

Détection de défauts appliquée à des modèles statiques affectés par des incertitudes structurées

Olivier ADROT, Stéphane PLOIX, José RAGOT

Centre de Recherche en Automatique de Nancy - CNRS UPRES-A n° 7039
Institut National Polytechnique de Lorraine
2, avenue de la Forêt de Haye - 54516 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France
{Olivier.Adrot, Stephane.Ploix, Jose.Ragot}@ensem.u-nancy.fr

Résumé – L’objectif est de présenter une méthode de détection de défauts, permettant la prise en compte, dans un modèle statique, de paramètres incertains définis sous forme de variables bornées. Cette approche ensembliste permet d’explicitier directement les incertitudes portant sur les paramètres du modèle et laisse entrevoir une méthode naturelle pour la génération de seuils de détection. Issues du formalisme de l’Espace de Parité, les formes de calcul et d’évaluation sont générées, puis les tests de cohérence sont présentés. Que les relations de parité soient ou non affines en les paramètres incertains, des techniques permettant de construire les domaines d’information associés, appelés espaces abstraits, sont brièvement décrites, ainsi que les difficultés occasionnées par la présence de variables bornées dépendantes.

Abstract – This paper focuses on a fault detection method for static models, able to take into account uncertain parameters described by bounded variables. This bounding approach allows a straightforward generation of adaptive thresholds by representing straight uncertainties. After expressing external and internal forms based on the Parity Space approach, consistency tests are presented. Then, some techniques for building the associated abstract spaces are described and we stress on the problems caused by dependencies between bounded variables.

1. Introduction

Une procédure de détection de défauts a pour objectif de déterminer si le système physique étudié se trouve en état de dysfonctionnement. De nombreuses méthodes s’appuient sur des tests vérifiant la cohérence entre les mesures du système et un modèle mathématique associé. Dans le cadre des systèmes statiques certains, des relations de redondance analytique entre grandeurs mesurées, appelées relations de parité, sont générées en éliminant les grandeurs inconnues des équations du modèle [3], [4]. Une procédure Bon Fonctionnement, reposant sur des générateurs de résidus, peut alors être réalisée. Une incohérence est révélée lorsqu’au moins un résidu est non-nul ou atteint un seuil déterminé selon des critères statistiques (cas de mesures bruitées).

Un problème majeur rencontré lors de la phase de détection réside dans le fait qu’un modèle ne représente généralement qu’un comportement approché du système physique. Ces approximations proviennent des erreurs de modélisation qui surviennent lorsqu’un modèle est linéarisé, lorsque certains phénomènes physiques sont négligés (hypothèses simplificatrices) et parce que l’exactitude des mesures ne peut techniquement être garantie (tolérances de capteurs). Elles peuvent alors engendrer un nombre important de fausses alarmes à moins d’augmenter les seuils, solution préjudiciable puisque dans ces conditions, il sera plus difficile de détecter les défauts. Pour éviter que des erreurs de modélisation ne soient comptabilisées comme des anomalies, une méthode de détection de défauts, tenant compte de la structure et de l’amplitude des incertitudes, est proposée. Chaque paramètre mal connu du modèle est représenté par une variable bornée, à l’instar des approches ensemblistes utilisées en identification [5], mais encore peu répandues en diagnostic [2], [1], [9] et [10].

En premier lieu, nous présenterons une méthode permettant d’aboutir à des relations de redondance dans le cas de modèles statiques incertains structurés. Une fois les tests de cohérence décrits, nous construirons ensuite, à l’aide de l’arithmétique des intervalles, les enveloppes des résidus tenant compte des plages de variations des paramètres incertains, ce qui permet de définir des bornes du domaine correspondant à un fonctionnement normal. Dans le principe, cette approche est comparable aux méthodes stochastiques plus classiques où les seuils de détection sont fixés selon un compromis entre les non-détections et les fausses alarmes et dépendent des caractéristiques statistiques (moyenne, écart-type) des signaux porteurs d’informations. Ces techniques consistent à décrire les incertitudes de manière statistique et à les représenter, dans une même relation, par un terme additif unique à distribution gaussienne. Cependant, émettre des hypothèses statistiques sur les paramètres eux-mêmes rend le problème délicat, les distributions gaussiennes n’étant pas stables par rapport à la multiplication. En revanche, les variables bornées permettent de prendre en compte individuellement les incertitudes affectant les paramètres (incertitudes multiplicatives), ce qui laisse entrevoir une manière plus naturelle de régler les seuils. Pour terminer, les problèmes engendrés par la présence, soient de variables dépendantes au sein d’une relation de parité, soient de variables communes entre plusieurs équations de redondance, seront présentés.

