

Modèle de formation d'images gammagraphiques avec prise en compte de la dimension énergétique

Luc EGLIN, Christian FAYE, Mai Khuong NGUYEN

Equipe Traitement des Images et du Signal (ETIS)
CNRS URA 2235 - ENSEA - Université de Cergy-Pontoise
Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications
6, avenue du Ponceau 95014 Cergy-Pontoise, France
eglin@ensea.fr, faye@ensea.fr, nguyen@ensea.fr

Résumé – Cet article présente un modèle de processus de formation d'images applicable à l'imagerie médicale gammagraphique. Ce modèle physique prend en compte l'énergie des photons détectés après leur diffusion au sein du milieu environnant. Tout comme la dernière génération de caméras SPECT opérant en mode *liste*, il est capable de fournir un ensemble d'images indexées en énergie. Son temps de calcul, réduit, ouvre la voie au développement de nouvelles méthodes de restauration d'images utilisant la dimension énergétique. Une *analyse en composantes principales* (ACP) opérée sur la série d'images multiénergie fournit des résultats inattendus.

Abstract – This paper presents a model of an image formation process applicable to medical γ -ray imagery. This physical model fully takes into account the energy of the detected γ photons after their scattering in the surrounding medium. As the last generation of SPECT gamma cameras which are operated in *list* mode, it provides a series of images indexed in energy. Because this model is numerically light, it could lead to the development of new enhancing methods using the energy dimension. A *principal components analysis* conducted on the series of images indexed in energy leads to unexpected results.

1 Introduction

Comme pour tout problème d'inversion, la qualité d'une chaîne globale de traitement d'images, – des observations à l'image restaurée –, dépend pour une large part de la pertinence du modèle de formation d'images (appelé modèle direct). En imagerie gammagraphique, le processus de formation d'images fait intervenir plusieurs phénomènes complexes : faible performance de l'optique gamma, bruit poissonien du processus d'émission photonique, et surtout, phénomène de diffusion affectant les photons au cours de leur traversée du milieu environnant. L'ensemble de ces dégradations conduit à une délocalisation des photons γ et rend délicate la détection des motifs sombres de petite taille (nodules froids dans le cas des tumeurs de la thyroïde) [1], [2]. Les modèles de formation d'images existants peuvent être classés en deux catégories :

- les méthodes de Monte-Carlo, qui décrivent en détail l'ensemble des événements ponctuels intervenant dans le processus de formation d'images. Ces représentations souffrent d'une importante charge de calcul qui en limite l'usage.
- les méthodes dites «phénoménologiques», qui ignorent l'information énergétique associée à la diffusion photonique. Celles-ci ont par contre l'avantage d'être d'une grande rapidité [3].

Nous proposons un modèle qui combine les avantages de ces deux types de méthodes. Non seulement la position, mais aussi l'énergie des photons, est calculée en un temps raisonnable.

2 Le modèle

Le modèle décrit ci-après prend en compte les phénomènes suivants [4], [5] :

- la diffusion de premier ordre, – dans laquelle les photons ne subissent qu'une seule interaction –. C'est le phénomène prépondérant ;
- le processus d'absorption des photons, avant et après diffusion ;
- la dépendance de la réponse spatiale du collimateur avec la distance objet/caméra ;
- la réponse spatio-énergétique du photodétecteur ;
- le bruit poissonien lié au processus d'émission photonique.

Nous considérons, dans le cadre du présent modèle, que le milieu diffusant, dans lequel est situé l'objet, est homogène, compact et de géométrie simple.

Dans ces conditions, nous avons montré [6] que le processus complet de formation d'image, – de l'objet initial à la séquence d'images indexées en énergie –, se réduit à une succession de trois opérations de convolution/projection dans l'espace joint spatio-énergétique (figure 1). Le modèle ainsi élaboré est physiquement réaliste et fournit l'ensemble des images indexées en énergie en quelques minutes, ce qui représente un gain d'un facteur 100 par rapport aux modèles de Monte-Carlo.

