

Egalisation vectorielle pour signaux OFDM sans intervalle de garde

Vincent DEMOULIN

THOMSON multimedia R&D France

1, Avenue Belle Fontaine, 35510 Cesson-Sévigné

Tel : 02 99 27 30 00

Fax : 02 99 27 30 01

Michel PECOT

Consultant

La Briquetterie, 35410 Châteaugiron

Tel : 02 99 37 67 14

Fax : 02 99 37 32 54

La modulation OFDM utilise habituellement un intervalle de garde inséré avant chaque symbole, qui permet de lutter efficacement contre la dispersion du canal. En revanche, cette approche génère une perte de débit utile pouvant atteindre 20%.

On propose dans cette contribution une solution sans intervalle de garde qui met en œuvre une égalisation vectorielle avec décision dans la boucle. La structure du récepteur repose sur 2 matrices triangulaires, dont les coefficients doivent être estimés et adaptés en fonction des variations du canal, à partir d'un ensemble de pilotes répartis à l'intérieur de chaque symbole. On décrit différents algorithmes d'estimation et on montre en particulier qu'il est nécessaire de tenir compte des dépendances existantes à l'intérieur et entre ces matrices pour atteindre des performances acceptables en terme de convergence.

1 - Introduction :

Les techniques multiporteuses, et plus particulièrement l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) ont maintenant fait la preuve de leur supériorité sur les solutions classiques monoporteuses pour des conditions critiques de transmission : canaux à évanouissements profonds, niveaux d'interférence élevés [1,2]. Ce sont d'ailleurs des systèmes de ce type qui ont été normalisés pour la diffusion numérique audio et video, comme par exemple dans les standards DAB et DVB-T [3,4], mais également pour certaines applications de transmission de données sur paire téléphonique (ADSL : Asymmetric Digital Subscriber Line).

La solution habituellement retenue pour lutter contre la dispersion du canal consiste à insérer un intervalle de garde en tête de chaque symbole, de durée supérieure à celle de la réponse impulsionnelle du canal, qui a pour effet d'éliminer l'ISI (interférence entre symboles). Le contenu de cet intervalle de garde, obtenu par périodisation du symbole utile, permet d'autre part d'exploiter au récepteur les propriétés de convolution cyclique de la DFT. L'ICI (interférence entre porteuses) est alors totalement supprimée ce qui réduit l'égalisation à une simple division par la réponse fréquentielle du canal. Cette stratégie entraîne en revanche une perte importante de débit utile pouvant atteindre 20% dans certains cas.

OFDM systems are usually made robust to frequency selective fading by adding at the beginning of each symbol, a guard interval longer than the channel impulse response. However, such an approach implies a bit rate loss which may reach 20%.

This contribution proposes a solution based on a type of Decision Feedback Vector Equalizer (DFVE) which avoids the insertion of a guard interval. The receiver architecture relies on two triangular matrices whose coefficients have to be estimated and adapted to the channel variations. The estimation uses a number of pilots distributed within each symbol. Different algorithms are described, but it is shown that the natural dependencies which exist within and between the equalization matrices need to be taken into account in order to get acceptable performance in terms of convergence speed.

Une solution alternative sans intervalle de garde a été proposée [5]. Elle est basée sur une technique d'égalisation vectorielle avec décision dans la boucle (DFVE). Le débit binaire économisé peut alors être utilisé pour accroître la capacités de correction du codeur de canal (diminution du rendement du code convolutif par exemple).

On montre qu'à débit égal cette approche permet de générer un gain en terme de rapport signal à bruit pouvant atteindre 3 dB par rapport à la solution avec intervalle de garde. Cette amélioration des performances se paie en contrepartie par une complexité accrue au récepteur, qui peut néanmoins être considérée comme acceptable étant donné l'évolution constante de la puissance de calcul des DSP.

