

# Algorithme adaptatif à haute résolution et faible complexité pour la poursuite des directions d'arrivée de sources mobiles

Sylvie MARCOS, Leila NAJAR ATALLAH

Laboratoire des signaux et systèmes - CNRS/Supélec  
Plateau de Moulon  
91192 Gif sur Yvette  
FRANCE  
marcos@lss.supelec.fr, atallah@lss.supelec.fr

**Résumé** – Dans le cadre de poursuite à haute résolution (HR) des directions d'arrivée (DDA) des sources mobiles, nous utilisons la méthode PASTd qui recupère par une technique de déflation le sous-espace signal à partir des sorties de l'antenne. Nous montrons que cette méthode simple résout bien le problème d'association entre les DDA estimées et réelles par l'incorporation d'une procédure de prédiction par le filtre de Kalman. Associée à la procédure de décomposition DEESE, les performances de la méthode proposée restent très bonnes même quand il s'agit de sources corrélées.

**Abstract** – In the high resolution frame, we consider the PASTd method that uses a technique of deflation to recover the signal subspace from the antenna output. We show that this quite simple method resolves the data association problem between the estimate and actual directions of arrival (DOA) by adding a Kalman filter prediction procedure. Associated with the DEESE procedure its performance remain very good in the case of correlated sources as well.

## 1 Introduction

Dans les applications de radiocommunications, les signaux provenant des sources dont il faut estimer les DDA sont souvent fortement corrélés à cause de l'existence de multitrajets. Les algorithmes tels que la formation de voies adaptative (Fdv) et le maximum de vraisemblance (MV) peuvent traiter les signaux partiellement ou totalement corrélés. Cependant, la Fdv a un faible pouvoir de résolution, nécessite une diversité spatiale relativement importante et est peu robuste au bruit alors que le MV qui est à HR est trop complexe pour être opérationnel en temps réel.

Les méthodes des sous-espaces comme PASTd [1] sont une alternative moins complexe au MV [3] dans le cas de sources non totalement corrélées [2]. Mais dans le cas de cohérence d'un sous-ensemble des signaux, ces méthodes échouent totalement.

Pour que ces méthodes attractives restent opérationnelles dans des contextes plus réels et pour une antenne linéaire et uniforme (ALU), deux alternatives sont possibles, la première est le lissage spatial (LSp) qui consiste à décomposer l'observation selon les sous-antennes choisies et la seconde est la DEecomposition de l'Espace Source Estimé (DEESE) [8], ce sous-espace étant celui engendré par les vecteurs propres prépondérants de la matrice de covariance des observations et est inclus dans le sous-espace signal.

La prédiction par le filtre de Kalman permet d'éviter le problème d'association des données en donnant l'initialisation pour la minimisation monodimensionnelle du pseudospectre. Cette minimisation s'effectue selon une approxi-

mation de l'algorithme de Newton.

Nous présentons la méthode PASTd-DEESE bidirectionnel avec prédiction de Kalman qui correspond à une adaptation élégante et simple de PASTd au cas de sources corrélées et qui exploite bien la structure ALU. Même si les sources sont décorrélées, on constate que DEESE améliore la poursuite au moment des croisements car l'égalité entre les DDA de plusieurs sources fait qu'on ne peut plus récupérer le sous espace-signal entier par la seule utilisation de la méthode de poursuite.

Après l'introduction du modèle des données, nous présentons les algorithmes PASTd et DEESE et nous évaluons à travers des simulations comparatives les performances de la solution proposée.

## 2 Modèle des données

Une ALU de  $M$  capteurs reçoit les signaux bande-étroite provenant de  $K$  sources éloignées avec  $M > K$ , chacun des capteurs ajoute à sa mesure un bruit additif. Les signaux et bruits additifs sont aléatoires, stationnaires, centrés et gaussiens. On suppose aussi que les signaux et le bruit sont décorrélés et que le bruit est blanc.

