

# Filtrage non-linéaire dynamique pour la compression des images

S. Tramini<sup>(1)</sup>, M. Antonini<sup>(1)</sup>, M. Barlaud<sup>(1)</sup>, G. Aubert<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Laboratoire I3S CNRS UPRES-A 6070  
Université de Nice-Sophia Antipolis, Bât.4 SPI  
Sophia Antipolis, 250 av. A. Einstein F-06560 Valbonne - France

<sup>(2)</sup>Laboratoire J.A. Dieudonné, URA 168,  
Université de Nice-Sophia Antipolis,  
Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 2- France

## RÉSUMÉ

Le problème conjoint codage/décodage d'images n'a fait l'objet que de très peu de travaux. En particulier, la conception du décodeur a été, à notre connaissance, très peu abordé.

Dans cet article, nous proposons de concevoir le décodeur en prenant en compte des *a priori* sur la solution et la connaissance du codeur (transformation et quantification). Un simple filtrage linéaire ne prend pas en compte la non-linéarité de l'opération de quantification ni la non-stationnarité des images ; c'est pourquoi nous proposons, dans notre approche, une optimisation du filtre de reconstruction au décodeur afin d'atténuer les effets dus au bruit de quantification. La solution peut être considérée comme un problème inverse avec optimisation de la structure Transformation/Quantification/Décodage formulée par une approche variationnelle. Cette nouvelle approche de décodage est issue d'un filtrage inverse non-linéaire dynamique.

Les résultats expérimentaux basés sur ce filtrage inverse non-linéaire dynamique démontrent un gain en terme de PSNR comparé au filtrage inverse linéaire standard mais surtout d'importantes améliorations visuelles en terme de suppressions d'artefacts.

## 1. Introduction

Un schéma de codage/décodage d'images général est présenté sur la **figure 1**. D'abord l'image est transformée en utilisant un opérateur  $R$  (ou projecteur); ensuite, les données transformées sont quantifiées au moyen d'un quantificateur scalaire ou encore vectoriel. Enfin, les index représentant les symboles de quantification sont envoyés sur le canal de transmission. Le décodeur applique les opérations inverses.

Pour des applications de codage à bas débit, le quantificateur est en général irréversible, c'est-à-dire qu'il y a une perte d'information entre le signal quantifié et le signal d'entrée. Ainsi, l'utilisation de la transformation duale  $R^*$  au décodeur ne permet pas la reconstruction du signal d'entrée original à cause de l'introduction du bruit de quantification. En fait, un simple filtrage linéaire ne prend pas en compte la non-linéarité de l'opération de quantification ni la non-stationnarité des images. En conséquence, un schéma de codage/décodage doit être adapté au problème de l'optimisation "globale" de la chaîne de compression, entraînant ainsi une optimisation conjointe du codeur et du décodeur. Dans notre article, nous proposons une optimisation des filtres de reconstruction en considérant les effets de la quantification pour une transformation et un quantificateur donnés. La solution de ce problème peut être vue comme l'optimisation conjointe de la structure Transformation/Quantification/Décodage

## ABSTRACT

Despite advances in the domain of source coding, little recent work has been devoted to the problem of joint coding and decoding. In particular, the design of decoders has been, to our knowledge, little investigated. Here, we break with this usual approach and consider the joint design of coding and decoding for still images.

We propose sufficient conditions on the design of the decoder involving *a priori* assumptions on the solution and knowledge of the coder ( transformation and quantization).

As linear filtering cannot take into account the nonlinearity associated with quantization nor the non-stationarity of images, we propose, in our approach, an optimization of the reconstruction filters at the decoder to account for effects due to quantization noise. The solution can be viewed as an inverse problem with optimization of the Transform/Quantization/Decoding structure formulated using a variational approach, resulting in a new approach for decoding by nonlinear filtering.

Experiments using this nonlinear inverse dynamic filtering demonstrate PSNR gains over standard linear inverse filtering as well as appreciable visual improvements.

formulée par une

approche variationnelle. En effet, pour un filtre d'analyse et un quantificateur donnés et dans le but d'optimiser le compromis débit-distorsion, nous déterminons un filtre de reconstruction non-linéaire qui minimise un critère au décodeur. Le critère que nous proposons est développé dans le paragraphe 3. Il contient deux termes principaux:

- un premier terme d'erreur quadratique qui prend en compte les données et l'incertitude sur les valeurs quantifiées dans le domaine transformé,
- un second terme qui contient des contraintes basées sur des hypothèses *a priori* sur la solution telles que: positivité, norme et gradient de l'image reconstruite, ainsi que la norme de sa transformée en ondelettes.