Dans sa version temporelle, la structure de l'égalisation DFVE repose sur 2 matrices triangulaires \underline{H}_0 et \underline{H}_1 , décrivant les caractéristiques du canal de transmission. Se pose donc le problème de l'estimation des coefficients de ces matrices mais également de leur adaptation aux variations temporelles du canal. L'objet de cette communication est précisément de décrire différents algorithmes d'estimation de ces coefficients à partir d'un ensemble de porteuses pilotes réparties à l'intérieur des symboles transmis.

En fait, seul un nombre réduit de coefficients de \underline{H}_0 et \underline{H}_1 ont besoin d'être estimés. On montre cependant qu'il est nécessaire de tenir compte des relations de dépendance existantes à l'intérieur de chacune de ces matrices mais

également entre ces matrices afin d'obtenir une vitesse de convergence suffisante pour une application pratique.

Un autre problème qu'il convient également de considérer concerne l'estimation du vecteur d'état du canal décrivant en fait le niveau de bruit sur chaque porteuse démodulée, et qui est transmis au décodeur de Viterbi pour pondérer efficacement ses métriques.

2 - Egalisation DFVE :

2.1 - Principes

Le signal OFDM sans intervalle de garde peut être exprimé en bande de base :

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \text{rect}_{[0,T]}(t - iT) \sum_{k=0}^{N-1} c_{i,k} \cdot e^{2\pi jk \cdot \Delta f \cdot t} \quad (1)$$

où $\Delta f = 1/T = f_c/N$ représente l'écart fréquentiel entre sous-porteuses, T la durée des symboles, f_c la fréquence d'échantillonnage et $c_{i,k}$ le point complexe transmis sur la sous-porteuse d'indice k du $i^{\text{ème}}$ symbole.

Soit \underline{x}_j et \underline{y}_j les vecteurs formés des N échantillons des $j^{\text{ème}}$ symboles émis et reçus. En admettant que la réponse impulsionnelle du canal est de durée inférieure à T (hypothèse tout à fait réaliste en pratique), on a alors :

$$\underline{y}_j = \underline{H}_0 \underline{x}_j + \underline{H}_1 \underline{x}_{j-1} + \underline{b}_j \quad (2)$$

où \underline{b}_j est le vecteur de bruit, \underline{H}_0 et \underline{H}_1 les matrices triangulaires définies par :

$$\underline{H}_0 = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & h_1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \dots & \dots & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \quad \underline{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & \dots & \dots & h_1 \\ 0 & 0 & h_{N-1} & \dots & \dots & h_2 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & h_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Les coefficients h_0, h_1, \dots et h_{N-1} de ces 2 matrices représentent les échantillons de la réponse du canal sur $[0,T]$. En sortie de la FFT du récepteur on peut donc écrire de façon équivalente :

$$\underline{Y}_j = \underline{C}_{\text{DFT}} \left(\underline{H}_0 \underline{C}_{\text{DFT}}^{-1} \underline{X}_j + \underline{H}_1 \underline{C}_{\text{DFT}}^{-1} \underline{X}_{j-1} \right) + \underline{B}_j \quad (4)$$

avec $\underline{X}_j = [c_{j,0}, c_{j,1}, \dots, c_{j,N-1}]^t$. $\underline{C}_{\text{DFT}}$ désigne bien sûr la matrice de transformée de Fourier discrète. On supposera les composantes fréquentielles $B_{j,k}$ du vecteur de bruit gaussiennes indépendantes, de variances respectives σ_k^2 , décrivant les niveaux d'interférence du canal.

L'égalisation doit donc fournir une estimation $\hat{\underline{X}}_j$ du symbole transmis \underline{X}_j ainsi qu'un vecteur d'état $\underline{s}_j = [s_{j,0}, s_{j,1}, \dots, s_{j,N-1}]^t$ dont les composantes soient proportionnelles au rapport signal à bruit sur chaque sous-porteuses après démodulation :

$$s_{j,k} \sim \frac{E\left\{ |c_{j,k}|^2 \right\}}{E\left\{ |\hat{x}_{j,k} - c_{j,k}|^2 \right\}} \quad (5)$$

Ce vecteur d'état vient ensuite pondérer les métriques du décodeur.