Ainsi l'observation  $\mathbf{x}(t)$  mesurée au niveau de l'antenne s'écrit :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta(t))\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (1)$$

avec  $\mathbf{s}(t)$  le vecteur des  $K$  signaux,  $\mathbf{b}(t)$  le vecteur des  $M$  bruits additifs et  $\mathbf{A}(\theta(t))$  est la matrice des vecteurs sources bande-étroite  $\mathbf{a}(\theta_i(t))$   $i = 1, K$  :

$$\mathbf{A}(\theta(t)) = (\mathbf{a}(\theta_1(t)) \dots \mathbf{a}(\theta_K(t))) \quad (2)$$

où les  $\theta_i(t)$  sont les DDA des sources à l'instant  $t$ .  
Notons alors que dans le cas sans bruit, le rang de la matrice d'autocorrélation de  $\mathbf{x}(t)$  sera strictement inférieur à  $K$  dès que deux au moins des sources se croisent ou émettent des signaux cohérents ce qui rend la récupération du sous-espace signal irréalisable par décomposition en éléments propres.

### 3 La méthode PASTd

La méthode PASTd estime d'une façon adaptative une base non orthonormale du sous-espace signal  $\mathbf{W}(t)$  par le calcul des vecteurs propres prépondérants de la matrice d'autocorrélation des observations, pour cela elle minimise le critère de moindres carrés récursifs suivant :

$$J(\mathbf{W}) = \sum_{j=1}^t \beta^{t-j} \|\mathbf{x}(j) - \mathbf{W}\mathbf{W}^H(j-1)\mathbf{x}(j)\|^2 \quad (3)$$

En effet, dans ce critère on a approché la projection de l'échantillon  $\mathbf{x}(j)$  sur  $\mathbf{W}(t)$  par celle sur  $\mathbf{W}(j-1)$  le sous-espace signal estimé pour l'échantillon précédent et ce pour obtenir un critère quadratique en  $\mathbf{W}$ .

La variante PASTd utilise une technique de déflation dans l'estimation séquentielle des composantes du sous-espace signal. Son algorithme est le suivant : pour chaque nouvel échantillon  $\mathbf{x}(t)$  parmi les  $N$  de l'instant  $t$ , on itère :

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{x}(t) \quad (4)$$

$$i = 1 : K \quad (5)$$

$$y_i(t) = \mathbf{w}_i^H(t-1)\mathbf{x}_i(t) \quad (6)$$

$$d_i(t) = \beta d_i(t-1) + |y_i(t)|^2 \quad (7)$$

$$\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{x}_i(t) - \mathbf{w}_i(t-1)y_i(t) \quad (8)$$

$$\mathbf{w}_i(t) = \mathbf{w}_i(t-1) + \frac{y_i^*(t)}{d_i(t)}\mathbf{e}_i(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_{i+1}(t) = \mathbf{x}_i(t) - y_i(t)\mathbf{w}_i(t) \quad (10)$$

Le conjugué est noté  $(.)^*$ , le transposé  $(.)^T$  et le transposé conjugué  $(.)^H$ .

Notons que si les sources sont décorrélées alors les  $K$  premiers vecteurs estimés par PASTd engendrent le sous-espace signal en totalité, en revanche si elles se répartissent en  $g$  groupes de sources cohérentes alors le sous-espace signal estimé est de dimension  $g < K$  et est strictement inclus dans le sous-espace signal.

### 4 La méthode DEESE

La méthode DEESE récupère le sous-espace signal entier à partir des  $g$  vecteurs calculés par PASTd et formant le sous-espace signal estimé  $\mathbf{W}$ .

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 \dots \mathbf{w}_g] \quad (11)$$

Il s'agit de les décomposer en sous vecteurs de longueur  $m$  avec  $K < m \leq M$  comme suit :

$$\mathbf{w}_{i\{k\}} = \mathbf{w}_i(k : k + m - 1) \quad (12)$$

Chaque vecteur parmi les  $g$  donne  $r$  sous-vecteurs avec  $r = M - m + 1$  regroupés dans une matrice  $m \times r$  comme suit :

$$\mathbf{W}_i = [\mathbf{w}_{i\{1\}} \mathbf{w}_{i\{2\}} \dots \mathbf{w}_{i\{r\}}] \quad (13)$$

