

# Cyclostationnarités d'ordre 1 et 2 : application à des signaux vibratoires d'engrenages

G. Lejeune, J. L. Lacoume, P. Marchand, M. Durnerin, N. Martin, J. Liénard, A. Silvent CEPHAG  
C. Mailhes, F. Castanié LEN7,  
P. Prieur EDF/DER/SDM,  
G. Goulet DGA/CTSN/DLSM

CEPHAG-ESA 5083, ENSIEG, Domaine Universitaire, BP 46  
38402 Saint Martin d'Hères, France

## RÉSUMÉ

Le diagnostic précoce des pannes des engrenages fait, en particulier, appel aux caractéristiques cyclostationnaires du signal vibratoire. La cyclostationnarité d'un signal se manifeste sur les propriétés moyennes (ordre 1) et sur les propriétés énergétiques (ordre 2) du signal. Nous montrons l'importance de la prise en compte de ces 2 ordres de cyclostationnarité pour l'analyse du signal et pour l'estimation de la corrélation spectrale. Nous appliquons cette nouvelle méthode de caractérisation à un signal vibratoire d'engrenage. L'exploitation complète des propriétés cyclostationnaires d'ordre 1 et 2 apporte de nouveaux moyens de diagnostic.

## ABSTRACT

The cyclostationary properties of the vibrations signals of a gear has been used for diagnosis purposes. The cyclostationarity appears on the mean values of the signal (order 1) and on the energetic characteristics (order 2). We show the importance of the separation of these two kinds of cyclostationarity, particularly for the estimation of the spectral correlation. We applied this new method of diagnosis to real data and we show the large amount of information that is conveyed by the 2 orders of cyclostationarity.

## 1 Introduction

Une classe importante de signaux non-stationnaires est constituée par les signaux cyclostationnaires [3]. Les signaux cyclostationnaires présentent des périodicités cachées [5] : ils ne sont pas périodiques au sens strict, mais certaines de leurs propriétés statistiques sont périodiques.

Les travaux de Gardner et Spooner [3, 4] ont mis en évidence l'existence de cyclostationnarités de divers ordres : cyclostationnarité d'ordre 1 si elle se manifeste sur la moyenne, d'ordre 2 si elle se manifeste sur la fonction de corrélation ...

Après avoir présenté les cyclostationnarités d'ordre 1 et 2, nous développerons des méthodes de traitement permettant de caractériser l'ordre de cyclostationnarité sur des signaux expérimentaux. Cette méthodologie sera appliquée à des signaux vibratoires d'engrenage et nous montrerons, sur un exemple, les apports de cette analyse prenant en compte les divers ordres de cyclostationnarité.

## 2 La cyclostationnarité à l'ordre 1 et à l'ordre 2

Soit  $X(t)$  un signal aléatoire cyclostationnaire. On peut décomposer  $X(t)$  en deux parties :

$$X(t) = X_1(t) + X_2(t),$$

- la valeur moyenne, partie cyclostationnaire d'ordre 1 :

$X_1(t) = E[X(t)] = \sum_i a_i e^{j\phi_i} e^{2\pi j\nu_i t}$ , cette composante d'ordre 1 est formée de fréquences pures déterministes,

- la partie cyclostationnaire d'ordre 2 :  $X_2(t)$ .

En se limitant à l'ordre 2 on introduit deux types de fonctions de corrélation :

- la fonction de corrélation des moments :

$$R_x(t, \tau) = E[X(t)X^*(t - \tau)],$$

cette fonction de corrélation et les fonctions qui lui sont associées, corrélation cyclique, corrélation spectrale, sont sensibles aux propriétés de cyclostationnarité d'ordres 1 et 2,

- la fonction de corrélation des cumulants est la fonction de corrélation du signal centré :

$$C_x(t, \tau) = E[X_2(t)X_2^*(t - \tau)],$$

cette fonction de corrélation et les fonctions associées font apparaître les propriétés cyclostationnaires spécifiques à l'ordre 2.

Nous étudierons les propriétés d'ordre 2 des signaux cyclostationnaires dans le domaine des fréquences harmoniques  $\nu$ , issu d'une transformation de Fourier de la fonction de corrélation ( $TF$ ) sur le retard  $\tau$ , et des fréquences cycliques  $\alpha$  obtenu par TF sur le temps  $t$ . Dans ce domaine de représentation les signaux sont décrits par la *corrélation spectrale* :

$$CS(\alpha, \nu) = \int C_x(t, \tau) e^{-2j\pi(\alpha t + \nu\tau)} dt d\tau.$$

Notre étude a pour objectif de développer une méthodologie de traitement permettant de faire apparaître les deux types de cyclostationnarité et d'utiliser les informations issues de cette analyse pour le diagnostic.