2. Incertitudes multiplicatives de capteurs

2.1 Présentation du modèle incertain

Par multiplicatives, nous entendons que les incertitudes, dans une relation de parité, portent directement sur les paramètres du modèle, et non sur un unique terme additif.

Nous considérons des modèles statiques linéaires faisant intervenir, d'une part, une matrice d'observation incertaine $C(\theta)$ dépendant du vecteur des incertitudes $\theta \in \mathbb{R}^r$, d'autre part, un vecteur $\delta \in \mathbb{R}^m$ de variables bornées centrées représentant les bruits :

$$\tilde{Y}(k) = C(\theta)X(k) + T\delta, \text{ où } C(\theta) = C_0 + \sum_{i=1}^r C_i \theta_i. \quad (1)$$

$X \in \mathbb{R}^n$ et $\tilde{Y} \in \mathbb{R}^m$ désignent respectivement les vecteurs des variables physiques et des observations (le symbole \sim indiquant que la grandeur associée est une mesure) à chaque instant k . T est une matrice diagonale permettant de prendre en compte l'amplitude des bruits. C_0 représente la partie certaine de $C(\theta)$. Le scalaire θ_i , associé à la matrice C_i , est le $i^{\text{ème}}$ paramètre incertain de θ ; sa valeur n'est pas accessible mais ses bornes sont parfaitement connues.

Nous introduisons la notion d'espace abstrait [9], [10] noté $\mathcal{A}(Z)$, qui correspond à l'espace auquel le vecteur de variables bornées Z appartient. Si z un scalaire, alors $\mathcal{A}(z)$ est un intervalle (dans le cas où cet espace est connexe) :

$$\mathcal{A}(z) = [\underline{z}, \bar{z}],$$

où \underline{z} et \bar{z} définissent ses bornes inférieure et supérieure. Si Z est un vecteur à composantes z_i indépendantes, $\mathcal{A}(Z)$ est alors une boîte (ou orthotope) dont les arêtes sont alignées avec les axes du repère associés à chaque z_i .

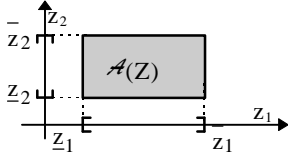


Fig. 1 : Espace abstrait pour une variable de \mathbb{R}^2

Puisqu'il est toujours possible d'effectuer un changement de variables pour obtenir des paramètres incertains de centres nuls et de mêmes bornes $\pm\alpha$:

$$\mathcal{A}(z_i) = \frac{\bar{z}_i + z_i}{2} + \frac{\bar{z}_i - z_i}{2\alpha} [-\alpha, \alpha],$$

les vecteurs θ et δ définis en (1) sont normalisés, sans perte de généralité, en choisissant :

$$\mathcal{A}(\delta_i) = \mathcal{A}(\theta_i) = \{\theta_i \in \mathbb{R} / |\theta_i| \leq 1\} = [-1, 1].$$

Enfin, nous pouvons, si besoin est, ajouter en plus des équations de mesure (1), des contraintes sur les variables physiques :

$$AX(k) = 0, \quad A \in \mathbb{R}^{q \times n}. \quad (2)$$

Pour prendre en compte ces contraintes, il suffit alors de construire le système augmenté suivant :

$$H\tilde{Y}(k) = C(\theta)X(k) + T(\delta) \quad (3)$$

$$\text{où : } H = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix}, I_m \text{ matrice identité d'ordre } m, T(\delta) = \begin{bmatrix} T\delta \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{et } C(\theta) = C_0 + \sum_{i=1}^r \theta_i C_i \text{ avec } C_0 = \begin{bmatrix} C_0 \\ \dots \\ A \end{bmatrix} \text{ et } C_i = \begin{bmatrix} C_i \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

2.2 Formes de calcul et d'évaluation

Sur le même principe que pour un modèle certain [3], [4],

une relation de parité est obtenue en multipliant (3) par un vecteur ligne Ω^T approprié :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_C \\ \dots \\ \Omega_A \end{bmatrix}, \Omega_C \in \mathbb{R}^m, \Omega_A \in \mathbb{R}^q, \text{ tel que : } \Omega^T \begin{bmatrix} C_0 \\ A \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

