

# Appariement de contours 2D par analyse multirésolution hiérarchique de la déformation

Alexis Vapillon<sup>(1)</sup>, Bertrand Collin<sup>(1)</sup> et Annick Montanvert<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>DCE/CTME/GIP

16bis, avenue Prieur de la Côte d'Or, 94114 Arcueil Cedex, France  
Alexis.Vapillon@etca.fr, Bertrand.Collin@etca.fr

<sup>(2)</sup>TIMC-IMAG, UMR CNRS 5525,

IAB, faculté de Médecine, 38706 La Tronche, France  
Annick.Montanvert@imag.fr

## RÉSUMÉ

Cet article présente un algorithme d'appariement de contour basé sur une analyse multirésolution de la courbure. L'appariement point à point est particulièrement intéressant pour l'analyse de la déformation puisqu'il fournit un champ de déformation complet entre deux contours. Le critère de courbure permet d'étudier des déformations importantes mais il est extrêmement sensible au choix de l'échelle de mesure. Nous résolvons ce problème par une approche hiérarchique multirésolution qui nous permet de tenir compte de tous les niveaux de résolution des contours avec le seul critère de courbure. Notre algorithme est basé sur une décomposition des contours dans la base de Fourier et un appariement par programmation dynamique.

## ABSTRACT

This paper presents a method for contour matching based on a multiscale analysis of curvature. Point to point matching is of particular interest in deformation analysis because it gives the complete deformation vector field between two contours. The curvature criterion allows large deformations but is extremely sensitive to the choice of the scale of analysis. We resolve this problem with a hierarchical multi-resolution scheme that allows one to deal with all levels of contour details. Our algorithm is based on the decomposition of the contours in the Fourier basis and on dynamic programming matching.

## 1 Introduction

L'analyse d'objets déformables est un domaine très actif en traitement d'image depuis plus de dix ans maintenant. Les applications en sont nombreuses et variées. On peut citer l'analyse des battements cardiaques en imagerie médicale, l'analyse des mouvements du corps humain, le suivi d'amers en robotique mobile.

Apparier point à point deux contours consiste à mettre en correspondance chacun des points du premier contour avec son ou ses correspondants dans le second contour, selon un critère de similitude particulier. Dans le cas de deux contours représentant le même objet à deux instants différents, le résultat de l'appariement nous donne une information complète sur la déformation de cet objet, sous forme du vecteur de déplacement de chacun des points, soit l'équivalent du flot optique pour les images en niveaux de gris.

Dans le domaine de la comparaison d'objets représentés par leur contour, de nombreuses méthodes reposent sur des comparaisons globales pour la reconnaissance des formes [1, 3]. Leur but est de déterminer une distance globale, mais sans identification locale.

Les termes d'analyse de la déformation et d'appariement (*matching*) sont souvent utilisés dans la littérature consacrée aux algorithmes de type *contours actifs* [5] et modèles défor-

mables [2]. Ces algorithmes réalisent la mise en correspondance entre un modèle d'objet, plus ou moins spécialisé, et une image. Mais il faut noter que ces algorithmes ne réalisent pas l'appariement point à point au sens où nous l'entendons, puisqu'ils ne garantissent pas que le champ de déformation du modèle corresponde au champ de déformation de l'objet réel, à moins de poser des contraintes fortes sur la nature des objets étudiés.

Ces algorithmes se placent en amont du nôtre afin d'obtenir les contours des objets étudiés, mais ne permettent pas, seuls et dans un cadre général, une analyse poussée de la déformation.

Notre algorithme est à rapprocher de ceux de Cohen, Duncan et Hospital [4, 6, 8]. Nous utilisons une mesure de similarité entre les points basée sur leur courbure. La section 2 présente le problème lié à l'échelle d'analyse de la courbure qui nous a menés à développer un système multirésolution. La section 3 présente la démarche basique de l'appariement point à point, réalisé par programmation dynamique [7, 8, 12]. La section 4 présente le modèle de contour multirésolution que nous utilisons, basé sur une décomposition dans l'espace de Fourier [11, 13]. Notre système d'appariement multirésolution est présenté dans la section 5. Dans la section 6 nous montrons sur un exemple que notre algorithme peut ainsi traiter des déformations importantes, aussi bien locales que globales, de manière robuste et rapide.