### 3 La méthode de traitement

Le traitement permettant de séparer les deux types de cyclostationnarités consiste à identifier la partie cyclostationnaire d'ordre 1,  $X_1(t)$ , et à estimer les caractéristiques d'ordre 2 de la partie cyclostationnaire purement d'ordre 2.

#### 3.1 Extraction de la partie cyclostationnaire d'ordre 1

La partie cyclostationnaire d'ordre 1,  $X_1(t)$ , est une somme de fréquences pures. Il s'agit donc d'identifier ses composantes en mesurant leur fréquence, leur amplitude et leur phase. De nombreuses méthodes existent.

Dans le cas qui nous concerne les enregistrements ont été faits en synchronisme avec la période de rotation des roues. La transformation de Fourier discrète (*TFD*) s'avère alors une bonne méthode simple et robuste. En effet nous pouvons réaliser l'analyse du signal, pris sur toute sa durée, sur un nombre entier de périodes des composantes périodiques. La contribution des composantes cyclostationnaires d'ordre 1 est alors concentrée dans un seul canal de la *TFD* qu'il nous suffit d'annuler pour éliminer la composante correspondante. Cette opération, portant sur un seul canal de la *TFD* du signal pris sur toute sa durée perturbe très peu les composantes cyclostationnaires d'ordre 2 qui, par définition, couvrent plusieurs canaux de la *TFD*. Dans l'estimation des propriétés de la partie cyclostationnaire d'ordre 2 on doit moyenner en découpant le signal total en segments de durée plus courte. Si l'on découpe le signal total en  $P$  segments élémentaires, 1 canal de la *TFD* calculée sur les segments couvre  $P$  canaux de la *TFD* calculée sur la durée totale du signal. Après annulation d'un canal associé à une composante d'ordre 1, il reste donc la contribution des  $P - 1$  autres canaux qui sont significatifs de la partie cyclostationnaire d'ordre 2.

Lorsque l'on ne dispose pas d'un enregistrement en synchronisme avec les composantes périodiques, on peut imaginer des méthodes plus sophistiquées comme les méthodes paramétriques ou la déflation [7].

#### 3.2 Estimation de la corrélation spectrale

La caractérisation des cyclostationnarités est faite sur la corrélation spectrale. La corrélation spectrale, calculée à partir des moments, mélange les contributions des 2 ordres de cyclostationnarité. La corrélation spectrale calculée à partir des cumulants (après extraction de la valeur moyenne périodique) fait apparaître les propriétés cyclostationnaires purement d'ordre 2. L'extraction des composantes cyclostationnaires d'ordre 1, avant le calcul de la corrélation spectrale, est l'équivalent, pour les signaux stationnaires, de l'extraction de la valeur moyenne avant le calcul de la densité spectrale de

puissance. On sait que ce centrage améliore considérablement les qualités de l'estimation. Montrons sur un exemple, l'intérêt pour l'estimation de la corrélation spectrale, de la technique que nous proposons et qui consiste à séparer les cyclostationnarités d'ordre 1 et 2 en utilisant la corrélation spectrale calculée à partir des cumulants.

Nous traitons le signal

$$s(t) = [1 + x(t)] \cos(2\pi\nu_0 t) = s_1(t) + s_2(t),$$

dans lequel  $x(t)$  est un signal purement cyclostationnaire d'ordre 2. La partie cyclostationnaire d'ordre 1 de  $s(t)$  est  $s_1(t) = \cos(2\pi\nu_0 t)$ . La partie purement cyclostationnaire d'ordre 2 est  $s_2(t) = x(t) \cos 2\pi\nu_0 t$ .