## 2. Reconstruction au décodeur

### 2.1 Position du problème

On définit par  $\Omega$  le domaine de l'image. Soit  $p^*$  l'image quantifiée dans le domaine transformé (voir **figure 1**). Alors, si l'on suppose que le bruit de quantification est additif, on peut écrire l'équation suivante:

$$p^* = Q(Rf) = Rf + \varepsilon(Rf),$$

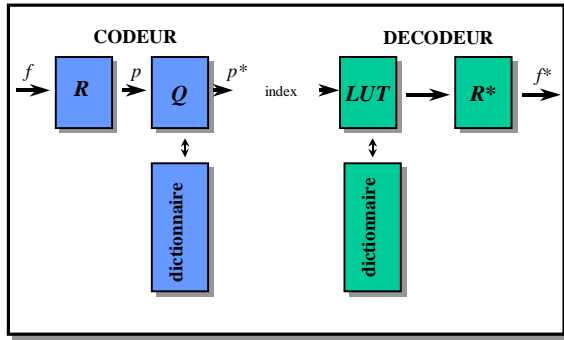


fig.1 : schéma "classique" de codage/décodage.

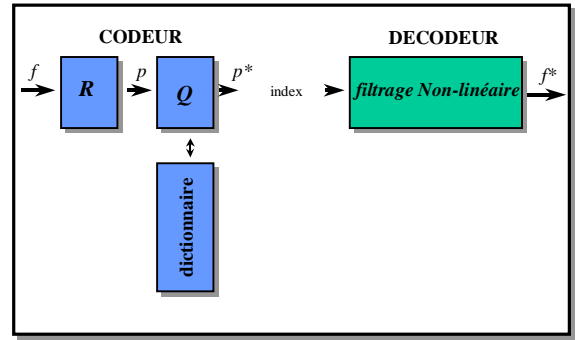


fig.2 : généralisation du schéma codage/décodage.

où l'opérateur  $R$  et le quantificateur  $Q$  sont donnés et l'énergie du bruit de quantification  $\varepsilon$  est connue dans chaque sous-bande. Dans le présent article, nous supposons : i)  $f$  et  $\varepsilon$  décorrelés, ii) l'opérateur  $R$  utilisé correspond à une transformation qui possède des bonnes propriétés de décorrélation [1], iii)  $p^*$  résulte d'une quantification optimale des données transformées [2]. Ainsi, notre problème peut s'écrire :  $p^* = Rf + \varepsilon$ .

Le problème principal au décodeur est de reconstruire  $f^*$  en utilisant la connaissance de  $p^*$  et de  $R$ . Récemment, Gersho proposa une solution à ce problème avec l'introduction de la quantification vectorielle généralisée [3]. Dans son approche, les dictionnaires de codage et de décodage sont différents et optimisés conjointement en fonction de l'application désirée. Ici, nous proposons de résoudre ce problème de reconstruction comme un problème inverse en utilisant un rétro-projecteur non-linéaire. L'idée principale est de minimiser le critère

$$J_1(f) = \left\| Rf - p^* \right\|_{\Omega}^2$$

La valeur de  $f$  qui minimise  $J_1(f)$  est solution de  $R^* p^* = R^* Rf$ . Quand  $p^*$  résulte d'une opération de quantification, ce problème est un problème inverse mal posé dans  $\Omega$  et une régularisation est donc nécessaire. Cependant, dans le cas où aucun bruit de quantification est introduit, la solution est donnée par :

$$f^* = R^* p^* = R^* p = f.$$

Le filtrage inverse "classique" défini tel que  $R^* R = I$  (condition de reconstruction parfaite généralement utilisée dans les schémas de codage/décodage), ne prend pas en compte les caractéristiques non-linéaires introduites par le processus de quantification. En effet, dans cette approche traditionnelle, les artefacts tels que les échos sur les contours ou encore le bruit granulaire sur les zones homogènes, restent incontrôlés.