## 2 Le besoin d'une analyse multirésolution pour la courbure

Nous utilisons une mesure de similarité entre les points basée sur leur courbure. Cette mesure, parce qu'elle est purement locale, permet de déterminer une mise en correspondance point à point et de traiter des déformations globales très importantes. En particulier, le fait que l'on oublie toute notion d'orientation permet de gérer des déformations ayant une forte composante rotationnelle, comme les torsions. Cela est illustré par la partie 1 des figures 1.a et 1.b. Ce type de déformation ne se prête pas à une minimisation du déplacement ou à une identification des normales. Par contre l'analyse de la courbure permet d'identifier les deux extrémités, représentées par des points de courbure importante.

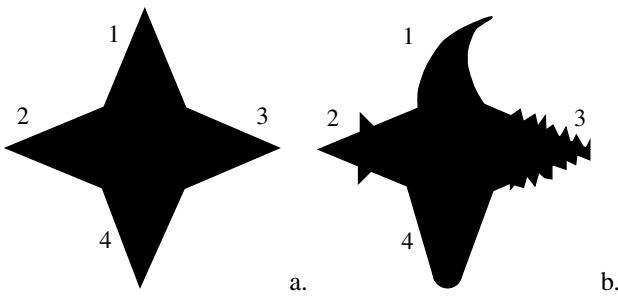


FIG. 1 — figure illustrant quatre difficultés pour l'appariement entre les contours a et b. 1 : différence des normales. 2 : présence de maxima de courbure secondaires. 3 : présence de bruit. 4 : absence de maximum de courbure net.

Le caractère local de la courbure pose néanmoins de manière cruciale le problème du choix de l'échelle d'analyse [9]. La mesure de courbure ne fait pas la distinction entre un point de courbure représentant une caractéristique globale et un point de courbure représentant un détail de l'objet. Cette différenciation joue pourtant un rôle fondamental pour la mise en correspondance. Les parties 2 et 3 des figures 1.a et 1.b illustrent ce problème. La branche deux de la seconde étoile est représentée par trois points de courbure positive contre un seul pour la première étoile. L'identification par la courbure est donc problématique et dans le meilleur des cas le résultat sera instable. La branche 3 pose le même problème de manière exacerbée. Le signal de courbure est alors un bruit au sein duquel aucun point ne correspond à l'extrémité pointue de la branche. La branche 4 pose le problème inverse puisqu'elle n'est représentée par aucun point de courbure particulièrement élevée. Ces exemples montrent la nécessité d'analyser la courbure à différentes échelles afin de pouvoir tenir compte de la forme globale des contours.

Les systèmes précédemment développés [4, 6] déterminent de manière implicite leur échelle d'analyse en appliquant un filtrage passe-bas aux contours pour en éliminer le bruit avant d'en mesurer la courbure. Ils font donc une distinction stricte entre courbure caractéristique de l'objet et courbure caractéristique du bruit. Cette approche fonctionne dans le cadre des applications présentées, l'analyse des battements

cardiaques, car les contours étudiés sont simples, dans le sens où ils ne possèdent qu'une échelle caractéristique.

## 3 Principe de l'appariement point à point

Soient deux objets de taille quelconque, représentés par leurs contours discrets  $c_i$ , paramétrés par leurs abscisses curvilignes  $n_i$  :

$$\vec{c}_1(n_1) = \begin{pmatrix} x_1(n_1) \\ y_1(n_1) \end{pmatrix} \quad n_1 \in [0, N_1[$$

$$\vec{c}_2(n_2) = \begin{pmatrix} x_2(n_2) \\ y_2(n_2) \end{pmatrix} \quad n_2 \in [0, N_2[$$

Les appariement signifie établir une correspondance entre les points  $\vec{c}_1(n_1)$  et  $\vec{c}_2(n_2)$ . Dans notre cas discret, nous devons autoriser un point  $\vec{c}_i(n_i)$  à avoir plusieurs correspondants, afin de pouvoir modéliser les étirements et les contractions. Les correspondances déterminées ne sont donc ni injectives ni surjectives, mais elles doivent être croissantes par rapport à  $n_1$  et  $n_2$ . Nous utilisons le critère de courbure en définissant une distance entre points basée sur leurs courbures.

$$d(\vec{c}_1(n_1), \vec{c}_2(n_2)) = |x_2(n_2) - x_1(n_1)| \quad (1)$$

La courbure d'un contour continu est définie, en chacun de ses points où  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\ddot{x}$  et  $\ddot{y}$  sont définis, par :

$$\kappa(n) = \frac{\dot{x}(n)\ddot{y}(n) - \ddot{x}(n)\dot{y}(n)}{(\dot{x}(n)^2 + \dot{y}(n)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Nous utilisons les approximations classiques des dérivées premières et secondes pour calculer la courbure dans notre cas discret.