2.2 - Structures d'égalisation DFVE

Il découle directement de l'analyse précédente que la structure générale d'égalisation avec décision dans la boucle peut être représentée dans le domaine fréquentiel par l'équation suivante :

$$\hat{\underline{X}}_j = \underline{P}_{=0} \underline{Y}_j + \underline{P}_{=1} \hat{\underline{X}}_j \quad (6)$$

L'architecture correspondante est décrite figure 1. Les matrices \underline{P}_0 et \underline{P}_1 optimales selon le critère ZF (Zero Forcing) sont données par :

$$\begin{aligned} \underline{P}_{=0}^{\text{ZF}} &= \underline{C} \underline{H}^{-1} \underline{C}^{-1} \\ &=_{\text{DFT}=0} \underline{C} \underline{H}^{-1} \underline{C}^{-1} \\ &=_{\text{DFT}} \end{aligned} \quad \underline{P}_{=1}^{\text{ZF}} = -\underline{C} \underline{H}^{-1} \underline{H} \underline{C}^{-1} \quad (7)$$

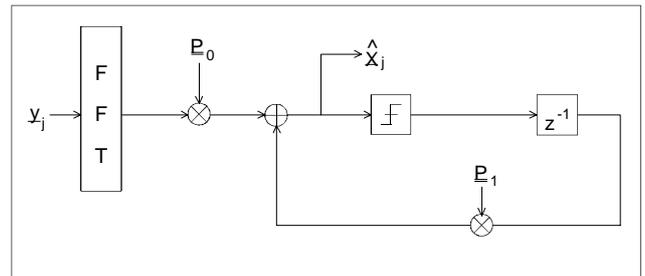


Figure 1 : (structure fréquentielle DFVE)

Bien que le rapport signal à bruit soit moindre après égalisation, le critère ZF est préférable en pratique au critère MMSE (Minimum Mean Squared Error) car il conduit à une implantation beaucoup plus simple tout en fournissant des performances équivalentes en terme de taux d'erreur binaire sur canal sélectif, dès lors que le vecteur d'état est utilisé pour pondérer les métriques du décodeur [5].

Les relations précédentes suggèrent la structure équivalente de la figure 2, où les matrices optimales \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 (critère ZF) s'expriment selon :

$$\begin{aligned} \underline{Q}_{=0}^{\text{ZF}} &= \underline{H}^{-1} = \underline{C}^{-1} \underline{P}_{=0}^{\text{ZF}} \underline{C} \\ &=_{\text{DFT}=0} \underline{C}^{-1} \underline{P}_{=0}^{\text{ZF}} \underline{C} \\ &=_{\text{DFT}} \end{aligned} \quad \underline{Q}_{=1}^{\text{ZF}} = -\underline{H} = \underline{C}^{-1} \underline{P}_{=1}^{\text{ZF}} \underline{P}_{=1}^{\text{ZF}} \underline{C} \quad (8)$$

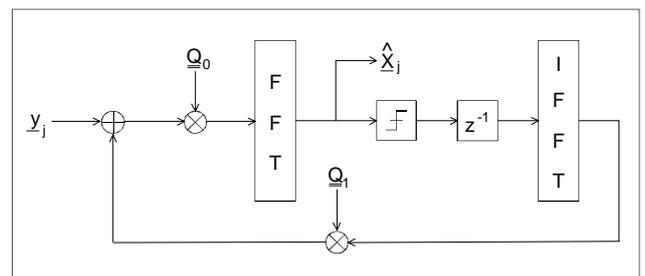


Figure 2 : structure temporelle DFVE

Cette version temporelle de l'égaliseur DFVE est beaucoup plus intéressante en pratique, du fait de la structure triangulaire des matrices optimales \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 . Elle réduit en effet la complexité calculatoire d'un facteur 2 environ, mais également les besoins en terme de mémoire (facteur de l'ordre de $2N/3$). Elle permet par ailleurs de mieux exploiter les relations de dépendance existantes à l'intérieur des matrices \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 , mais également entre ces matrices, au niveau de la phase d'estimation de leurs coefficients. C'est la seule architecture qui est considérée par la suite.