Ainsi la matrice  $\mathbf{W}(r) = [\mathbf{W}_1 \mathbf{W}_2 \dots \mathbf{W}_g]$  est de dimension  $m \times rg$  et sert au calcul de  $\mathbf{Q}(r)$  de dimension  $m \times m$  par :

$$\mathbf{Q}(r) = \mathbf{W}(r)\mathbf{W}(r)^H \quad (14)$$

Les  $K$  vecteurs propres prépondérants de  $\mathbf{Q}(r)$  engendrent le sous-espace source récupéré, ensuite on continue le traitement habituel par le calcul du projecteur sur le sous-espace signal puis la minimisation du pseudospectre qui donne les DDA à filtrer par Kalman pour obtenir les estimées finales.

L'exploitation de l'équivalence translatrice de l'ALU en prenant le  $M^{ième}$  capteur comme capteur de référence permet de décomposer d'une façon bidirectionnelle les  $g$  vecteurs obtenus par PASTd pour obtenir  $[\mathbf{W}(r)\mathbf{W}_b(r)]$  de dimension  $m \times 2rg$  au lieu de  $\mathbf{W}(r)$  et ce selon (15) où  $\mathbf{J}_m$  désigne la matrice nulle à deuxième diagonale unitaire.

$$\mathbf{W}_b(r) = \mathbf{J}_m \mathbf{W}(r)^* \quad (15)$$

L'utilisation de la bidirectivité pour DEESE et LSp permet de moins réduire la taille effective de l'antenne : il suffit alors que  $2r$  soit supérieur à la taille du plus grand groupe de sources cohérentes  $g_{max}$  pour assurer la décorrélation et par conséquent la poursuite. En effet, dans le cas monodirectionnel il faut que  $r \geq g_{max}$  ce qui réduit plus la taille effective de l'antenne et altère par conséquent la résolution.

### 5 Prédiction des DDA et minimisation du pseudospectre

Le filtre de Kalman est utilisé dans deux phases de l'algorithme, il sert à prédire les DDA courantes à partir des DDA du dernier instant, ces valeurs prédites  $\hat{\theta}_k$  donnent en effet l'initialisation pour le calcul des DDA courantes par minimisation du pseudospectre en utilisant une approximation de l'algorithme de Newton (16). Kalman sert enfin à filtrer les DDA en tenant compte des innovations (erreurs de prédiction) pour calculer les valeurs finales des DDA.

$$\hat{\theta}_k(t) = \tilde{\theta}_k(t) - \mu \frac{R \hat{\mathbf{d}}^H(\theta) \mathbf{\Pi} \mathbf{a}(\theta)}{[\hat{\mathbf{d}}^H(\theta) \mathbf{\Pi} \hat{\mathbf{d}}(\theta)]} \Big|_{\theta = \tilde{\theta}_k(t)} \quad (16)$$

$\mathbf{\Pi}$  étant le projecteur orthogonal sur le sous-espace signal et  $\mathbf{d}(\theta)$  la dérivée du vecteur source  $\mathbf{a}(\theta)$  par rapport à  $\theta$ . Les équations relatives au filtre de Kalman sont comme suit, où le vecteur d'état  $\mathbf{Y}_k$  contient  $\theta$  et ses deux premières dérivées temporelles :

- phase de prédiction :

$$\mathbf{Y}_k(t/t-1) = \mathbf{F} \mathbf{Y}_k(t-1) \quad (17)$$

$$\mathbf{\Gamma}_k(t/t-1) = \mathbf{F} \mathbf{\Gamma}_k(t-1/t-1) \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_k(t-1) \quad (18)$$

$\mathbf{F}$  est une matrice de transition,  $\mathbf{\Gamma}_k$  et  $\mathbf{Q}_k$  désignent respectivement la matrice de covariance de l'état et du bruit d'état. Après l'étape d'estimation, l'erreur de prédiction est calculée par :

$$\delta \theta_k(t) = \hat{\theta}_k(t) - \tilde{\theta}_k(t) \quad (19)$$

- phase de filtrage :

$$\mathbf{Y}_k(t/t) = \mathbf{Y}_k(t/t-1) + \mathbf{G}_k(t)\delta\theta_k(t) \quad (20)$$

$$\mathbf{\Gamma}_k(t/t) = (\mathbf{I}_n - \mathbf{G}_k(t)\mathbf{H})\mathbf{\Gamma}_k(t/t-1) \quad (21)$$

$$\mathbf{G}_k(t+1) = \mathbf{\Gamma}_k(t/t-1)\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{\Gamma}_k(t/t-1)\mathbf{H}^T + \sigma_{v_k}^2(t))^{-1}$$