Le terme de gauche obtenu est parfaitement déterminé car il ne contient que des grandeurs connues ; il correspond donc à la forme de calcul. Les termes mal connus, dépendant des paramètres incertains ou des variables physiques, sont regroupés dans ce qui est appelé la forme d'évaluation :

$$p_{\text{cal}}(k) = \Omega_C^T \tilde{Y}(k), \quad (5)$$

$$p_{\text{éval}}(k, \theta, \delta) = \Omega_C^T \left(\sum_{i=1}^r \theta_i C_i \right) X(k) + \Omega_C^T T\delta. \quad (6)$$

Remarque. Supposons que les paramètres incertains dépendent du temps ; en remplaçant θ_i et δ_i par $\theta_i(k)$ et $\delta_i(k)$ dans (1), nous observons que ces derniers n'apparaissent dans la relation (6) qu'au même et unique instant k . Pour un modèle statique, il est donc inutile de faire la distinction entre des incertitudes invariantes ou fluctuant dans le temps. Pour des bruits de mesures par exemple, les variables δ_i varient au cours du temps, en revanche, leurs bornes ± 1 restent fixes.

Soit s le rang de la matrice certaine $[C_0^T \ A^T]^T$. Comme en général elle n'est pas de plein rang ligne, il existe donc une infinité de solutions possibles Ω parmi lesquelles il faut en choisir $m+q-s$ donnant des relations de parité indépendantes. La forme d'évaluation (6) dépend du vecteur inconnu des variables physiques ; pour l'évaluer à l'aide de l'arithmétique des intervalles, il est donc nécessaire d'estimer $X(k)$.

2.3 Estimation du vecteur $X(k)$

La matrice $C(\theta)$ possède, dans ce type de problème, plus de lignes que de colonnes. Si elle est de plein rang colonne quel que soit θ élément de $\mathcal{A}(\theta)$, nous pouvons alors écrire :

$$p_{\text{éval}}(k, \theta, \delta) = \Omega_C^T \left(\sum_{i=1}^r \theta_i C_i \right) X(k, \theta, \delta) + \Omega_C^T T\delta,$$

$$\text{où } X(k, \theta, \delta) = (C^T(\theta)C(\theta))^{-1} C^T(\theta)(H\tilde{Y}(k) - T(\delta)). \quad (7)$$

L'inconvénient de ce type de modèles réside dans la condition liée au rang de $C(\theta)$. Cependant, compte tenu de la prise en compte des contraintes (2) et du fait qu'il soit souvent nécessaire d'utiliser de la redondance matérielle pour réaliser un diagnostic d'un système statique ($m > n$), cette contrainte n'est guère restrictive.

3. Modélisation de tolérances de capteurs

3.1 Présentation du modèle incertain

Dans le cas spécifique où des tolérances de capteurs sont modélisées, la structure (1) peut être simplifiée en posant :

$$\tilde{Y}(k) = C(\Delta)X(k) + T\delta \text{ où } C(\Delta) = (I_m + \Delta)C_0. \quad (8)$$

Δ est une matrice diagonale d'ordre m , dont les éléments diagonaux seront notés Δ_i , $i \in \{1, \dots, m\}$. Si la précision technologique sur le $i^{\text{ème}}$ capteur est définie par $\pm\sigma_i$, alors le domaine abstrait du $i^{\text{ème}}$ paramètre de Δ est :

$$\mathcal{A}(\Delta_i) = [-\sigma_i, \sigma_i], \sigma_i < 1.$$

Représenter ce type d'incertitudes à l'aide de (1) est toujours réalisable :

$$\theta_i C_i = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \Delta_i & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} C_0.$$

Ceci nécessite de poser $r=m$; de plus, les lignes des matrices C_i sont alors constituées de 0, sauf la $i^{\text{ème}}$ valant la $i^{\text{ème}}$ ligne de $\sigma_i C_0$. Le passage inverse n'est réalisable que si la partie certaine de la matrice d'observation est de plein rang ligne :

$$\Delta = \sum_{i=1}^r \theta_i C_i C_0^T (C_0 C_0^T)^{-1}.$$

Si la représentation (8) est particulièrement bien adaptée à la modélisation des tolérances de capteurs, la structure (1) n'en reste pas moins plus générale.