La fonction de corrélation des moments de  $s(t)$  est

$$\begin{aligned} C_s(t) &= E[s(t)s^*(t - \tau)] \\ &= 1/2 \cos(2\pi\nu_0 \tau) [1 + C_x(t, \tau)] \\ &\quad + 1/2 \cos(4\pi\nu_0 t - 2\pi\nu_0 \tau) [1 + C_x(t, \tau)] \end{aligned} \quad (1)$$

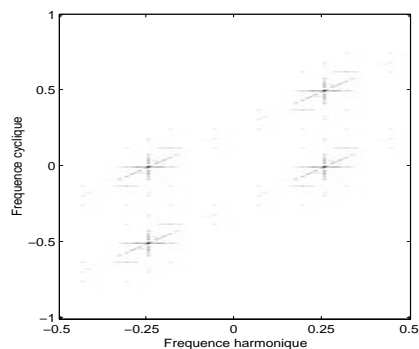
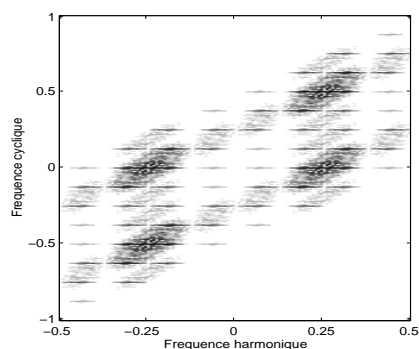
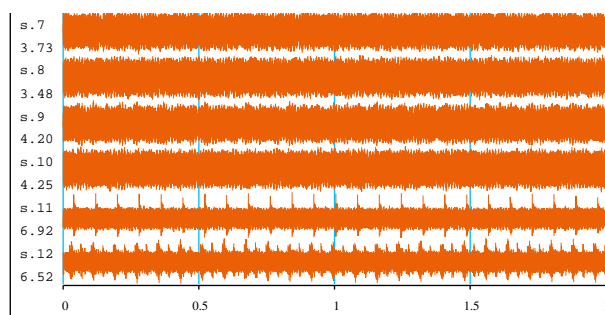
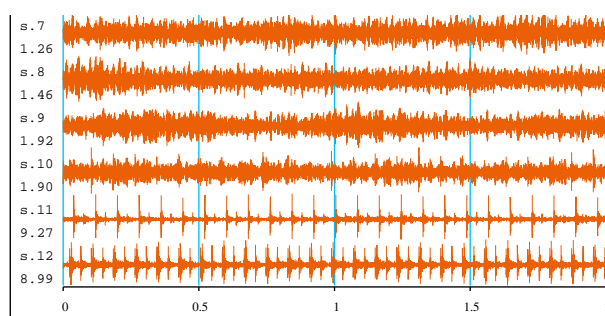
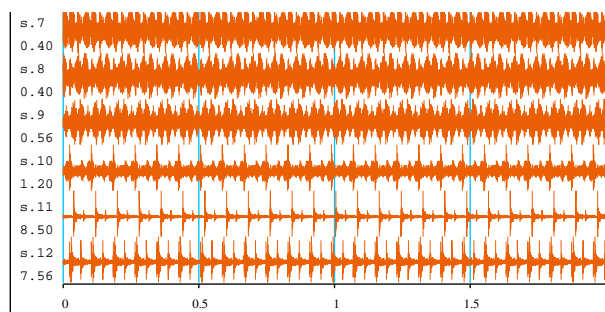
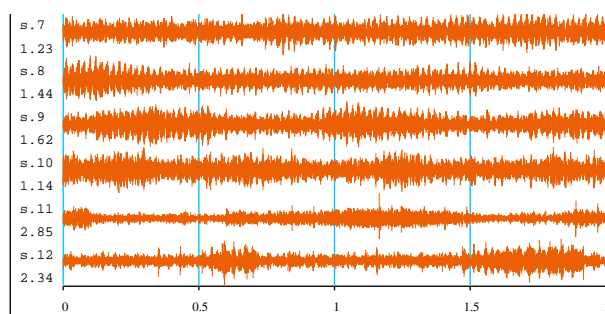
$C_x(t, \tau)$  étant la fonction de corrélation de  $x(t)$ .