$\mathbf{G}_k$  désigne le gain de Kalman,  $\mathbf{H}$  est la matrice de transition de la mesure et  $v_k$  est le bruit de mesure dont la variance est  $\sigma_{v_k}^2$ .

## 6 Comparaisons et simulations

Le gain en simplicité de PASTd-DEESE ou encore de PASTd-LSp par rapport au MV et Fdv adaptatifs est évident. Si on compare ces deux premières entre elles, la complexité d'une itération de l'étape d'estimation du sous-espace signal est de :

$$PAST-DEESE: N * g * M + m^2 * g * r + m^2$$

$$PAST-DEESE \text{ bidirectif}: N * g * M + 2 * m^2 * g * r + m^2$$

$$PAST-LSp: N * K * m * r$$

$$PAST-LSp \text{ bidirectif}: 2 * N * K * m * r$$

On note que PAST-LSp est plus complexe puisque tous ses traitements se font en boucles internes de PASTd alors que pour PAST-DEESE on distingue une étape de PASTd pour le calcul des  $g$  vecteurs du sous-espace estimé puis la formation de  $\mathbf{Q}(r)$  et sa décomposition en éléments propres. Le caractère bidirectif exploité dans le cas de DEESE ou de LSp conserve mieux la dimension effective de l'antenne ce qui permet de réduire sa taille en gardant la même résolution angulaire. Cependant, l'augmentation de la complexité qui en résulte est plus grande pour LSp.

### Simulations :

Nous comparons les performances statistiques de l'algorithme PASTd-DEESE bidirectif aux méthodes PASTd-LSp, MV stochastique de [3] et la Fdv adaptative contrainte de [5].

Quatre sources mobiles sont considérées, les sources 1 et 3 ainsi que 2 et 4 forment deux groupes de sources cohérentes ( $g = 2$ ), les signaux émis ont un  $RSB = 5db$  et sont captés par une ALU à  $M = 9$  capteurs. Pour chaque instant le nombre d'échantillons est  $N = 40$ .

Le filtre prédictif de Kalman est d'ordre 2 et  $\sigma_{v_k}^2(t)$  est mise à jour par la borne de Cramer-Rao [9].

La bidirectivité est utilisée aussi bien pour DEESE que LSp.

Les résultats du tableau 1 donnent les pourcentages de poursuite sur 100 réalisations sur la durée de 80s, une réalisation est bonne si les écartements ne dépassent pas 5 degrés pour toutes les sources durant toute la période de poursuite. Ici  $r = 2$  sous-réseaux de  $m = 8$  capteurs chacun.

TAB. 1: Performances statistiques sur 100 réalisations

MV	Fdv	PASTd-LSp	PASTd-DEESE
77%	10%	80%	96%

Sur le tableau 2, on peut voir l'influence de la taille des sous-antennes.

TAB. 2: Influence du nombre de sous-antennes  $r$

m	PASTd-LSp	PASTd-DEESE
9	87%	89%
7	73%	85%
6	40%	74%
5	1%	50%
4	0%	0%

Notons le compromis entre la décorrélation des sources ( $r$  grand) et la résolution des DDA ( $m$  grand).

D'après les résultats obtenus, l'algorithme considéré a de meilleures performances que le MV et la Fdv pour un faible RSB et avec peu d'échantillons. Pour 2 groupes de sources cohérentes et grâce à l'utilisation de la bidirectivité de l'ALU, PASTd-DEESE a de bonnes performances résolutive avec 9 capteurs uniquement.

La figure (1) montre la capacité de poursuite de PASTd-DEESE malgré la variation rapide des DDA, on note aussi la bonne association entre les DDA estimées et les sources par l'utilisation du filtre de Kalman dans le cas de multiples croisements entre les trajectoires des sources.

