# Contours Actifs : Suivi de Structures Linéiques Déformables. Extension à la Résolution de Problèmes d'Optimisation sous Contraintes

D. Zugaj et V. Lattuati

Laboratoire d'Automatique des Arts et Métiers 21 rue Pinel 75013 PARIS tél: 01.42.16.85.31 fax: 01.45.86.21.18 e\_mail: didier.zugaj@paris.ensam.fr

#### RÉSUMÉ

On présente dans cet article deux contours actifs dits paramétriques qui nous servent pour asservir par système de vision, une machine de déroulement d'une bobine de film plastique. On montre leur aptitude à déterminer le rayon de la bobine et à suivre très précisément une boucle de très faible épaisseur qui présente des occlusions partielles. On propose ensuite une nouvelle approche qui consiste à minimiser sous contraintes une fonctionnelle d'adéquation aux données image. On montre que l'évolution du contour dans la séquence peut se faire en introduisant des contraintes structurelles et géométriques simples.

# 1 Introduction

L'application considérée dans cet article porte sur l'asservissement par système de vision d'une machine de déroulement d'une bobine de film plastique. L'originalité de cette machine réside dans le déroulement. Celui-ci réalisé par le centre réduit considérablement les risques de ruptures du film. En revanche, ce mode de déroulement impose un asservissement de la vitesse de rotation du plateau dérouleur pour éviter que le film ne se vrille sur lui-même. Le système de vision doit alors fournir en temps réel (typiquement toutes les 0.1 à 0.2 seconde) des attributs pertinents sur la forme du film sur le plateau dérouleur. Le processus à asservir est instationnaire, un gain adaptatif de contre réaction est nécéssaire et se calcule en fonction du rayon de la bobine.

Nous proposons d'utiliser les contours actifs pour suivre dans la séquence la forme de la boucle et déterminer le rayon de la bobine sur le plateau dérouleur.

Le modèle des contours actifs permet une détection globale des contours au travers d'un formalisme qui inclut à la fois les caractéristiques d'adéquations avec les primitives images à extraire et une structure interne qui restreint l'espace de recherche des solutions [1][2][5].

Classiquement le contour va évoluer dans un milieu ambiant (par exemple dans un fluide visqueux), et se déformer sous l'effet de forces extérieures (dérivant d'un potentiel)

et de contraintes internes, jusqu'à se trouver dans une position d'équilibre stable qui est un minimum local d'une fonctionnelle  $\phi$  qui permet de segmenter l'objet dans l'image.

#### ABSTRACT

We consider here dynamic scene analysis on original application developed at the L.A.A.M. We present an open curve segmentation based on snake models in order to track a thin and highly deformable curve, corresponding to the film shape of an high speed uncoiling process. We show the ability of parametric models to provide a robust and accurate localisation. We propose next a new method based on constrained minimization technics to improve the tracking in terms of edge stability and initial step relaxation.

# 2 Contours actifs paramétriques

<u>Hypothèses</u>: On suppose que la minimisation de l'énergie interne (liée à la régularité de la solution) est implicite au modèle paramétrique choisi. La courbe active ne possède pas d'inertie ( $\mu = 0$ ), et est soumise à des forces de frottement visqueux, noté  $\gamma$ , qui est constant en tout point de la courbe.

<u>Notations</u>: On décompose le contour défini par une courbe paramétrique  $C(s, t) = (x(s, t), y(s, t))^T$  dans le repère des coordonnées image (x, y) sous forme d'une combinaison linéaire de fonctions de base  $g_i(s)$ :

$$(x(s,t), y(s,t))^{T} = \left(\sum_{j=0}^{j=p} b_{j}^{x}(t) g_{j}^{x}(s), \sum_{j=0}^{j=p} b_{j}^{y}(t) g_{j}^{y}(s)\right)^{T}$$
(1)

 $(b_0^x(t), ..., b_p^x(t), b_0^y(t), ..., b_p^y(t))$  sont les paramètres linéaires de la courbe. On les suppose indépendants. Le paramètre de parcours spatial de la courbe est noté  $s \in [s_1, s_2]$  et *t* le temps. La fonctionnelle  $\Psi$  à minimiser ne dépend que du potentiel image, on la note :

$$\Psi(s, t, b_0^x(t), ..., b_p^x(t), b_0^y(t), ...b_p^y(t)) = E_{image} \left[ C(s, t) \right]$$
(2)