Nous réalisons l'appariement par programmation dynamique [7, 12] en utilisant la distance locale définie par l'équation (1). Cette méthode fonctionne particulièrement bien lorsque les contours étudiés comportent des points remarquables, de courbure élevée, qui jouent alors le rôle d'amer pour l'appariement. Par contre les zones lisses, n'ayant pas de points de courbure caractéristiques, posent des problèmes de régularité, l'algorithme ayant tendance à concentrer un étirement sur un seul point au lieu de le répartir sur tout un segment. Ce problème n'est pas critique grâce à notre approche multirésolution, et nous le résolvons par un post-traitement, sorte de lissage de l'appariement sur les zones de courbure constante.

## 4 Un modèle de contour multirésolution

Nous utilisons la transformée de Fourier pour définir une décomposition multirésolution des contours. La transformée de Fourier d'un contour 2D est utilisée depuis vingt ans dans le domaine de la reconnaissance de forme, mais elle sert généralement à définir une mesure globale de la forme d'un objet [13], ce qui n'est pas notre cas.

Soit un contour discret  $c$ , représenté par ses points  $\vec{c}(n)$ , indexés par leur abscisse curviligne  $n$  :

$$\vec{c}(n) = \begin{pmatrix} x(n) \\ y(n) \end{pmatrix} \quad n \in [0, N[$$

Soient  $X(u)$  et  $Y(u)$  les transformées de Fourier discrètes de  $x(n)$  et  $y(n)$  :

$$X(u) = TFD\{x(n)\} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{i\frac{2\pi}{N}nu}$$

$$Y(u) = TFD\{y(n)\} = \sum_{n=0}^{N-1} y(n)e^{i\frac{2\pi}{N}nu}$$

On définit la transformée de Fourier discrète  $\vec{C}(u)$  du contour  $\vec{c}(n)$  par :

$$\vec{C}(u) = \begin{pmatrix} X(u) \\ Y(u) \end{pmatrix} \quad u \in [0, N[$$

Nous définissons  $\vec{c}^r$  le contour  $c$  représenté à la résolution  $r$  comme la transformée de Fourier discrète inverse de  $C$  en ne prenant en compte que ses  $rN$  premiers termes ( $0 < r \leq 1$ ) :

$$\vec{c}^r(n) = \begin{pmatrix} x^r(n) \\ y^r(n) \end{pmatrix} \quad \text{avec :}$$

$$x^r(n) = \sum_{u=0}^{rN-1} X(u)e^{-i\frac{2\pi}{rN}un} \quad n \in [0, N'[ \quad (2)$$

$$y^r(n) = \sum_{u=0}^{rN-1} Y(u)e^{-i\frac{2\pi}{rN}un} \quad n \in [0, N'[ \quad (3)$$

Le nombre de points du contour  $\vec{c}^r$  est déterminé par  $N'$  dans les équations (2) et (3). Il peut être fixé librement, sous réserve que l'on respecte le critère de Shannon  $N' > 2.rN$ . Dans la pratique nous utiliserons  $N' = 3.Nr$ . La figure 2 représente le contour de la figure 1.b à différents niveaux de résolution.

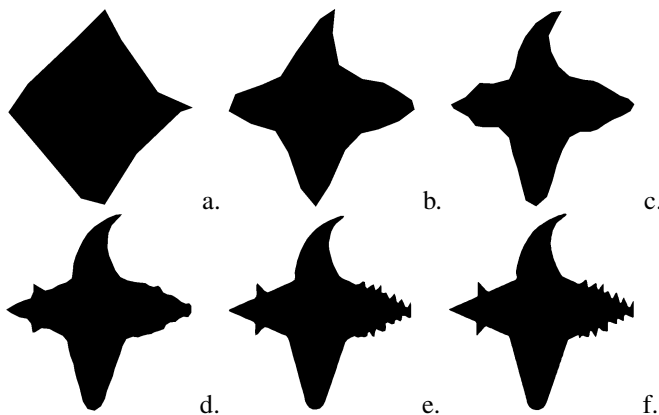


FIG. 2 — Représentation du contour de la figure 1.b avec 4, 8, 16, 32, 64, et 128 harmoniques.