Les figures (2,3) montrent pour  $m = 8$  les moyennes des

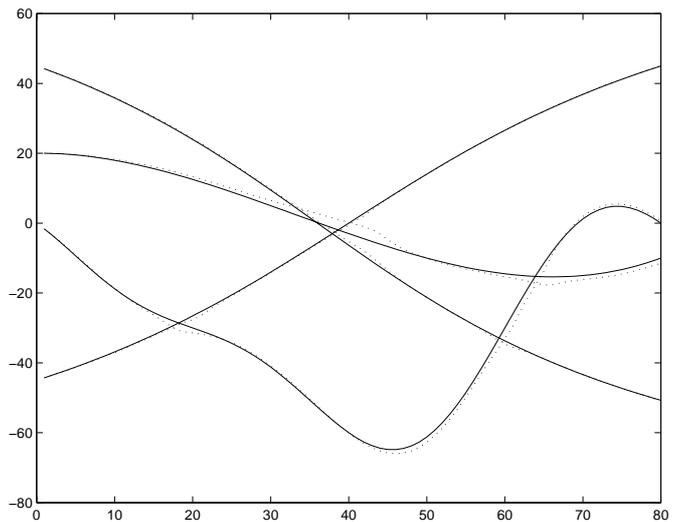


FIG. 1: Poursuite de PASTdDEESE pour  $m=8$

erreurs sur les réalisations et les variances empiriques des estimateurs calculées sur 100 réalisations (dans les deux cas une moyenne sur les quatre sources est considérée), elles montrent que pour les conditions choisies PASTd-DEESE a les plus faibles variances. Par contre, il est moins précis que le MV qui a les plus faibles écarts des vraies trajectoires.