2.1 Modèle de diffusion

Si l'on considère la diffusion Compton de premier ordre, les photons diffusés à l'énergie E_n semblent provenir d'un objet virtuel 3D, inclus dans le volume V du milieu diffusant (cf. figure 2). Cet objet est caractérisé par son *activité de diffusion apparente*, notée $B_n(M)$, - M désignant le point de coordonnées (x, y, z) -, qui est elle-même liée à l'activité primaire $A(M)$, proportionnelle à la concentration d'isotope dans l'objet original, par la convolution :

$$B_n(x, y, z) = \int_V A(x', y', z') H_{Dn}(x-x', y-y', z-z') dx' dy' dz'$$

Le noyau de diffusion, H_{Dn} , est nul en dehors de la surface d'un cône d'axe z et de demi-angle au sommet θ_n , l'angle de diffusion ; l'axe z étant pris perpendiculaire au plan du collimateur.

$$H_{Dn}(x, y, z) = \begin{cases} \frac{r_e}{r_\theta^2} \exp(-\mu_0 r_\theta) \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta(x, y, z-z_\theta) & \text{pour } n \neq 0 \\ \delta(x, y, z) & \text{pour } n = 0. \end{cases}$$

L'angle de diffusion θ_n et la section efficace différentielle $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ sont liés à l'énergie E_n du photon diffusé par les relations :

$$\frac{E_n}{E_0} = \gamma_n = \frac{1}{1 + \varepsilon(1 - \cos\theta_n)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma_n) = \frac{1}{2} r_e^2 \gamma_n^2 \left[1 + \left(1 - \frac{(1/\gamma_n - 1)}{\varepsilon} \right)^2 + \gamma_n \left(\frac{1}{\gamma_n} - 1 \right)^2 \right]$$

où E_0 désigne l'énergie du photon incident.

r_e est le rayon classique de l'électron et n_e la concentration électronique dans le milieu diffusant. $r_\theta = \sqrt{x^2 + y^2 + z_\theta^2}$ et $z_\theta = -\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\tan\theta_n}$ sont respectivement la distance radiale et la profondeur au sein du milieu diffusant. ε est le rapport $E_0/m_e c^2$ de l'énergie initiale du photon sur l'énergie au repos de l'électron et μ_0 le coefficient d'atténuation global à l'énergie E_0 intégrant la diffusion Compton et l'effet photoélectrique. $\delta(x, y, z)$ est la distribution de Dirac 3D.

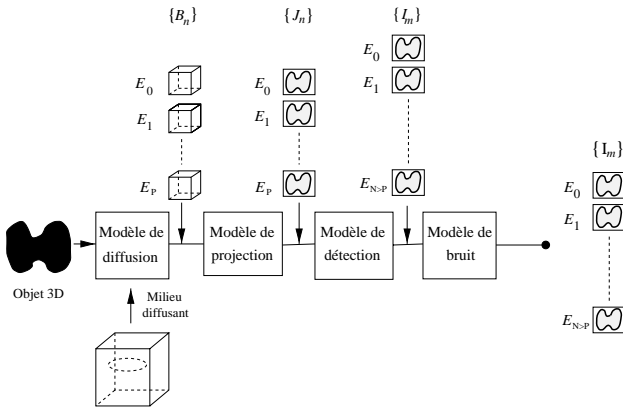


FIG. 1: *Modèle du processus de formation d'images : trois opérations de convolution/projection aboutissent à une série d'images indexées en énergie sur lesquelles sont appliqués des bruits poissonniens.*

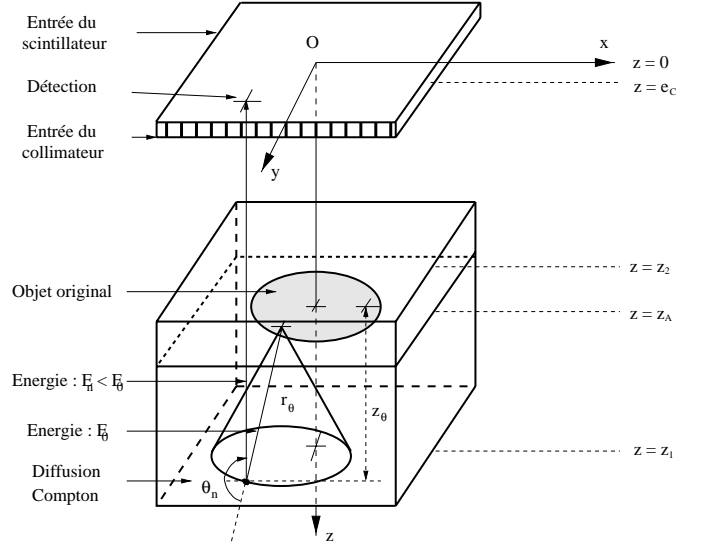


FIG. 2: *Modèle de diffusion.*

2.2 Modèle combiné de projection/absorption

La réponse impulsionnelle du collimateur est idéalisée par une forme conique, de valeur nulle pour les angles d'incidence supérieurs à α_{max} . L'image J_n , qui est formée sur la face d'entrée du photodétecteur pour l'énergie E_n , est donnée par la transformation suivante :

$$J_n(x, y) = \Delta x \Delta y \iiint_V B_n(x', y', z) H_c(x-x', y-y', z) dx' dy' dz$$

où $\Delta x \Delta y$ est l'aire du pixel image. H_c , la réponse combinée collimateur/absorption, vaut en posant $\zeta(x, y, z) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z \tan \alpha_{max}}$:

$$H_c(x, y, z) = \begin{cases} \frac{1}{z^2} (1 - \zeta(x, y, z)) & \text{si } \zeta(x, y, z) < 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