En utilisant le principe de moindre action associé au calcul variationnel on obtient l'équation dynamique des contours

407

actifs paramétriques [2] :

$$\begin{cases} \gamma c_0^x \frac{db_0^x(t)}{dt} = \int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial b_0^x} ds \\ \dots \\ \gamma c_p^y \frac{db_p^y(t)}{dt} = \int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial b_p^y} ds \\ c_i^x = \int_{s_1}^{s_2} g_i^x(s)^2 ds \\ c_i^y = \int_{s_1}^{s_2} g_i^y(s)^2 ds \end{cases}$$
(3)

# **3** Application

#### - Contour actif paramétrique à base d'ellipse :

L'équation paramétrique d'une ellipse en supposant qu'un de ces axes est colinéaire à l'axe horizontal s'écrit :

$$C(s,t) = \begin{pmatrix} x(s,t) \\ y(s,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0^x(t) + b_1^x(t)\cos(s) \\ b_0^y(t) + b_1^y(t)\sin(s) \end{pmatrix}$$
(4)

avec  $(b_0^x(t), b_0^y(t))$  le centre de l'ellipse et  $b_1^x(t), b_1^y(t)$  les demi-longueurs des axes principaux. Ici *s* varie de 0 à  $2\pi$ . L'équation (4) est linéaire en ses paramètres, on peut alors substituer directement dans (3) le calcul des termes  $\frac{\partial x}{\partial b_j^x}, \frac{\partial x}{\partial b_j^y}, j \in \{0, 1\}$ , afin d'obtenir les équations dynamiques de la courbe. On choisit comme potentiel image le gradient de la fonction intensité :

$$E_{image}\left[C(s,t)\right] = \left|\nabla I(x(s,t), y(s,t))\right| \tag{5}$$

On obtient :

$$\begin{split} \gamma \frac{db_0^x(t)}{dt} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial |\nabla I(x(s,t), y(s,t))|}{\partial x} ds \\ \gamma \frac{db_0^y(t)}{dt} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial |\nabla I(x(s,t), y(s,t))|}{\partial y} ds \\ \gamma \frac{db_1^x(t)}{dt} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(s) \frac{\partial |\nabla I(x(s,t), y(s,t))|}{\partial x} ds \\ \gamma \frac{db_1^y(t)}{dt} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(s) \frac{\partial |\nabla I(x(s,t), y(s,t))|}{\partial y} ds \end{split}$$
(6)

On prend un échantillonnage spatial ds adapté pour que l'approximation des intégrales par des sommes discrètes soit suffisamment précise (ds = 0.1).

#### □ Avancée du contour actif :

Dans le modèle paramétrique ellipse, le coefficient de frottement visqueux  $\gamma$  règle l'avancée du contour actif. Plus  $\gamma$  est petit, plus le terme dû à la somme des forces externes devient important dans la mise à jour des paramètres du contour (pondération en  $\frac{1}{\gamma}$  dans l'équation (3). On a observé ce phénomène qui peut conduire à un comportement très oscillant, voir divergent sur des images réelles.

#### Contour actif paramétrique à base de courbes de Bézier :

Nous avons utilisé les courbes de Bézier comme modèle de courbes paramètriques pour caractériser et suivre la boucle du film sur le plateau dérouleur. Ces courbes sous forme composite bien que moins compacte que la forme B-spline, ont des propriétés intéressantes comme par exemple l'extrapolation des extrémités, les relations géométriques simples traduisant des contraintes de continuité  $C^1$ ,  $C^2$ , la subdivision (pour plus de détails, voir [4][8]).

Le contour à base de courbe de Bézier est défini par :

$$C(s,t) = \begin{pmatrix} x(s,t) \\ y(s,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=0}^{n} b_j^x(t) B_j^n(s) \\ \sum_{j=0}^{n} b_j^y(t) B_j^n(s) \end{pmatrix}$$
(7)

où *n* correspond au degré de la courbe,  $\underline{b}_j(t) = (b_j^x(t), b_j^y(t))^T$ le  $j\underline{eme}$  point de contrôle de la courbe et  $B_j^n(s)\Big|_{0 \le j \le n \text{ et } 0 \le s \le 1}$ la base fonctionnelle des polynômes de Bernstein sur laquelle

la base fonctionnelle des polynômes de Bernstein sur laquelle on décompose C(s, t). On choisit comme potentiel image la fonction intensité car la boucle constitue un contour par sa nature linéique :

$$E_{image}[C(s,t)] = |I(x(s,t), y(s,t))|$$
(8)