## 2.2 Une approche linéaire

Afin de résoudre ce problème inverse mal posé et éviter une solution dominée par le bruit, on régularise le critère  $J_1(f)$ .

Ceci permet d'assurer l'existence, l'unicité et la stabilité de la solution. La régularisation la plus simple est l'introduction d'un terme quadratique dans le critère; le problème peut alors être écrit sous la forme d'un filtrage de Wiener [4]:

$$J(f) = \int_{\Omega} (Rf - p^*)^2 d\Omega + \mu^2 \int_{\Omega} |f|^2 d\Omega$$

La solution optimale est obtenue lorsque  $\partial J / \partial f = 0$ , et donc lorsque  $R^* (Rf - p^*) + \mu^2 f = 0$ .

Cependant, l'introduction d'un terme quadratique conduit à une perte de dynamique pour la solution  $f^*$ .

On pourrait introduire un terme qui pénalise les forts gradients dans l'image tel que  $\int_{\Omega} |\nabla f|^2 d\Omega$ .

Toutefois, une telle approche conduirait à un lissage isotropique de la solution.

Enfin, il est important de noter que si  $R^* R = I$ , cette approche conduit à un simple débruitage linéaire de l'image reconstruite.

## 3. Filtrage non-linéaire dynamique

### 3.1 Principe de la nouvelle méthode

Le but de cet article est de proposer une nouvelle approche pour décoder un signal entaché d'un bruit de quantification, en définissant un filtre de reconstruction  $R^*$  non stationnaire (voir **figure 2**). Ceci peut être effectuée grâce à l'utilisation de connaissances *a priori* telles que :

- processus de quantification (pas de quantification, bruit de quantification, énergie des sous-bandes),
- image à reconstruire (positivité, entropie, régularité...).

Une telle connaissance peut être introduite dans le critère  $J_1(f)$  comme un terme de régularisation.

### 3.2. Le nouveau critère

Dans cet article, nous considérons le problème de décodage comme la minimisation d'une fonctionnelle non-quadratique. Dans le but d'éviter un lissage de la solution, nous introduisons des fonctions de potentiel dans le terme

de régularisation, telles que les contours de l'image reconstruite soient préservés. Nous proposons ainsi de minimiser la fonctionnelle suivante :

$$J(f) = \int_{\Omega} W^{-1} (Rf - p^*)^2 d\Omega + \lambda^2 \int_{\Omega} \varphi \left( \frac{|\nabla f|}{\delta_{\lambda}} \right) d\Omega + \mu^2 \int_{\Omega} \psi \left( \frac{|Tf|}{\delta_{\mu}} \right) d\Omega + \eta^2 \int_{\Omega} (|f| - f)^2 / 4 d\Omega$$

Nous introduisons dans le premier terme de la fonctionnelle une pondération  $W$  qui permet de prendre en compte la non stationnarité du bruit, ainsi que ses caractéristiques dans les différentes sous-bandes. Les contraintes introduites dans le critère sont telles que :

- la première contrainte permet de préserver les contours tout en lissant les zones homogènes,
- la seconde est liée à une contrainte entropique dans le domaine transformé de l'image, ( $T$  est une transformation en ondelettes dyadique)
- la dernière assure la positivité de la solution.

### 3.3. Filtrage dynamique

Minimiser la fonctionnelle  $J$  revient à résoudre les équations d'Euler-Lagrange au décodeur, pour la reconstruction de l'image :

$$R^* W^{-1} (Rf - p^*) - \left( \frac{\lambda}{\delta_{\lambda}} \right)^2 \operatorname{div} \left( \frac{\varphi'(|\nabla f|/\delta_{\lambda})}{2|\nabla f|/\delta_{\lambda}} \nabla f \right) + \left( \frac{\mu}{\delta_{\mu}} \right)^2 T^* \left( \frac{\psi'(|Tf|/\delta_{\mu})}{2|Tf|/\delta_{\mu}} Tf \right) + \eta^2 \xi(f) f = 0$$

avec les conditions aux bords  $\frac{\partial f}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0$ ,

$$\text{et } \xi(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } (f < 0) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$n$  représente un vecteur normal à la frontière  $\partial\Omega$  de  $\Omega$  et  $\operatorname{div}$  désigne l'opérateur divergence défini par :

$$\operatorname{div}(f) = \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial x_i}$$

Une solution à ce système d'équations peut être obtenue en utilisant un algorithme du type ARTUR [5] ou EDP [6].

