\text{ième}}$  capteur virtuel associé à l'observation  $\underline{r}$  et au vecteur  $\underline{a}_{IJ}(\theta)$  valent :  $(x_{I(k)} - x_{J(k)}, y_{I(k)} - y_{J(k)})$ . Comme l'observation  $\underline{r}^*$  est associée au vecteur  $\underline{a}_{II}(\theta)$ , on en déduit d'après (16) et (18) que les coordonnées des antennes du réseau virtuel associé vérifient :  $(x_{J(k)} - x_{I(k)}, y_{J(k)} - y_{I(k)})$  pour  $1 \le k \le L$ . Les méthodes de goniométrie 2 voies qui utilisent le vecteur observation  $\underline{v}$  de l'expression (10) font intervenir les vecteurs observation  $\underline{r}$  et  $\underline{r}^*$ . En présence de sources décorrélées on obtient :

$$\underline{\mathbf{v}} = \left[\frac{\underline{r}}{\underline{r}^*}\right] = \sum_{m=1}^{M} \mathbf{R}_{s}(\mathbf{m}, \mathbf{m}) \, \underline{\mathbf{b}}_{IJ}(\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{m}}^{\ 0}) \tag{19}$$

en posant : 
$$\underline{b}_{IJ}(\theta) = [\underline{a}_{IJ}(\theta)^T \underline{a}_{JI}(\theta)^T]^T$$

On crée dans ces conditions un réseau virtuel avec 2L antennes de coordonnées :  $(x_{I(k)}-x_{J(k)}, y_{I(k)}-y_{J(k)})$  et  $(x_{J(k)}-x_{I(k)}, y_{J(k)}-y_{J(k)})$  pour  $1 \le k \le L$ .

En présence de M sources décorrélées et par analogie à (2), le vecteur <u>v</u> peut être assimilé à une observation de M sources sur un réseau virtuel à 2L antennes. La condition sur le nombre de sources décorrélées goniométrable devient :

$$M < 2xL \tag{20}$$

Pour goniométrer M=2 sources décorrélées il suffit d'effectuer L=2 commutations. Pour atteindre cette performance il faut remplacer la matrice  $\mathbf{B_{IJ}}$  ( $\underline{\theta}$ ) de dimension  $2\mathsf{LxM}^2$  par la matrice  $\mathbf{C_{IJ}}$  ( $\underline{\theta}$ )=[ $\underline{b_{IJ}}(\theta_1)...\underline{b_{IJ}}(\theta_M)$ ] de dimension  $2\mathsf{LxM}$  dans le critère  $\mathbf{J^{BIJ}}(\underline{\theta})$  des expressions (14)(15). Sachant qu'avec un réseau de N capteurs on peut réaliser au maximum  $L_{max}$ =N(N-1)/2 commutations, on en déduit qu'au maximum on peut goniométrer  $M_{max}$ =N(N-1) sources décorrélées. On remarque que l'on peut appliquer le même algorithme de goniométrie avec un système classique d'acquisition en construisant  $\underline{v}$  à partir de tous les termes hors diagonaux  $r_{ij}$  et  $r_{ij}$ \* de la matrice  $R_{xx}$ . On en déduit qu'il est possible de goniométrer plus de sources que de capteurs à partir des statistiques d'ordre 2.

#### 5. Simulations

Sur la figure 3 on simule le cas de 2 sources d'angles d'arrivées  $\theta_1^0$ =0 et  $\theta_2^0$ =50° incidentes à un réseau de N=6 capteurs dont la position est donnée figure 4. Les sources sont les trajets d'un émetteur QPSK à 4 échantillons par symbole

arrivant décalé de  $\tau$ =2 échantillons: Le terme  $R_s(1,2)$  est alors non nul car les 2 trajets sont corrélées. Comme le réseau est constitué de N=6 antennes on réalise L=N-1=5 commutations pour obtenir un vecteur  $\underline{v}$  de longueur 10. A la  $k^{i\grave{e}me}$  commutation on connecte les antennes k et k+1 et ainsi I=[1 ... N-1] et J=[2 ... N] : La géométrie du réseau équivalent 2 voies est représenté figure 4. Sur la figure 3 on représente le spectre  $-10log_{10}[\mathbf{J}^{BLJ}(\theta_1,\theta_2)]$  en fonction du couple d'incidence  $(\theta_1,\theta_2)$ : Ainsi au lieu de chercher le couple  $(\theta_1^0,\theta_2^0)$  qui minimise  $\mathbf{J}^{BLJ}(\theta_1,\theta_2)$  on cherche celui qui maximise la fonction  $-10log_{10}[\mathbf{J}^{BLJ}(\theta_1,\theta_2)]$ . La figure 3 montre que la fonction  $-10log_{10}[\mathbf{J}^{BLJ}(\theta_1,\theta_2)]$  a bien un maximum en  $(\theta_1,\theta_2)\approx(0^\circ,50^\circ)$  ainsi qu'un autre en  $(\theta_1,\theta_2)\approx(50^\circ,0^\circ)$  car  $\mathbf{J}^{BLJ}(\theta_1,\theta_2)=\mathbf{J}^{BLJ}(\theta_2,\theta_1)$ .

La méthode permet donc de localiser deux sources d'incidences  $\theta_1^0$ =0 et  $\theta_2^0$ =50° avec une corrélation temporelle non nulle, un système de réception 2 voies et un réseau à géométrie quelconque.

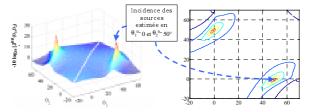


FIG. 3 : Critère  $J^{BIJ}(\theta_1, \theta_2)$  de la goniométrie 2 voies : cas de sources corrélées.

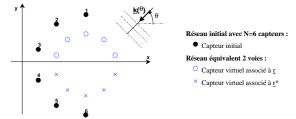


FIG. 4 : Réseau de capteurs équivalent 2 voies

#### Références

- [1] R.O Schmidt. A signal subspace approach to multiple emitters location and spectral estimation, PhD Thesis, Stanford University, CA, Nov 1981
- [2] M.Viberg , B.Ottersten et T.Kailath. *Detection and estimation in sensor arrays using Weigthed Subspace Fitting*. IEEE trans on signal processing , Vol39 , n°11, November 1991
- [3] P.Larzabal Application du maximum de vraisemblance au traitement d'antenne : radio-goniométrie et poursuite de cibles Thèse université Paris XI Orsay 16 juin 1992
- [4] A.Ferréol, M.Chenu-Tournier *DOA estimation of wide-band emitters by a space-frequency method in a multi-path propagation context*, ICASSP 2000, Istanbul.
- [5] Cet algorithme a fait l'objet d'un brevet: Auteurs: A.Ferréol JJ.Monot Titre: *Procédé de localisation de sources radioélectrique au moyen d'un radiogoniomètre haute résolution 2 voies*, Numéro: 00 02399.