2.3 Modèle du détecteur

La transformation imposée par le sous-système de détection (scintillateur + photodétecteur + électronique de mesure) est représentée au moyen d'une nouvelle convolution 3D (2D dans le domaine spatial et 1D dans le domaine énergétique) :

$$I_m(x, y) = \sum_{n=0}^N \iint_{image} [J_n(x', y') H_M(x'-x, y'-y, n-m)] dx' dy'$$

avec le noyau gaussien :

$$H_M(x, y, n) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{xy}^2 \sigma_\gamma} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_{xy}^2}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_n^2}{2\sigma_\gamma^2}\right)$$

Typiquement, $\sigma_{xy} \approx 1$ à 2 % de l'amplitude de x ou y et $\sigma_\gamma \approx 0,05$, ce qui correspond à une largeur à mi-hauteur de $\pm 5,9\%$ à E_0 .

La dernière étape du modèle consiste, après conversion de l'intensité I_m en un nombre d'impacts, à bruitez les images selon une loi de Poisson discrète.

$$I_m(i, j) = \text{POISSON} \left(\text{int} \left[I_M \frac{I_m(i, j)}{I_{max}} + 0,5 \right] \right)$$

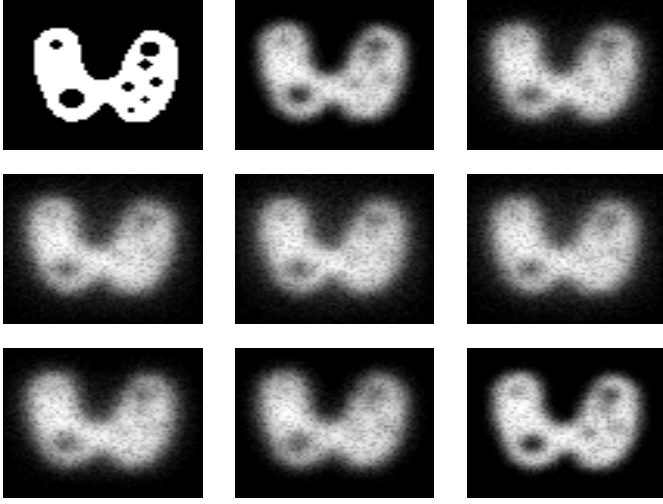


FIG. 3: De gauche à droite et de haut en bas : image de l'objet original, et celles générées par notre modèle (à 90,4 - rétro-projection -, 97, 103, 109, 115, 121, 127, et 140 keV - pic énergétique -).

où I_M est le nombre maximal de photons réellement reçus par le pixel le plus lumineux compte tenu du temps d'exposition, et I_{max} , l'intensité maximale observée dans l'image au pic.

3 Séquence d'images gammagraphiques

Le modèle décrit a été appliqué à la génération d'une séquence d'images multiénergie à partir d'un objet synthétique. La figure 3 montre l'objet original et un échantillon de huit images, - extrait d'une série de $N = 20$ images -, générées par notre modèle. Ces dernières présentent une bonne ressemblance avec celles fournies par une gamma caméra. On constate, dans les deux cas, que les images les moins dégradées correspondent au pic énergétique (photons non diffusés d'énergie 140 keV, - énergie du radio-traceur ^{99}Tc -) et à la rétrodiffusion (photons déviés d'un angle $\theta = \pi$ et d'énergie 90,4 keV), alors que le cas le plus défavorable correspond à $\theta = \pi/2$ ($E \approx 109$ keV). Le temps de calcul de 20 images 64×64 est inférieur à trois minutes sur un ordinateur standard.

4 Analyse en Composantes Principales de la séquence d'images gammagraphiques

4.1 Principe

Une analyse en composantes principales a été opérée sur la série d'images fournie par le modèle.