2.3 - Estimation des pondérations du décodeur de Viterbi

Parallèlement à l'estimée $\hat{\underline{X}}_j$ l'égalisation DFVE doit fournir un vecteur d'état \underline{S}_j décrivant le rapport signal à bruit sur chaque porteuse démodulée.

Lorsque les caractéristiques du canal sont parfaitement connues, l'estimation du $j^{\text{ème}}$ symbole OFDM fournie par l'égalisation est donnée par :

$$\hat{\underline{X}}_j = \underline{X}_j + \underset{=DFT=0}{C} \underset{=DFT=j}{H^{-1}C^{-1}} \underline{B}_j \quad (9)$$

En conséquence, les composantes $s_{j,k}$ du vecteur d'état peuvent être calculées selon :

$$s_{j,k} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N-1} \sigma_n^2 |p_{0,j}^{k,n}|^2} \quad (10)$$

où $p_{0,j}^{k,n}$ désigne l'élément (k,n) de la matrice \underline{P}_0 , qui peut être déduit de l'estimation de \underline{Q}_0 . Cette procédure est relativement complexe et exige de surcroît l'estimation des variances σ_k^2 en sortie de FFT.

Elle peut cependant être remplacée par une estimation directe du niveau de bruit sur chacune des composantes du vecteur démodulé. Notons $E_{j,k} = \hat{X}_{j,k} - \tilde{X}_{j,k}$ l'erreur d'égalisation, où $\tilde{X}_{j,k}$ représente soit la décision dure associée à $\hat{X}_{j,k}$ soit la valeur du pilote transmis lorsque la porteuse considérée en porte un (cf. §3).

$s_{j,k}$ peut alors être estimé par un filtrage récursif du premier ordre, selon :

$$\frac{1}{s_{j,k}} = \frac{\rho}{s_{j-1,k}} + (1-\rho) |E_{j,k}|^2 \quad (11)$$

où ρ est le facteur d'oubli du filtre.

3 - Estimation et adaptation de \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 :

L'égaliseur DFVE nécessite l'estimation et la mise à jour des matrices \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 . L'approche proposée est directement déduite de l'algorithme LMS couramment utilisé en égalisation monoporteuse [6]. Néanmoins, un fonctionnement en aveugle ne permet pas d'obtenir des performances acceptables, et il est nécessaire d'insérer un ensemble de porteuses à l'intérieure de chaque symbole. La

répartition de ces pilotes peut par exemple suivre une structure régulière qui se répète par groupe de M symboles. Dans le symbole $n^{\text{º}}$, les porteuses dont l'indice n vérifient

$$n = K \cdot (i \bmod M) + p \cdot M \cdot K, \quad p=0,1,2, \dots$$

portent alors un pilote, la valeur maximale de p étant définie de telle sorte que n reste inférieur à N . Les valeurs de M et K doivent être optimisées en fonction de la durée de la réponse du canal et de la rapidité de ses variations temporelles.

L'algorithme d'estimation de \underline{Q}_0 et de \underline{Q}_1 est dérivé à partir d'une version simplifiée de l'algorithme LMS appliqué aux matrices \underline{P}_0 et \underline{P}_1 de la structure fréquentielle de la figure 1. Les relations correspondantes se mettent sous la forme suivante:

$$\underline{P}_{=0}(n) = \underline{P}_{=0}(n-1) - \mu \underline{E}(n) \underline{Y}^H(n) \quad (12a)$$

$$\underline{P}_{=1}(n) = \underline{P}_{=1}(n-1) - \mu \underline{E}(n) \tilde{\underline{X}}^H(n) \quad (12b)$$