L'évolution des paramètres  $\underline{b}_j(t)$  du contour actif s'obtient en substituant (7) dans le système d'équations (3). Donnons le résultat pour la composante  $b_j^x(t)$ , la démarche étant analogue pour  $b_j^y(t)$ :

$$\begin{cases} \gamma c_j \frac{db_j^x(t)}{dt} = \int_0^1 \frac{\partial |I(x(s,t),y(s,t))|}{\partial x} \frac{\partial |x(s,t)|}{\partial b_j^x} ds \\ \text{où} : \frac{\partial |x(s,t)|}{\partial b_j^x} = \frac{\partial}{\partial b_j^x} \left( \sum_{j=0}^n b_j^x(t) B_j^n(s) \right) = B_j^n(s) \qquad (9) \\ \text{et} : c_j = \int_0^1 B_j^n(s) B_j^n(s) ds = \frac{1}{(2n+1)} \frac{{\binom{n}{j}}^2}{\binom{2n}{2j}} \end{cases}$$

Nous avons appliqué ce type de contour actif pour suivre la boucle du film sur le plateau dérouleur. La figure -**Fig.1**illustre cette application. On a pris comme modèle une courbe de Bézier de degré 3, définie par 4 points de contrôles.

On observe une très satisfaisante adéquation entre la forme de la boucle et le modèle de courbe et un bon comportement du modèle paramétrique lorsque la boucle présente des occlusions partielles. Notons malgré tout d'une part que la recherche des extrémités est nécessaire pour initialiser dans de bonnes conditions le contour actif et d'autre part que le réglage du coefficient  $\gamma$  (constant sur toute la séquence) pour assurer une évolution progressive et une bonne stabilisation du contour se fait au détriment de la rapidité du traitement.

## 4 Extension

#### 4.1 Principe

Nous proposons ici la recherche des paramètres optimaux du contour, par une autre approche qui permet de s'affranchir du réglage du coefficient  $\gamma$  et partiellement de l'initialisation du contour actif. La recherche du contour optimal consiste à minimiser par des techniques d'optimisation non linéares, avec ou sous contraintes, l'intégrale de la fonctionnelle (2) sur un contour de type paramétrique, que l'on notera  $fp(t, \theta)$ , où  $\theta$  représente le vecteur des paramètres du contour. Le problème d'optimisation à résoudre est le suivant : Soit

$$\begin{cases} C(s,t) = (x(s,t), y(s,t))^{T} \\ \theta = (b_{0}^{x}(t), ..., b_{p}^{x}(t), b_{0}^{y}(t), ..., b_{p}^{y}(t))^{T} \\ fp(t,\theta) = \int_{0}^{1} E_{image}[C(s,t)] ds \end{cases}$$
(10)

on cherche  $\theta_{opt}$  tel que :

$$\theta_{opt} = \arg\min_{b_0^x(t),...,b_p^x(t),b_0^y(t),...,b_p^y(t)} fp(t,\theta)$$
(11)

sous les contraintes  $gp_i(\theta) : gp_i(\theta) \leq 0, i \in \{1, ..., m\}$ 

Nous avons développé un algorithme du type 'gradient projeté' qui à l'avantage d'adapter les techniques d'optimisation sous contraintes aux problèmes avec contraintes. L'idée consiste à se déplacer dans le sous-espace des contraintes actives en projetant l'évolution des paramètres (définis par  $\theta$ ) sur la frontière du domaine admissible. L'optimisation est basée sur une méthode quasi-newtonienne.

#### **4.2** Application au contours de type ellipse

Dans le cas des contours paramétriques ellipses,  $\theta = (b_0^x(t), b_0^y(t), b_1^x(t), b_1^y(t))^T$ . Nous avons choisi d'introduire la contrainte structurelle  $b_1^x(t) = b_1^y(t)$  qui impose aux axes principaux d'être de longueurs identiques, on recherche alors le rayon intérieur correspondant au cercle formé par la bobine sur le plateau de dérouleur. On observe -**Fig.2**- que la contrainte  $b_1^x(t) = b_1^y(t)$  (très rapidement respectée), se stabilise pratiquement à la valeur moyenne des paramètres  $b_1^x(t), b_1^y(t)$  obtenus par le contour actif ellipse et que les centres de l'ellipse sont pratiquement confondus. Au niveau de la rapidité de convergence cette méthode est comparable au contour actif ellipse, avec l'avantage de ne nécessiter aucun réglage particulier.