3.2 Formes de calcul et d'évaluation

En tenant compte des contraintes et en regroupant les termes incertains, la même expression qu'en (3) est obtenue, θ étant remplacé par Δ . En la multipliant par un vecteur ligne Ω^T vérifiant (4), la forme de calcul déduite est logiquement identique à (5) (puisque cette relation ne dépend pas des incertitudes) et la forme d'évaluation est donnée par :

$$p_{\text{éval}}(k, \Delta) = \Omega_C^T \Delta (I_m + \Delta)^{-1} \tilde{Y}(k) + \Omega_C^T (I_m + \Delta)^{-1} T \delta \quad (9)$$

Outre le fait que cette représentation soit plus proche du système physique, et soit de ce fait plus naturelle ; elle a pour avantage de ne pas faire apparaître le vecteur inconnu $X(k)$.

4. Procédure de détection de défauts

4.1 Formulation des tests de cohérence

Une fois les formes de calcul et d'évaluation établies, une procédure de détection de défauts est réalisée. De manière générale, considérons un modèle statique incertain représenté par : $M(\theta)\tilde{Y}(k) + N(\theta)\delta - P(k) = 0$. L'espace abstrait associé $\mathcal{E} = \mathcal{A}(M(\theta)\tilde{Y}(k) + N(\theta)\delta - P(k))$ définit l'ensemble des valeurs prises par le modèle pour tous les vecteurs bornés $\theta \in \mathcal{A}(\theta)$ et $\delta \in \mathcal{A}(\delta)$. Les mesures seront donc cohérentes avec le modèle de référence si l'égalité précédente est vérifiée ; ce qui correspond à tester si $\{0\}$ est élément de \mathcal{E} ou de manière équivalente si le vecteur des résidus $P_{\text{cal}}(k)$ est élément de $\mathcal{P} = \mathcal{A}(P_{\text{éval}})$ à chaque instant k . Dans le cas contraire, nous en déduisons qu'un défaut affecte le système physique étudié.

4.2 Mise en œuvre des tests de cohérence

4.2.1 Calcul de l'enveloppe d'une relation de parité

Nous ne nous intéressons ici qu'à une étude individuelle de chaque relation de parité. La forme de calcul, dépendant uniquement de mesures, permet de déterminer la valeur d'un résidu à chaque instant. La forme d'évaluation associée, quant à elle, est constituée de variables bornées ; pour déterminer son enveloppe $\mathcal{P} = \mathcal{A}(p_{\text{éval}})$, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs qu'elle peut prendre à chaque instant, l'arithmétique des intervalles est utilisée [7], [8], [1]. Un défaut est détecté si un

des résidus sort de sa propre enveloppe. Néanmoins, subsiste une difficulté. Si une forme d'évaluation $p_{\text{éval}}$ contient au moins une variable dépendante, c'est-à-dire apparaissant plusieurs fois dans cette expression, l'arithmétique des intervalles peut conduire à une majoration de \mathcal{P} .

Pour mettre en évidence ce problème, intéressons nous à $\mathcal{A}(x-x)$. Par l'arithmétique des intervalles nous obtenons $[\underline{x} - \bar{x}, \bar{x} - \underline{x}]$. Or, quelle que soit la valeur de la variable réelle x , $\mathcal{A}(x-x)$ devrait se résumer à l'unique valeur nulle. Cette majoration vient du fait que la dépendance entre les deux variables intervalles soustraites n'est pas prise en compte : pour un élément x de $\mathcal{A}(x)$ lui est soustrait une valeur z de $\mathcal{A}(x)$ pouvant être différente. C'est donc le calcul $\mathcal{A}(x-z)$ qui a été effectué où z est une variable bornée indépendante de x telle que $\mathcal{A}(z) = \mathcal{A}(x)$. Des techniques itératives à base de formes centrées permettent de se rapprocher efficacement de l'espace abstrait \mathcal{P} [7], [8], que le modèle soit affine ou non en les variables bornées. L'intérêt de ces techniques est d'évaluer des enveloppes, a fortiori des extrema de fonctions, sans recourir à des méthodes de programmation non-linéaire (méthode du gradient, de Newton-Raphson,...) pouvant conduire à des optima locaux.

4.2.2 Calcul de l'espace abstrait \mathcal{P}

Supposons que l'on ait maintenant plusieurs résidus. Lorsqu'aucune variable bornée n'est commune à plusieurs composantes du champ de vecteurs $P_{\text{éval}}$, son espace abstrait \mathcal{P} est un orthotope noté $\square\mathcal{P}$ aligné avec les axes du repère de l'espace paramétrique. Dans ces conditions, tester si $P_{\text{cal}}(k)$ est élément de \mathcal{P} est équivalent à regarder individuellement si chaque résidu p_{cal} est à l'intérieur de son enveloppe \mathcal{P} . En revanche, s'il existe au moins une variable commune, alors \mathcal{P} s'inscrit dans $\square\mathcal{P}$. Ainsi, \mathcal{P} est un parallélogramme si $P_{\text{éval}}$ est affine en les variables bornées.