En utilisant les formules de passage (8), on obtient immédiatement:

$$\underline{Q}_{=0}(n) = \underline{Q}_{=0}(n-1) - \mu \underline{e}(n) \underline{y}^H(n) \quad (13a)$$

$$\underline{Q}_{=1}(n) = \underline{Q}_{=1}(n-1) \quad (13b)$$

$$- \frac{1}{A(n)=0} \underline{Q}_{=0}^{-1}(n-1) \underline{e}(n) \underline{y}^H(n) \underline{Q}_{=1}(n-1)$$

où, $\underline{e}(n) = \hat{\underline{x}}(n) - \tilde{\underline{x}}(n)$, $\underline{E}(n) = \underline{C}_{DFT} \underline{e}(n)$ et $\tilde{\underline{x}}(n)$ désigne la valeur de référence (décision dure ou valeur du pilote).

L'algorithme optimal tel qu'il est décrit ci-dessus est délicat à mettre en œuvre. On ne retrouve en effet la forme de l'algorithme classique LMS que pour l'adaptation de \underline{Q}_0 . La mise à jour de \underline{Q}_1 nécessite quant à elle l'inversion de \underline{Q}_0 . Ceci est dû à la mise en facteur de \underline{Q}_0 dans le schéma proposé.

On peut chercher à réduire cette complexité en dérivant des solutions sous-optimales pour lesquelles l'adaptation de \underline{Q}_1 utilise la relation suivante:

$$\underline{Q}_{=1}(n) = \underline{Q}_{=1}(n-1) - \mu \underline{e}(n) \tilde{\underline{x}}^H(n) \quad (14)$$

Le développement de cet algorithme sous-optimal peut profiter de la structure triangulaire Toeplitz des matrices \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 . La mise à jour des matrices peut être limitée à une seule ligne ou une seule colonne. \underline{Q}_0^{ZF} est triangulaire inférieure, par conséquent nous pouvons retenir soit sa première colonne, soit sa dernière ligne. \underline{Q}_1^{ZF} est triangulaire supérieure, nous pouvons donc retenir soit sa première ligne, soit sa dernière colonne. A partir de là, 4 versions de l'algorithme peuvent être définies:

- (i) \underline{Q}_0 ligne / \underline{Q}_1 ligne
- (ii) \underline{Q}_0 ligne / \underline{Q}_1 colonne
- (iii) \underline{Q}_0 colonne / \underline{Q}_1 ligne
- (iv) \underline{Q}_0 colonne / \underline{Q}_1 colonne

L'adaptation par ligne ne fait intervenir qu'une seule composante du vecteur d'erreur et privilégie donc les données. A l'inverse, l'adaptation par colonne ne fait intervenir qu'une seule composante du vecteur de données et privilégie donc l'erreur. On a pu montrer par simulation que

la version (iii) conduit aux meilleurs résultats en terme de vitesse de convergence. Dans cette version, l'erreur est privilégiée pour l'adaptation de \underline{Q}_0 alors que les données le sont pour l'adaptation de \underline{Q}_1 . Néanmoins cette version très simple à mettre en œuvre ne permet pas une convergence suffisamment rapide pour une application pratique.

L'accélération de la convergence nécessite de tenir compte de la totalité des informations "erreur" et "données", plutôt que de privilégier l'une ou l'autre comme dans les 4 solutions précédentes. On évalue alors intégralement les coefficients non nuls de \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 et on utilise ensuite la propriété Toeplitz pour effectuer un moyennage le long des sous-diagonales et produire l'estimation finale des coefficients. Par exemple, pour la matrice \underline{Q}_0 il vient:

$$q_0^{l,k}(n) = q_0^{l,k}(n-1) - \mu e_1(n) y_k^*(n) \tag{15}$$

$$q_0^{l,k}(n) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} q_0^{l+i,i}(n)$$

où $q_0^{l,k}$ est le coefficient (l,k) de la matrice.