On note l'importance de la fonction de pondération  $g(x) = \varphi'(x)/2x$  (ou  $\psi'(x)/2x$ ) qui joue un rôle essentiel dans la préservation des discontinuités (ou dans le seuillage des coefficients d'ondelettes).

Pour les résultats expérimentaux présentés dans l'article, nous avons utilisé une fonction  $\varphi$  convexe (entropie absolue  $\varphi(x) = (|x| + e^{-1}) \ln(|x| + e^{-1})$  [7]) et une fonction

$\psi$  non-convexe (Geman & Mc Clure  $\psi(x) = x^2/(1+x^2)$  [8]). La convexité de  $\varphi$  permet d'éviter l'introduction de fausses informations telles que des contours artificiels, et la saturation sur l'image reconstruite. La non-convexité de  $\psi$  assure un bon seuillage des coefficients d'ondelettes et retire les effets nuisibles d'un bruit de type Gaussien. De nombreux travaux ont montré qu'un seuillage de coefficient

d'ondelettes, avec un bon choix de seuil, offre un algorithme pratiquement optimal en débruitage de bruit Gaussien (confère les approches développées en [9], [10] et [11]). On considère, en effet, que les petits coefficients d'ondelettes correspondent à du bruit ; le seuillage a pour principe de conserver les grands coefficients et supprimer les petits.

Cette méthode nécessite le réglage de cinq paramètres :  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\eta$ ,  $\delta_{\lambda}$  et  $\delta_{\mu}$ . Les paramètres  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\eta$  ont été introduit comme paramètres de régularisation afin de contrebalancer les effets du terme d'attache aux données et des *a priori* sur la solution.  $\delta_{\lambda}$  et  $\delta_{\mu}$  fixent respectivement le seuil sur le module du gradient de la solution et le seuil sur le module de la transformée en ondelettes de la solution. En effet,  $\delta_{\mu}$  peut être différent à chaque niveau de la transformée. Nous introduisons  $\delta_{\lambda}$  et  $\delta_{\mu}$  comme paramètres d'échelles [5] afin de régler respectivement la valeur du gradient à partir de laquelle une discontinuité est détectée, et la valeur des coefficients de la transformée à partir de laquelle nous faisons un seuillage. La **figure 3** montre l'influence du seuil  $\delta_{\mu}$  sur la fonction de pondération. Plus  $\delta_{\mu}$  est grand, plus fort est le seuillage.

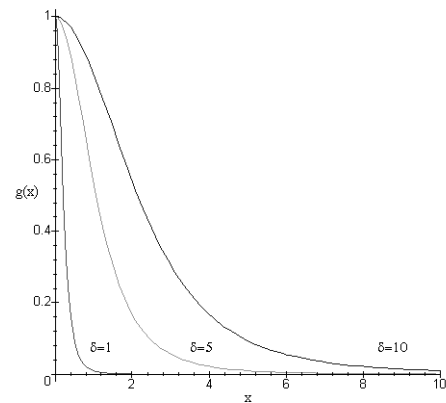


fig.3 : Influence du seuil  $\delta_{\mu}$  sur la fonction de pondération.

## 4. Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux ont été effectués sur l'image Lena de taille 512x512 pixels codée sur 8 bits/pixel (bpp). Nous utilisons la transformée en ondelettes dyadique avec les filtres 9-7 [1] pour les projecteurs  $R$  et  $T$ . Les résultats de décodage sont montrés sur la **figure 3**. Ici, le taux de compression atteint est de 85 : 1 (soit 0,093 bpp) avec une estimation de l'entropie d'ordre 0, ou encore 124 : 1 (soit 0,0645 bpp) avec une estimation de l'entropie d'ordre 1 [12]. Les images sont codées par quantification scalaire en utilisant l'algorithme optimal d'allocation des bits défini en [2]. La première image présentée correspond à un filtrage inverse linéaire "classique" alors que la deuxième image correspond à un filtrage non-linéaire avec