## 5 Principe de l'appariement multirésolution

Nous utilisons le modèle multirésolution de contour décrit ci-dessus dans un processus multirésolution classique en pyramide, régulière ou non. Le premier appariement est réalisé

de manière classique avec les deux contours à la résolution la plus faible  $r_0$ . Le résultat en est une correspondance entre les contours  $\vec{c}_1^{r_0}(n)$  et  $\vec{c}_2^{r_0}(n)$ . De ce résultat nous dérivons des contraintes pour réaliser l'appariement à la résolution supérieure  $r_1$ , et ainsi de suite jusqu'à la résolution  $r_{max}$ . Dans la suite nous considérerons une progression dyadique de la résolution, c'est-à-dire telle que  $r = 2^{-n}$ , avec  $n$  entier positif (pyramide régulière).

La manière de dériver du résultat à la résolution  $r_n$  une contrainte pour la résolution  $r_{n+1}$  est fondamentale. L'appariement par programmation dynamique se prête particulièrement bien à l'application de contraintes, par l'intermédiaire de la matrice de coût servant au calcul du chemin d'appariement optimal. À la résolution  $r$ , les contours appariés comportent  $3rN$  points. Le résultat de l'appariement est donc une correspondance entre deux ensembles de taille identique  $3rN$  (figure 3.a). À la résolution supérieure les contours possèdent deux fois plus de points (figure 3.b) et un contenu fréquentiel d'autant plus riche. Si l'on fait l'hypothèse que les fréquences ajoutées ne modifient pas fondamentalement la nature des contours mais les affinent en leur ajoutant un niveau de détail<sup>1</sup>, on peut limiter la zone de recherche de l'appariement à un voisinage du résultat de l'appariement à la résolution inférieure (figure 3.c).

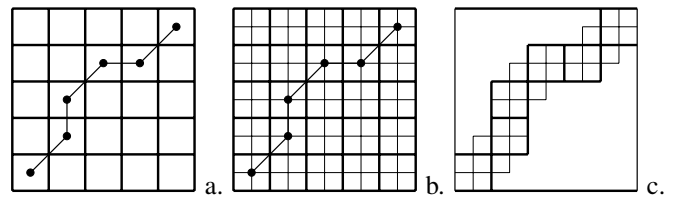


FIG. 3 — (a) : appariement à la résolution  $r_n$ . (b) : raffinement des contours à la résolution  $r_{n+1}$ . (c) : zone de contrainte pour l'appariement à la résolution  $r_{n+1}$ .

Sachant que chaque case nécessite le calcul d'une distance, nous passons de  $N^2$  calculs à un nombre compris entre  $3N$  et  $4N$  selon les cas. Ce gain compense en partie le coût des calculs des transformées de Fourier du modèle multirésolution.

Le résultat de l'appariement représentant le champ de déformation entre les deux contours, nous obtenons un champ de déformation lui-même multirésolution.

## 6 Résultats expérimentaux

Nous présentons les résultats de notre algorithme sur les exemples de contours de la figure 1, regroupant plusieurs difficultés pour l'appariement. La figure 4 présente les résultats de l'appariement aux quatre niveaux de résolution utilisés. On peut voir que l'appariement à la résolution la plus basse ne pose pas de problème car seule la forme globale des contours apparaît. Aux résolutions suivantes les détails apparaissent sur

<sup>1</sup>Cette hypothèse est vérifiée par les contours "naturels" au-delà des premières harmoniques. De ce fait le choix de la première résolution d'appariement est important. Elle ne doit pas être trop faible (figure 2.a) afin que la forme globale de l'objet soit représentée.