Enfin, pour tenir compte de la relation existante entre \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 , on peut déduire de l'estimation de \underline{Q}_0 obtenue selon (15) une estimation de \underline{Q}_1 par inversion matricielle. On dispose alors de deux estimées indépendantes de \underline{Q}_1 que l'on peut moyenner pour obtenir une estimation finale. Cette matrice doit encore être inversée pour donner \underline{Q}_0 . Les deux inversions de matrices peuvent être implantées par FFT pour réduire la complexité.

4 - Résultats :

Le tableau 1 donne les résultats en terme de vitesse de convergence (exprimée en nombre de symboles) pour les 3 solutions décrites dans le paragraphe 3, en fonction de la densité des pilotes et de la constellation, pour un rapport signal à bruit de 20dB au récepteur. Le canal considéré est un canal à 2 trajets de réponse impulsionnelle:

$$h(t) = \delta(t) + \sqrt{2}\delta(t - 5/f_c)$$

Le nombre de sous-porteuses OFDM est fixées à 128. La durée de convergence est estimée par le nombre de symboles nécessaire à la "stabilisation" de l'erreur quadratique moyenne au niveau de la constellation reçue.

Constel.	densité des pilotes	algo. simple	algo. avec moyen.	algo. avec contrainte
4 QAM	K=1,M=2	> 200	60	15
	K=1,M=4	> 200	80	20
	K=1,M=8	> 200	100	24
16 QAM	K=1,M=2	> 200	85	28
	K=1,M=4	> 200	100	35
	K=1,M=8	> 200	140	40

Tableau 1 : Vitesse de convergence des différentes solutions proposées.

Le tableau 2 présente quant à lui une évaluation grossière de la complexité algorithmique des différentes approches envisagées.

	Nombre de multiplications réelles par symboles
algo. simple	$2N \log_2 N + 12N$
algo avec moyen.	$3N^2 + 2N \log_2 N + 12N$
algo avec contrainte	$3N^2 + 10N \log_2 N + 34N$

Tableau 2 : Complexité algorithmique des différentes solutions proposées.

Ces résultats montrent que l'algorithme avec contrainte est le seul possédant une vitesse de convergence suffisamment rapide pour une application pratique.

5 - Conclusion :

Dans cette contribution, nous avons présenté une solution OFDM sans intervalle de garde basée sur une égalisation vectorielle avec décision dans la boucle. La structure correspondante s'inspire d'un égaliseur DFE scalaire comportant un coefficient dans sa partie transverse et un coefficient dans sa partie récursive, où les coefficients deviennent des matrices.

Plusieurs algorithmes d'estimation des coefficients de ces matrices ont été décrits. Ils se déduisent de l'algorithme LMS couramment appliqué en égalisation monoporteuse. L'algorithme optimal étant délicat à mettre en œuvre de part sa complexité, plusieurs versions simplifiées ont été dérivées. Néanmoins, nous avons montré que les relations existant entre les matrices transverse et récursive doivent être prises en compte pour obtenir des performances suffisantes en terme de vitesse de convergence.

Références :

[1] B. LE FLOCH, M. ALARD, C. BERROU, "Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing", Proceedings of the IEEE (1995), vol 83, n°6, pp. 982-996.
 [2] M. PECOT, "Comparaison des approches multiporteuse et monoporteuse pour la diffusion numérique terrestre", GRETSI 1995, pp. 561-564.
 [3] European Telecommunication Standard : Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers. ETSI, February 1995.
 [4] European Telecommunication Standard : Digital broadcasting systems for television, sound and data services; Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television. DRAFT version. May 1996.
 [5] V. DEMOULIN, M. PECOT, "Vector equalization : an alternative approach for OFDM systems", annales des télécommunications, janvier-février 1997, Vol. 52, n°1-2, pp. 4-11.
 [6] J. Proakis, "Digital Communication", Mc-Graw Hill, 1989.