La corrélation spectrale calculée à partir des moments fait apparaître le motif  $\delta(\alpha)\delta(\nu) + C_{S_x}(\alpha, \nu)$  de la corrélation spectrale de  $1 + x(t)$  centré, par suite de l'effet de  $\cos(2\pi\nu_0 \tau)$  et de  $\cos(4\pi\nu_0 t - 2\pi\nu_0 \tau)$  sur les points,  $(0, \nu_0)$ ,  $(0, -\nu_0)$ ,  $(2\nu_0, +\nu_0)$  et  $(-2\nu_0, -\nu_0)$ , du plan  $(\alpha, \nu)$ . Dans ce plan, la corrélation spectrale est composée

- d'une distribution ponctuelle en  $(0, \nu_0)$ ,  $(0, -\nu_0)$ ,  $(2\nu_0, +\nu_0)$  et  $(-2\nu_0, -\nu_0)$  due à la composante cyclostationnaire d'ordre 1,
- de la corrélation spectrale du signal cyclostationnaire purement d'ordre 2, translatée autour des points  $(0, \nu_0)$ ,  $(0, -\nu_0)$ ,  $(2\nu_0, +\nu_0)$  et  $(-2\nu_0, -\nu_0)$ .

La figure 1 donne la corrélation spectrale de  $s(t)$  calculée à partir des moments. L'observation de cette figure conduit à deux conclusions. Les distributions ponctuelles dues à la composante cyclostationnaire d'ordre 1 sont dominantes (si le calcul était fait sur une durée infinie ces contributions "écraseraient" complètement les autres contributions). Par ailleurs, comme l'estimation est faite sur une durée finie les contributions dominantes induisent des fuites d'énergie, dues aux lobes secondaires de la *TFD* de la fonction réalisant la troncature. Ces fuites d'énergie sont concentrées sur l'axe des fréquences et sur les diagonales. Pour faire ressortir la contribution des composantes cyclostationnaires d'ordre 2, il faut estimer la corrélation spectrale après avoir extrait la composante cyclostationnaire d'ordre 1. La corrélation spectrale de la partie cyclostationnaire d'ordre 2 est représentée sur la figure 2. Sur cette figure on voit apparaître les distributions linéiques dues au signal  $x(t)$  purement cyclostationnaire d'ordre 2. Le signal  $x(t)$  est une modulation BPSK qui possède plusieurs distributions linéiques en fréquences cycliques que l'on voit clairement sur la figure 2.

Pour estimer les propriétés cyclostationnaires d'ordre 2 il est donc nécessaire de procéder à une extraction préalable des parties cyclostationnaires d'ordre 1.

FIG. 1 — *Corrélation spectrale des moments*FIG. 2 — *Corrélation spectrale des cumulants*FIG. 3 — *Signaux vibratoires observés*FIG. 4 — *Signaux après extraction des raies d'engrènement*FIG. 5 — *Composante d'ordre 1 des harmoniques de rotation à 12, 43Hz*FIG. 6 — *Composante cyclostationnaire d'ordre 2 du signal étudié*

## 4 Mise en œuvre

### 4.1 Les conditions expérimentales

Nous traitons le signal vibratoire d'un engrenage soumis à des tests de fatigue. Quinze séquences sont disponibles correspondant à l'évolution de l'engrenage depuis l'origine jusqu'à l'apparition de défauts importants. L'engrenage étudié comporte 2 roues de 56 et 15 dents. Le signal vibratoire se compose de plusieurs familles d'harmoniques [1]. Par ordre d'importance on distingue les harmoniques de la fréquence d'engrènement dont la période est le temps de passage d'une dent à la suivante et les harmoniques de rotation dont les périodes sont les périodes de rotation des roues. La fréquence du fondamental d'engrènement est 696Hz, les fréquences de rotations sont multiples de 12, 43Hz et de 46, 4Hz [8].

### 4.2 Analyse des divers ordres de cyclostationarité

Notre premier objectif a été de séparer les composantes cyclostationnaires d'ordre 1 et d'ordre 2. En nous appuyant sur le modèle proposé dans [1] et [2] et sur l'observation de la *TFD* du signal global nous avons considéré les harmoniques d'engrènement comme des composantes d'ordre 1 et nous les avons extraites. La figure 3 montre les séquences 7 à 12 en temps pour les signaux observés. Après extraction des harmoniques d'engrènement (figure 4) on observe très nettement l'apparition du défaut sur la séquence 11.

