

Localisation 2D à l'aide d'un réseau phasé très perturbé.

N.Bertaux^{(1),(2),(3)}, P.Larzabal^{(1),(3)}, E.Chaumette^{(2),(3)} et D.Muller^{(2),(3)}

⁽¹⁾ LESiR-ENS Cachan, 61 avenue du président Wilson. 94235 Cachan Cedex, France

⁽²⁾ Thomson-CSF AirSys 7-9 rue des Mathurins. 92220 Bagneux, France

⁽³⁾ GRD-PRC-ISIS, ENST, 46 rue Barrault. 75013 PARIS, France

RÉSUMÉ

Dans cet article nous proposons d'améliorer la robustesse des algorithmes d'autocalibration en 2D (gisement et site) à l'aide d'une régularisation. Nous avons introduit un *a priori* sur le module des gains des capteurs. En effet, lorsque l'on utilise une antenne omnidirectionnelle, nous montrons que l'estimée des gains des obtenue à l'aide des éléments diagonaux de la matrice de corrélation est une information très précieuse. Nous proposons alors deux techniques de régularisation qui exploitent ces résultats. La première, grâce à une contrainte sur la somme des modules exhibe une vitesse de convergence élevée. La seconde exploite chaque contrainte de gain simultanément et nécessite la mise en œuvre d'une optimisation itérative. De nombreuses simulations viennent confirmer les résultats attendus et montrent les améliorations apportées.

ABSTRACT

This paper focuses on robustness improvement of 2D selfcalibration algorithm. We introduce an *a priori* on the modulus of sensors gains. For omnidirectional sensors, we show that gain estimation from correlation matrix is precious. So we propose two regulations techniques. The first one, using a simple constraint on the modulus sum provides a fast convergence. The second, more precise, requires an iterative optimization. Simulations exhibit results and confirm expected improvements.

1 Introduction

Les méthodes à haute résolution introduites dans les domaines du traitement du signal et en particulier dans celui de la recherche des directions d'arrivées (DOA) sont basées sur l'adéquation d'un modèle aux données que l'on observe. Lorsque ce modèle s'éloigne de la réalité (erreurs sur gains et phases des capteurs, sur les positions des capteurs, etc) les méthodes à haute résolution voient leurs performances gravement affectées. La variance d'estimation des DOA augmente et la dynamique des pseudo-spectres diminue. Il est donc souhaitable d'introduire des hyperparamètres afin d'assouplir le modèle. Parmi les nombreuses méthodes dévolues à ce problème, nous pouvons citer la méthode de Weiss et Freidlander (WF) [1] qui se distingue par sa simplicité. Elle se trouve à la base des travaux que nous présentons dans cet article qui se focalise sur l'amélioration de la robustesse de telles méthodes.

La seconde partie de cet article rappelle brièvement le principe de l'algorithme de WF, algorithme d'optimisation qui recherche les directions d'arrivées et les gains complexes des capteurs par optimisation successive des deux jeux de paramètres, DOA et gains des capteurs.

Dans le but de rendre la méthode de WF plus robuste, la troisième partie permet d'obtenir un *a priori* sur le module des gains complexes de chaque capteurs lorsque ceci sont omnidirectionnels.

Les quatrième et cinquième parties présenteront deux solutions de régularisation, respectivement une solution qui introduit une contrainte sur la somme des modules et une seconde

qui introduit des contraintes de module sur chaque capteur du réseau.

La sixième partie sera consacrée aux simulations et aux comparaisons des différents algorithmes.

Modèle et notations utilisées : Le modèle utilisé dans cet article est le suivant :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta, \delta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (1)$$

où $\mathbf{x}(t)$ est le vecteur des observations, \mathbf{A} la matrice des vecteurs directionnels des sources, $\mathbf{s}(t)$ les signaux émis par les sources et $\mathbf{b}(t)$ le bruit global supposé blanc, gaussien et circulaire. On notera N le nombre de capteurs, M le nombre de sources et T le nombre d'échantillons. δ est le vecteur de correction (supposé indépendant de la direction d'arrivée) des gains selon

$$\mathbf{a}_r(\theta) = \mathbf{a}(\theta, \delta) = \text{diag}(\delta)\mathbf{a}(\theta) \quad (2)$$

où \mathbf{a}_r est le vecteur directionnel réel. Le gain de chaque capteur s'écrit :

$$\psi_n = g_n e^{j\phi_n} \quad (3)$$

Soit Ψ le vecteur des gains réels des capteurs et Ψ_0 le vecteur des gains nominaux, alors