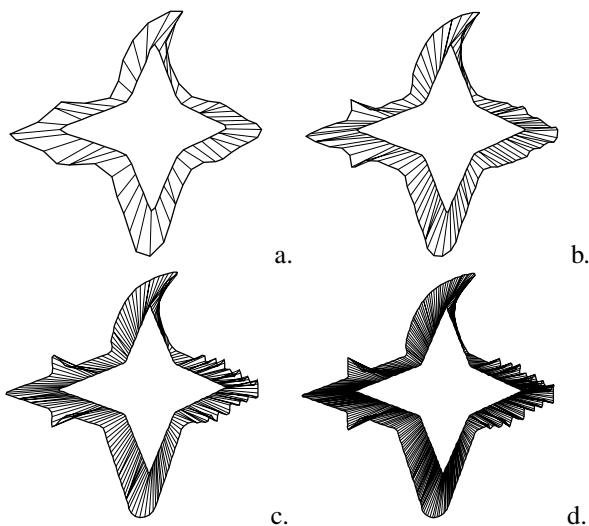


FIG. 4 — Résultat de l'appariement aux quatre niveaux de résolution utilisés dans le processus multirésolution : 16, 32, 64 et 128 (en nombre d'harmoniques).

le second contour ne provoquent pas d'erreurs d'appariement grâce à la contrainte des appariements précédents. Le temps de calcul de l'algorithme complet sur cet exemple est de l'ordre de la seconde.

Cet exemple ne présente pas le problème fréquent du choix du point de départ sur les contours. Une solution peu coûteuse est présentée dans [7], pour des décalages relativement faibles. Nous ne considérons pas le problème des décalages plus élevés, qui revient à la détermination de rotations importantes, car il mène à des problèmes trop sous-contraints si nous voulons considérer des déformations importantes.

## 7 Conclusion

Nous avons présenté un algorithme original d'appariement point à point de contours. L'analyse multirésolution de la courbure permet de traiter des contours variés, comportant plusieurs niveaux de détail, et cela de manière robuste et rapide. Nous envisageons d'appliquer cette approche à d'autres modèles de contours multirésolution comme les contours *scale space* [10] et à d'autres techniques d'appariement comme les appariements par minimisation d'une énergie [5].

Cet algorithme nous fournit le champ de déformation entre deux contours. Sa connaissance permet une analyse détaillée de la déformation. En particulier, la notion de multiéchelle se marie avec la distinction globale/locale. Les déformations globales sont constituées des basses fréquences spatiales du champ de déformation et les déformations locales sont constituées des hautes fréquences spatiales. Nous envisageons de développer un système de filtrage du champ de déformation afin de séparer ces différentes composantes.

## Références

- [1] R. Azencott, F. Coldefy, and L. Younes. A distance for elastic matching in object recognition. In *Proc. of 13th ICPR*, pages 687–691, august 1996.
- [2] R. Bajcsy and S. Kovacic. Multiresolution elastic matching. *CVGIP*, 46 :1–21, 1989.
- [3] R. Basri, L. Costa, D. Geiger, and D. Jacobs. Determining the similarity of deformable shapes. In *Proc. of PBMCV'95*, pages 135–143, may 1995.
- [4] I. Cohen, N. Ayache, and P. Sulger. Tracking points on deformable objects using curvature information. In *Proc. of ECCV'92*, may 1992.
- [5] L. D. Cohen and I. Cohen. Finite-element methods for active contour models and balloons for 2-d and 3-d images. *IEEE PAMI*, 15(11) :1131–1147, november 1993.
- [6] J. S. Duncan, R. L. Owen, L. H. Staib, and P. Amadan. Measurement of non-rigid motion using contour shape descriptors. In *Proc. of CVPR'91*, Hawaii, june 1991.
- [7] D. Geiger, A. Gupta, L. A. Costa, and J. Vlontzos. Dynamic programming for detecting, tracking, and matching deformable contours. *IEEE PAMI*, 17(3), march 1995.
- [8] M. Hospital, H. Yamada, T. Kasvand, and S. Umeyama. 3d curve matching method using dynamic programming. In *Proceedings of ICCV'87*, pages 728–732, 1987.
- [9] T. Lindeberg. *Scale-space theory in computer vision*. Kluwer, 1994.
- [10] F. Mokhtarian and A. K. Mackorth. A theory of multiscale, curvature-based shape representation for planar curves. *IEEE PAMI*, 14(8) :789–805, august 1992.
- [11] L. H. Staib and J. S. Duncan. Boundary finding with parametrically deformable models. *IEEE PAMI*, 14(11) :1061–1075, november 1992.
- [12] Y. Wu and H. Maitre. Registration of a spot image and a sar image using multiresolution representation of a coastline. In *Proc. of ICPR'90*, pages 913–917, 1990.
- [13] C. T. Zahn and R. Z. Roskies. Fourier descriptors for plane closed curves. *IEEE Trans. Computers*, 21(3) :269–281, 1972.