On se place pour cela dans un espace métrique \mathcal{E}_N de dimension N , muni du produit scalaire généralisé $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbf{w}}$, où \mathbf{w} désigne un vecteur de pondération de même taille que l'image, ce qui permet d'introduire une pondération propre à chaque pixel. Nous avons retenu le cas simple où

\mathbf{w} vaut 1 sur l'ensemble de l'objet et 0 autour.

L'ACP consiste à rechercher la base $\{\mathbf{u}_n\}$ des vecteurs propres orthonormés qui diagonalise la matrice de Gram, G , des vecteurs images observées \mathbf{x}_n , après centrage préalable :

$$G(n, m) = \langle \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_m \rangle_{\mathbf{w}}$$

4.2 Synthèse

Les figures 4 et 5 montrent respectivement les valeurs propres obtenues dans le cas d'images non bruitées, et les images des vecteurs propres associées aux six valeurs propres les plus élevées. Au vu de l'ensemble des valeurs propres, on peut considérer qu'à partir de la 9^{ième} composante, les vecteurs propres perdent toute signification et se réduisent à du bruit numérique. Ceci nous permet en pratique de réduire la dimension de l'espace de travail à 9.

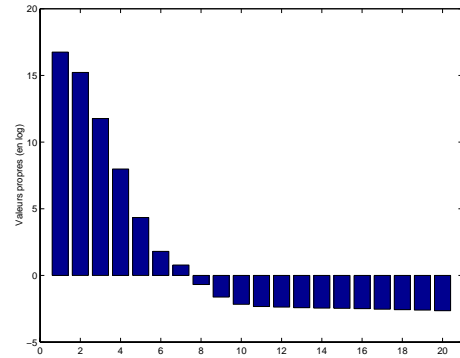


FIG. 4: Valeurs propres classées par ordre de valeur décroissante.

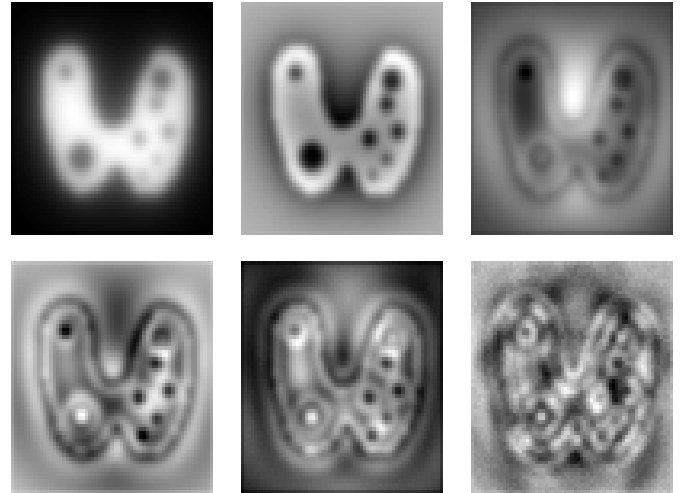


FIG. 5: Images des vecteurs propres correspondant aux six premières valeurs propres

La figure 6 représente la projection de l'objet idéal sur les vecteurs propres \mathbf{u}_n . Nous observons que la projection la plus importante ne correspond pas au vecteur propre associé à la première valeur propre, mais à la seconde par ordre d'importance. Ceci s'explique par le fait que le premier vecteur propre correspond sensiblement à une image moyennée sur toute l'étendue énergétique, par conséquent

assez diffuse. Le second vecteur propre, quant à lui, est essentiellement composé d'images situées autour du pic ou proches de la rétrodiffusion, donc d'une meilleure résolution spatiale. Cette interprétation est corroborée par la valeur des éléments de la matrice de passage des \mathbf{x}_n aux \mathbf{u}_n .

De façon assez inattendue, on observe que le 4^{ième} vecteur propre fait ressortir de manière très contrastée les petits motifs de faible intensité qui correspondent dans notre cas aux zones d'intérêt.

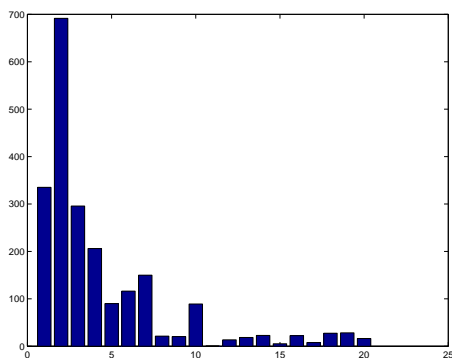


FIG. 6: Projection de l'image idéale sur les vecteurs propres \mathbf{u}_n - classés par ordre de valeur propre décroissante -.