$$W_i^{-1} = \left| 2 \log \left( p^* / \sigma_{Q_j} \right) \right|,$$

comme facteur de pondération au pixel  $i$ ;  $\sigma_{Q_j}^2$  correspond à la puissance du bruit de quantification dans la sous-bande  $j$  introduite lors de la quantification au codeur. Dans le cas

d'un filtrage linéaire de reconstruction au décodage, le rapport signal-à-bruit pic obtenu est de 28,80 dB alors qu'il est égal à 29,31 dB dans le cas du filtrage non-linéaire. La méthode proposée présente donc un gain de 0,51 dB. De plus la qualité visuelle de l'image est meilleure en terme de suppression d'artefacts. Le réglage des paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  est effectué de façon à enlever le bruit impulsif sur les zones homogènes, à préserver les contours et la dynamique de l'image reconstruite.

## Conclusion

Cet article présente une nouvelle méthode de décodage qui remet en question la philosophie des filtres à reconstruction parfaite. Cette méthode prend en compte la connaissance du codeur ainsi que des *a priori* spatio-fréquentiel sur l'image reconstruite. Les résultats montrent des améliorations en terme de qualité visuelle et prouvent la pertinence de la méthode. Aucun *a priori* sur le codeur n'est nécessaire, la méthode peut être directement appliquée à des images codées par DCT...

## Références

- [1] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, and I. Daubechies "Image Coding Using Wavelet Transform", *IEEE Transaction on Image Processing*, Vol.1, No.2, 1992, pp. 205-220.
- [2] P. Raffy, M. Antonini, M. Barlaud, "Zerotree Edge Adaptive Coder for Low bit Rate Image Transmission", *SPIE, Visual Communication and Image Processing*, San Jose, USA, 1997.
- [3] A. Rao, D. Miller, K. Rose, A. Gersho, "Generalized Vector Quantization: Jointly Optimal Quantization and Estimation", preprint of Santa Barbara University, California, USA, *submitted to IEEE Transactions on Information Theory*, 1996.
- [4] K. Gosse, P. Duhamel, "Perfect Reconstruction Versus MMSE Filter Banks in Source Coding", preprint of ENST, Paris, France, *submitted to IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995.
- [5] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, M. Barlaud, "Deterministic Edge-Preserving Regularization in Computed Imaging", *IEEE Transaction on Image Processing*, Vol.5, No.12, 1996.
- [6] F. Catte, P.L. Lions, J.M. Morel, and T. Coll, "Image Selective Smoothing and Edge Detection by Non-Linear Diffusion", *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 29, 1, 1992, pp. 845-866.
- [7] Michael E. Zervakis, Aggelos K. Katsaggelos, and Taek M.Kwon, "A Class of Robust Entropic Functionals for Image Restoration", *IEEE Transaction on Image Processing*, Vol.4, No.6, 1995.
- [8] S. Geman and D.E. Mc Clure, "Bayesian image analysis : an application to single photon emission tomography", in *Proc. Statist. Comput. Sect., Washington DC, 1985, Amer. Statist. Assoc.*, pp. 12-18.
- [9] D. L. Donoho and I.M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage", *Biometrika* 81, 1994, pp. 425-455.
- [10] D. L. Donoho and I.M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage", *Journal of the american*

*statistical association*, , december 1995, Vol 90, No. 432, Theory and Methods pp. 1200-1224.

[11] R. Devore and B. Lucier, "Fast wavelet techniques for near-optimal image processing", *1992 IEEE Military Communications Conference*, IEEE Communication Society, 1992, pp. 1129-1135.

[12] A. Moffat, R. M. Neal and I. H. Witten, "Arithmetic Coding Revisited", *IEEE Data Compression Conference*, Snowbird (Utah), March 1995.



filtrage inverse linéaire



filtrage inverse non linéaire

**fig. 4:** résultat de compression par filtrage linéaire et non-linéaire. le taux de compression atteint est de 85 : 1 (soit 0,093 bpp) avec une estimation de l'entropie d'ordre 0, ou encore 124 : 1 (soit 0,0645 bpp) avec une estimation de l'entropie d'ordre 1. Les résultats sont présentés avec un rehaussement de contraste.