Dans la figure (4) les variances des erreurs de PASTd-

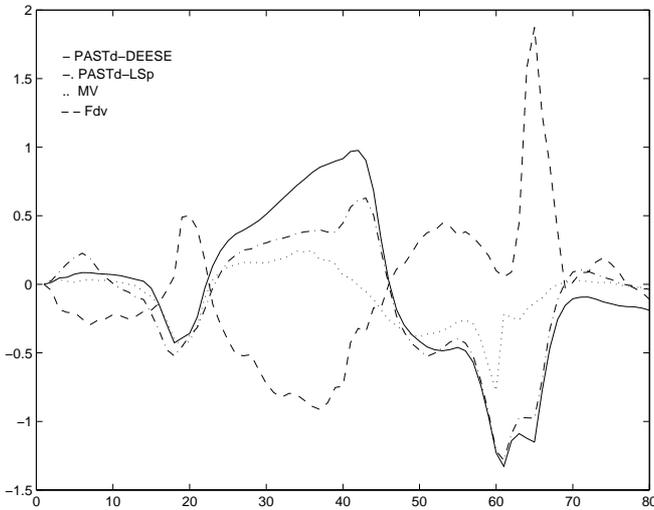


FIG. 2: Moyennes des erreurs sur les DDA

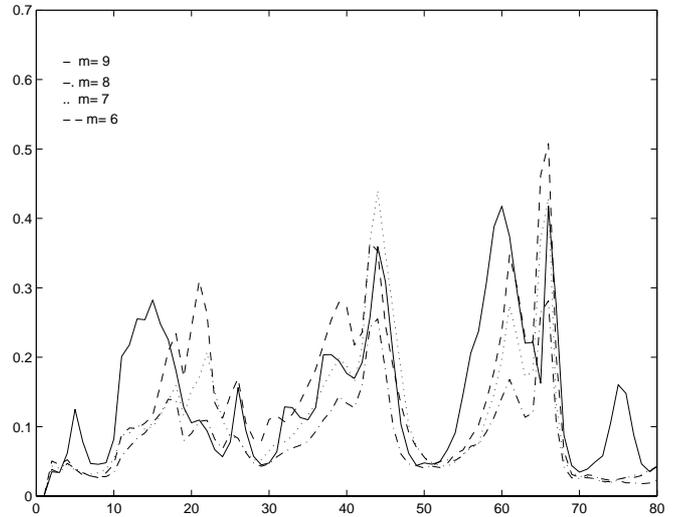


FIG. 4: Variances des DDA pour PASTd-DEESE

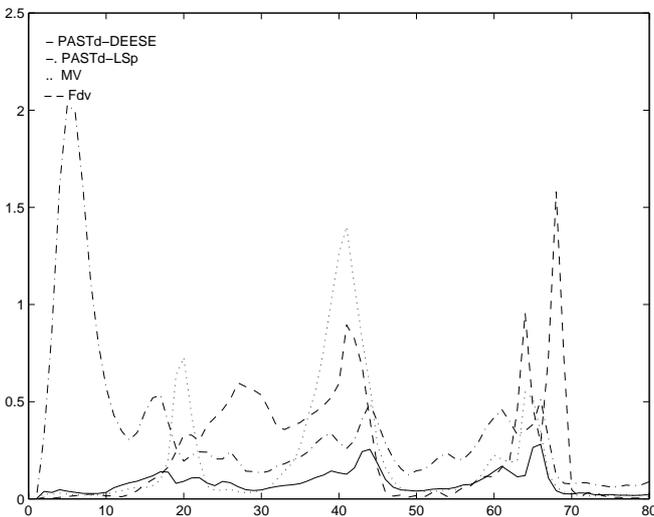


FIG. 3: Variances empiriques des DDA

DEESE minimales sont pour  $m = 8$ , on note bien que pour de sous-antennes plus grandes ( $m = 9$ ) la décorrélation est moins bonne alors que pour un plus grand nombre de sous-antennes ( $m = 6$  et  $m = 7$ ) la résolution est moins bonne. Ce résultat est retrouvé dans les taux de poursuite du tableau 2.

## 7 Conclusion :

La méthode proposée assure la poursuite de sources cohérentes par une méthode des sous-espaces, on garde un bon pouvoir de résolution même lorsque le nombre de capteurs est réduit et ce par l'utilisation de la bidirectivité de l'ALU. Les performances statistiques de PASTd-DEESE montrent que la variance de l'estimateur correspondant est plus petite que celles du MV, PASTd-LSp et la Fdv contrainte, ceci traduit sa fiabilité en terme de poursuite. Par ailleurs, ses écarts restent très acceptables pour les exigences de HR.

## Références

- [1] B. Yang, "Projection approximation subspace tracking" IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, no. 1, pp. 95-107, Jan. 95
- [2] J. Sanchez-Araujo and S. Marcos, "An efficient PASTd-algorithm implementation for multiple direction of arrival tracking", IEEE Trans. Signal Processing, août 1999
- [3] C. R. Rao, C. R. Sastry et B. Zhou, "Tracking the direction of arrival of multiple moving targets" IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 42, no. 5, pp. 1133-1143, Mai 1994
- [4] S. Affes, "Formation de voies adaptative en milieux réverbérants", Thèse, ENST, Paris, 18 octobre 1995.
- [5] A. Pérez-Neira, M. A. Lagunas, "Reduced Complexity array processing: An alternative for DOA tracking and beamforming", Vth ESA international workshop on Digital Signal Processing Technique applied to Space Communications, pp. 4.1-4.15, (Sitges) Spain, Sept 1996
- [6] C. K. Sword, M. Simaan, E. W. Kamen, "Multiple target angle tracking using sensor array outputs" IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., Vol. 26, no. 2, pp. 367-373, Mar. 1990
- [7] C. R. Sastry, E. W. Kamen and M. Simaan, "An efficient algorithm for tracking the angles of arrival of moving targets" IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., Vol. 39, no. 1, pp. 242-246, Jan. 1991
- [8] D. Grenier, G. Y. Delisle et B. Philibert, "Identification superrésolutive de sources corrélées par décomposition de la base du sous -espace source estimé", Traitement du Signal, Vol. 10, no. 1, pp. 3-13, Jan. 1992
- [9] P. Stoica, A. Nehorai, "MUSIC, Maximum Likelihood and Cramer-Rao bound", IEEE, Trans. Signal Processing, Vol. 37, no. 5, pp. 720-741, May. 1989