Un moyen d'apprécier la pertinence de la représentation dans le sous-espace \mathcal{E}_r de dimension r est de calculer le coefficient de corrélation Γ_r entre l'image idéale et sa projection sur \mathcal{E}_r :

$$\Gamma_r = \sqrt{\sum_{n=1}^r \gamma_n^2}$$

Les coefficients γ_n sont les corrélations entre l'image idéale et les \mathbf{u}_n . Pour $r = 5$, Γ_r vaut 95% du maximum (obtenu pour $r = 20$). En fait, la contribution des vecteurs propres d'ordre supérieur à 5, est non décelable visuellement.

Les figures 7 et 8 montrent respectivement l'image reconstruite à partir des cinq vecteurs propres les plus significatifs, et l'image correspondant au pic énergétique, toutes deux obtenues dans le cas bruité ($I_M = 50$). Nous constatons à la fois une diminution du bruit, et une amélioration du contraste des zones sombres.

5 Conclusion

Le modèle de formation d'images gammagraphiques précédemment décrit permet la prise en compte d'une information supplémentaire : l'énergie des photons détectés. Ce modèle est rapide comparé aux méthodes de Monte-Carlo. Une analyse en composantes principales a permis de réduire la dimension de l'espace de représentation de 20 à 5, sans perte sensible d'information. L'image reconstruite par cette méthode comporte moins de bruit, et le contraste des zones d'intérêt est amélioré.

Les travaux en cours concernent l'élaboration d'un modèle de diffusion capable de traiter les interactions multiples (ordre > 1).

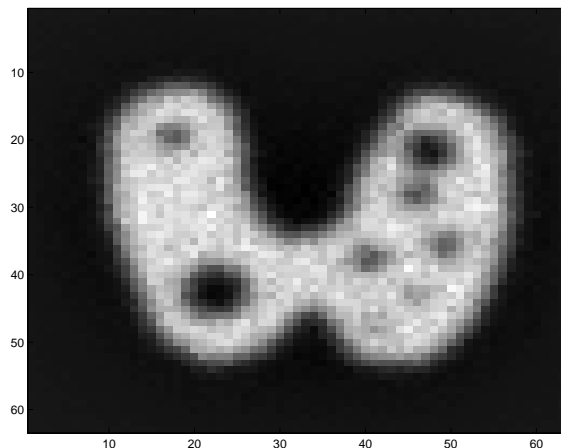


FIG. 7: Image reconstruite à partir des cinq vecteurs propres principaux.

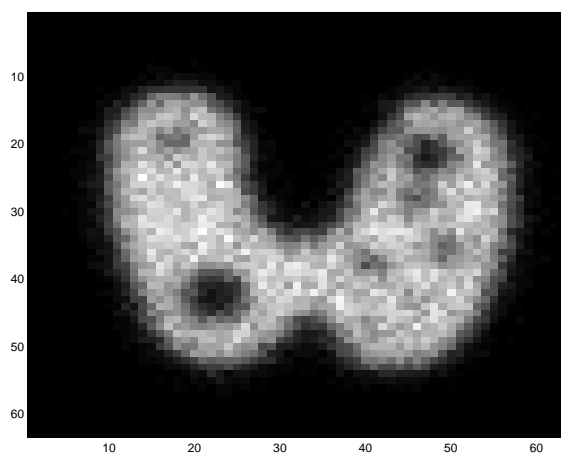


FIG. 8: Image au pic énergétique.

Références

- [1] I. Buvat, H. Benali, A. Todd-Pokropek, R. Di Paola - Scatter Correction in scintigraphy : the state of the art. - *European journal of Nuclear Medicine*, Vol. 21, July 1994 - ©Springer Verlag 1994.
- [2] H. Guillemin - *Amélioration de la résolution spatiale des images scintigraphiques de médecine nucléaire. Application à la glande thyroïde.* - Thèse de doctorat d'état, Université de Cergy Pontoise, Décembre 1997.
- [3] S. Geman, K.M. Manbeck, D.E. McClure - A comprehensive statistical model for Single Photon Emission Tomography. - *Reports in Pattern Analysis No. 153*, Division of Applied Mathematics, Brown University, Providence, RI 02912, January 1991.
- [4] F.H. Attix - *Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry* - John Wiley & Sons.
- [5] W.R. Leo - *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments.* - Springer Verlag.
- [6] C. Faye, M.K. Nguyen, L. Eglin and P. Duvaut, "A joint energy spatial model for formation of a gamma image sequence indexed energy", *SPIE Medical Imaging*, 1999.