Pour illustrer ceci, prenons le champ de vecteurs suivant : $P(\theta_1, \theta_2) = [\theta_1 - \theta_2, \theta_1 + \theta_2]^T$ avec $\mathcal{A}(\theta_1) = [-1, 2]$ et $\mathcal{A}(\theta_2) = [1, 3]$. L'orthotope est défini par le cadre de la figure et l'espace abstrait par le parallélogramme grisé situé à l'intérieur. Etudier séparément chaque résidu sans tenir compte des variables communes revient à vérifier si P_{cal} se situe à l'intérieur de $\square\mathcal{P}$ au lieu de \mathcal{P} . Une partie de l'information est donc perdue, ce qui restreint la précision de la procédure de détection.

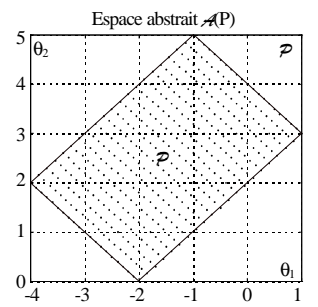


Fig. 2. \mathcal{P} et $\square\mathcal{P}$

L'étude de \mathcal{P} dans le cas affine conduit à la construction de polytopes convexes par des techniques utilisant des listes de sommets et de facettes, telles que celles explicitées par [6], [9] ou [10].

De manière générale, que ce soit pour les structures (6), (7) ou (9), les formes d'évaluation obtenues sont non-linéaires par rapport aux variables bornées communes, ce qui conduit à des espaces abstraits bien plus complexes que des polytopes. Une méthode numérique de pavage [9] peut alors être utilisée consistant à subdiviser la boule unitaire correspondant à

$\mathcal{A}(v) = \{v \in \mathbb{R}^{r+m} / \|v\|_1 \leq 1\}$, $v = [\theta^T \delta^T]^T$ et à déterminer

pour chaque découpage l'orthotope (ou pavé) associé. La réunion de ces pavés donne une majoration du domaine abstrait recherché. La précision obtenue dépend du nombre de subdivisions, mais le résultat est de toute manière bien plus précis qu'en travaillant directement sur $\square \mathcal{P}$. Une autre méthode peut consister à linéariser chaque forme d'évaluation pour de petites incertitudes et à lui additionner une variable bornée sensée corriger cette approximation [9].

Tester si le vecteur des résidus $P_{cal}(k)$ est en dehors d'une majoration de \mathcal{P} ne va pas à l'encontre d'une procédure Bon Fonctionnement puisqu'une incohérence permet la détection d'un défaut. Néanmoins, plus faible sera cette majoration, plus précise sera la procédure de détection.

5. Exemple

Pour illustrer ce qui précède, prenons un exemple académique constitué de deux variables physiques ($n=2$) mesurées par trois capteurs ($m=3$) selon le modèle (8) :

$$\tilde{Y}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1(k) \\ \tilde{y}_2(k) \\ \tilde{y}_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1+\Delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta,$$

et où la contrainte $[1 \ 1]X(k) = 0$ est imposée.

La précision relative sur les deux premiers capteurs est de 10% ($|\Delta_i| \leq 0.1$) et $|\delta| \leq 0.2$, sachant que, pour donner un ordre de grandeur, les valeurs extrêmes des $x_i(k)$ sont ± 1 . Le rang de la matrice $[C_0 \ A]$ étant $s=2$, deux relations de parité sont obtenues pour une matrice Ω_C vérifiant (4) :

$$\Omega_C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Les formes de calcul et d'évaluation sont données par :

$$P_{cal}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1(k) - \tilde{y}_2(k) \\ \tilde{y}_1(k) + \tilde{y}_3(k) \end{bmatrix}, P_{éval}(k) = \begin{bmatrix} \Delta_1 \tilde{y}_1(k) - \Delta_2 \tilde{y}_2(k) \\ \frac{\Delta_1 \tilde{y}_1(k)}{1+\Delta_1} + \delta_3 \end{bmatrix}.$$

Un défaut est appliqué sur le premier capteur entre les instants 10-30 sous la forme d'un biais constant d'amplitude 0.2. Ensuite, entre 40-60 puis 70-90, le défaut est modélisé par un bruit aléatoire borné respectivement par ± 0.2 et ± 0.3 .