## 4.3 Application au contours à base de courbes de Bézier

Dans le cas des contours paramétriques à base de courbes de Bézier de degré 3, le vecteur paramètres possède 8 éléments  $\theta = (b_0^x(t), b_0^y(t), ..., b_3^x(t), b_3^y(t))^T$ . On contraint ici le contour à conserver les propriétés suivantes :

 $\Box$  Les propriétés différentielles du contour entre deux images successives sont pratiquement invariantes. Les amplitudes  $C_{\max}(t+1), C_{\min}(t+1)$  des extrémums de la courbure  $C_v(s, t+1)$  doivent rester dans un domaine admissible,

 $\Box$  L'ensemble des points  $P_i$  de la courbe C(s, t) sont inscrits à l'extérieur du disque  $\Lambda_1$  de frontière  $\Gamma_{int}$  et à l'intérieur du disque  $\Lambda_2$  de frontière  $\Gamma_{ext}$ . C'est une contrainte matériellement respectée par la boucle du film.

On observe sur la figure -**Fig.3**- une très bonne corrélation avec la boucle réelle. La structure que l'on impose au contour, au niveau de l'invariance relative de sa courbure permet de restreindre l'espace des solutions admissibles, on converge rapidement, sans oscillations du contour, vers la boucle à localiser.

## 5 Conclusion, perspectives

Nous avons caractérisé les propriétés de deux types de contours actifs au travers d'une application développée au L.A.A.M. On a montré en simulation sur une séquence d'images acquise sur la machine en fonctionnement l'aptitude de cette technique à déterminer le rayon de la bobine et à suivre très précisément une boucle de très faible épaisseur qui présente des occlusions partielles.

Nous avons proposé ensuite une approche basée sur des méthodes d'optimisation non linéaires qui consiste à minimiser sous contraintes, une fonctionnelle d'adéquation aux données. Nous avons développé un algorithme du type 'gradient projeté' dont les résultats sont très encourageants : on converge rapidement, sans oscillations du contour, vers la boucle à localiser en imposant des contraintes structurelles (invariance des extrémums de courbure) et des contraintes géométriques (évolution du contour dans un domaine admissible).

Nous pensons que l'approche optimisation sous contraintes, simple à utiliser, peut s'appliquer à d'autres problèmes de vision. Nous étudions actuellement une généralisation de cette technique sur des modèles de courbes B-splines et Bézier composites. Les méthodes présentées dans cet article sont en cours de validation sur le processeur temps réel de la machine de déroulement.

# 6 Bibliographie

[1] B. Bascle. Contribution et applications des modèles déformables en vision par ordinateur. *Thèse de Doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis.1996.* 

[2] M.O. Berger. Les contours actifs : modélisation, comportement et convergence. *Thèse de Doctorat, INPL INRIA Lorraine, 1991*.

[3] Laurent D. Cohen, Isaac Cohen. Finite-Element methods for active contour models and ballons for 2-D and 3-D Images. *IEEE transactions on P.A.M.I. Vol 15 nº-11, November 1993.* 

[4] G. Farin. Courbes et surfaces pour la GPAO. *Masson* 1992.

[5] M. Kass, A., Witkin, D. Terzopoulos. Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*. *pp321-331.* 1988.

[6] F. Leymarie, Martin D. Levine. Tracking deformable objects in the plane using active contour model. *IEEE transactions on P.A.M.I. Vol 15 n<sup>o</sup>6, June 1993*.

[7] C. Nastar, N. Ayache. Fast segmentation, tracking, and analysis of deformable objects. *Rapport de Recherche INRIA* nº1783, Octobre 1992.

[8] D. Zugaj, V. Lattuati. Open curve segmentation. Application of parametric models for tracking 2D deformable structures in images sequence. *IEEE-IMACS Multi-conference. CE-SA'96. Lille, France July 1996.* 







**Fig.2** Comparaison des performances des contours actifs ellipses avec une méthode d'optimisation non linéaire sous contraintes.



**Fig.3** Performances de notre approche d'optimisation non linéaire sous contraintes. On observe une bonne corrélation avec la boucle réelle malgré l'occlusion partielle sur la partie externe de la boucle. L'évolution de la courbure entre le contour initial et le contour final reste dans le domaine de validité, toutes les contraintes sont respectées, aucune n'est positive après environ 10 itérations.