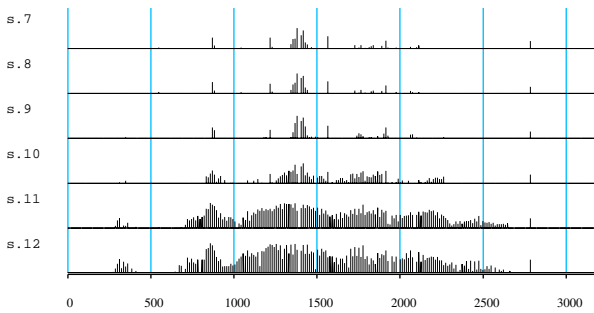


FIG. 7 — Spectres des harmoniques d'ordre 1 de rotation

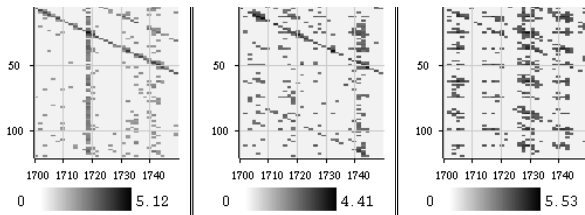


FIG. 8 — Corrélations spectrales de la composante d'ordre 2 sur les séquences 9, 10 et 11.

L'observation des *TFD* des signaux nous indique que les harmoniques de la période de rotation à 12, 43Hz contiennent une partie d'ordre 1. Nous procédons à la décomposition du signal en 2 termes. La figure 5 donne la composante d'ordre 1 du fondamental à 12, 43Hz. La figure 6 donne la composante d'ordre 2. En observant la composante d'ordre 1 de la rotation de la roue à 12, 43Hz on distingue le défaut dès la séquence 10. Ceci se voit sur la forme des signaux et sur leur amplitude (doublement entre la séquence 9 et la séquence 10). Sur les spectres successifs des composantes d'ordre 1 on constate, à partir de la séquence 10 une augmentation du nombre des harmoniques (figure 7).

### 4.3 Corrélations spectrales de la composante d'ordre 2

Nous présentons sur la figure 8 la corrélation spectrale de la composante d'ordre 2 obtenue après extraction des raies d'engrènement et des raies de rotation multiples de 12, 43Hz, sur les séquences 9, 10 et 11. Les alignements diagonaux apparaissant principalement sur la séquence 9 sont des résidus des composantes d'ordre 1. Sur la corrélation spectrale de la séquence 11 on voit nettement des alignements parallèles à l'axe des fréquences qui sont une composante pure d'ordre 2. La corrélation spectrale de la séquence 10 est intermédiaire. Ces résultats nous montrent que, dans le cas traité, l'engrenage sain n'engendre que très peu de composantes cyclostationnaires d'ordre 2. L'apparition du défaut fait croître fortement le niveau des composantes cyclostationnaires d'ordre 2. Il nous reste, pour confirmer et étayer ces résultats à quantifier les mesures. Nous pourrions utiliser le coefficient de cyclostationnarité [6] qui n'a vraiment un sens qu'en l'absence des composantes cyclostationnaires d'ordre 1.

## 5 Conclusion

Nous avons montré l'importance, dans l'étude des signaux cyclostationnaires, de la distinction entre les composantes d'ordre 1 et d'ordre 2.

Nous avons mis au point une méthodologie permettant de séparer les 2 composantes d'ordre 1 et d'ordre 2.

Nous avons ouvert des pistes pour l'utilisation de ces caractéristiques des signaux dans le diagnostic des engrenages.

## Références

- [1] W.D. Mark, *Analysis of the vibratory excitation of gears systems : Basic theory*, J. Acoust. Soc. Am. May 1978, Vol 63 (5), pp1409-1430.
- [2] C. Capdessus, *Aide au diagnostic des machines tournantes par traitement du signal*, Thèse INPG, Décembre 1992.
- [3] W. A. Gardner and C.M. Spooner, *The cumulant theory of cyclostationary time-series, Part I : foundations*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol 42, N0 12, Dec. 94, pp 3387-3408.
- [4] C.M. Spooner and W. A. Gardner, *The cumulant theory of cyclostationary time-series, Part II : development and applications*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol 42, N0 12, Dec. 94, pp 3409-3429.
- [5] J. Max et J.L. Lacoume, *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*, 5ième édition, Masson, 1996.
- [6] P. Prieur et G. D'Urso, *Des indices de cyclostationnarité pour la surveillance des engrenages*, Quinzième colloque GRETSI, Sept 95, pp 1241-1244.
- [7] A. Ducasse, *Estimation de sous-harmoniques à l'aide de méthodes paramétriques*, Thèse INPT, janvier 1997.
- [8] M. Durnerin et al, *Démarche d'analyse spectrale en vue d'une interprétation automatique, application à un signal d'engrenage*, Seizième colloque GRETSI, Sept 97.