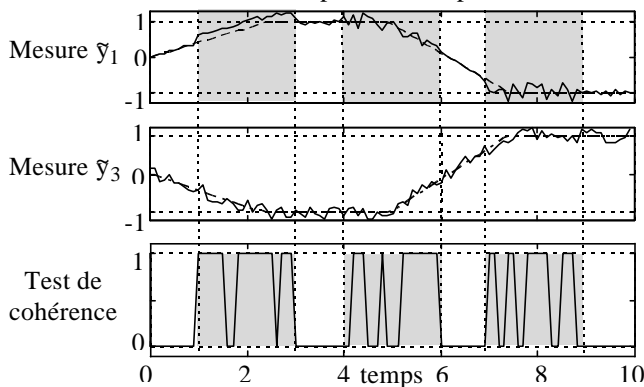


Fig. 3. Mesures et test de cohérence

Sur la figure précédente sont présentées la 1^{ère} et 3^{ème} mesures en trait plein, ainsi que les variables physiques

associées en pointillés. La dernière courbe donne le résultat du test de cohérence, 1 indiquant la présence d'un défaut. La forme d'évaluation n'étant pas affine en les variables bornées, une technique de pavage a été réalisée. Si à l'instant k le vecteur résidu $P_{cal}(k)$ ne se situe dans aucun des pavés dont la réunion fournit une majoration de $\mathcal{A}(P_{éval}(k))$, alors l'anomalie est détectée. Malgré l'importance des incertitudes, les défauts sont globalement détectés alors que visuellement la mesure associée au capteur défaillant n'apparaît pas plus perturbée que la troisième mesure. D'autre part, modéliser le défaut par un bruit aléatoire borné implique que celui-ci puisse prendre de faibles valeurs 0 et être ainsi masqué par les incertitudes.

6. Conclusion

Une méthode de détection de défauts de capteurs, adaptée aux modèles statiques affectés par des incertitudes structurées, a été présentée. De manière générale tout d'abord, puis plus spécifiquement dans le cadre de tolérances de capteurs, une technique de génération d'équations de parité a été proposée. Une fois la forme de calcul des relations de redondance établie, l'espace abstrait \mathcal{P} associé aux formes d'évaluation contenant les variables bornées est déterminé à l'aide de techniques reposant sur l'arithmétique des intervalles. Si cette méthode est adaptée à la prise en compte d'incertitudes sur les paramètres, elle reste néanmoins sensible aux problèmes de variables dépendantes ou communes et dans le cas d'un modèle non-affine en les variables bornées, seule une majoration de \mathcal{P} est utilisable.

Références

- [1] O. Adrot, D. Maquin, J. Ragot. Fault Detection with Model Parameter Structured Uncertainties. European Control Conference ECC'99, September 1999.
- [2] I.C. Chang, C.C. Yu, C.T. Liou. *Model-Based Approach for Fault Diagnosis. 2. Extension to Interval Systems*. Ind. Eng. Chem. Res., No 34, pp 828-844, 1995.
- [3] E.Y. Chow, A.S. Willsky. *Analytical Redundancy and the Design of Robust Failure Detection System*. IEEE Trans. Aut. Control, Vol. AC-29, No. 7, pp 603-614, 1984
- [4] X.C. Lou, A.S. Willsky, G.C. Verghese. *Optimally Robust Redundancy Relations for Failure Detection in Uncertain Systems*. Automatica, Vol. 22, No 3, pp 333-344, 1986.
- [5] M. Milanese, J. Norton, H. Piet-Lahanier, E. Walter. *Bounding approaches to system identification*. Plenum Press. New York et London, 1996.
- [6] S.H. Mo, J.P. Norton. *Recursive Parameter-Bounding Algorithms which Compute Polytope Bounds*. 12th IMACS World Congress, Vol. 2, 1988.
- [7] R.E. Moore. *Methods and Applications of Interval Analysis*. Studies in Applied Mathematics, 1979.
- [8] A. Neumaier. *Interval Methods for Systems of Equations*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Cambridge, 1990.
- [9] S. Ploix. *Diagnostic des Systèmes Incertains : l'Approche Bornante*. Ph.D. de l'I.N.P.L., C.R.A.N., 1998.
- [10] S. Ploix, O. Adrot, J. Ragot. *Bounding approach to diagnosis of a class of uncertain static systems*. Rapport interne et article soumis à CDC'99, Décembre 1999.