$$\Psi = \text{diag}(\delta)\Psi_0 \quad (4)$$

2 Rappel du principe de l'algorithme de Weiss et Friedlander

Cette méthode optimise une fonction de coût multidimensionnelle basée sur l'estimateur MUSIC auquel on ajoute des inconnues supplémentaires (en plus des DOA). Dans notre cas ces inconnues sont les gains complexes des capteurs. On obtient le critère suivant :

$$(\hat{\theta}, \hat{\delta}) = \arg \min_{\theta, \delta} \left\{ \sum_{m=1}^M \mathbf{a}^H(\theta_m, \delta) \Pi_b \mathbf{a}(\theta_m, \delta) \right\} \quad (5)$$

où $\mathbf{a}(\theta_m, \delta)$ est le vecteurs directionnel pointant dans la direction θ_m . Π_b le projecteur sur le sous-espace bruit.

L'optimisation de ce critère n'est pas réalisée de façon globale, elle va être effectuée de manière itérative. En effet, à l'étape $k + 1$ de l'algorithme les angles θ_{k+1} sont recherchés par l'algorithme MUSIC où δ est fixé à son estimation précédemment calculée δ_k . Ensuite, une optimisation sur δ recherche le vecteur δ_{k+1} minimisant au mieux le critère (6) connaissant l'estimée des angles θ_{k+1} . L'intérêt de cet algorithme réside dans l'existence d'une solution analytique à l'optimisation sur δ . La solution minimise le critère :

$$J_{WF} = \delta^H \mathbf{R}_{WF} \delta \quad (6)$$

avec $\delta^H \mathbf{e}_1 = 1$ afin d'éviter la solution nulle et où

$$\mathbf{R}_{WF} = \sum_m \text{diag}(\mathbf{a}(\theta_m))^H \Pi_b \text{diag}(\mathbf{a}(\theta_m)) \quad (7)$$

et $\mathbf{e}_1 = [1, 0, \dots, 0]^T$.

Cette solution analytique a certes l'avantage de ne requérir qu'une faible charge de calculs mais ne s'avère pas assez robuste à de grandes erreurs sur les gains complexes des capteurs [4]. Afin de pouvoir régulariser la solution obtenue il est souhaitable d'introduire une information *a priori*.

3 Introduction d'une information *a priori* (capteurs omnidirectionnels)

Considérons le cas où les sources sont décorréelées. Supposons que les gains complexes des capteurs ne dépendent pas des directions d'arrivées. Compte tenu de la matrice d'auto-corrélation \mathbf{R}_X donnée par

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}, \quad (8)$$

les éléments diagonaux s'expriment selon :

$$[\mathbf{R}_X]_{n,n} = g_n^2 \sum_{m=1}^M [\mathbf{R}_S]_{m,m} + \sigma_b^2 \quad (9)$$

En normalisant par rapport au premier capteur ($g_1 = 1$) nous obtenons :

$$g_n^2 = \frac{[\mathbf{R}_X]_{n,n} - \sigma_b^2}{[\mathbf{R}_X]_{1,1} - \sigma_b^2} \quad (10)$$

En passant aux valeurs estimées dans le cas d'une matrice de covariance estimée sur un nombre fini d'échantillons, T :

$$g_n \approx \hat{g}_n = \sqrt{\frac{[\hat{\mathbf{R}}_X]_{n,n} - \hat{\sigma}_b^2}{[\hat{\mathbf{R}}_X]_{1,1} - \hat{\sigma}_b^2}} \quad (11)$$

On connaît ainsi, si les sources sont décorréelées (ou peu corrélées), une estimée de la valeur des modules de chaque gain complexe des capteurs.

Les algorithmes qui seront décrits dans les deux sections suivantes exploiteront cette information :

La première méthode permet d'obtenir une solution analytique (simplicité) au problème d'optimisation sur δ . Pour y parvenir, la contrainte introduite ne peut pas être aussi complète qu'il serait souhaitable (une contrainte sur chaque module). Une contrainte qui nous a permis de trouver une solution analytique est la contrainte sur la somme des modules.

La seconde méthode proposée cherche à utiliser toute l'information disponible, c'est-à-dire d'introduire une contrainte sur chaque module des gains complexes des capteurs. Pour cette optimisation il est nécessaire d'utiliser une méthode numériquement plus complexe, par exemple une méthode itératives du deuxième ordre pour l'optimisation en δ .

4 Prise en compte d'une contrainte sur la somme des modules

L'information *a priori* introduite dans le chapitre précédent va permettre de robustifier l'algorithme WF. En effet, nous pouvons alors introduire des contraintes supplémentaires dans le critère (6) afin d'éviter que l'algorithme ne converge vers des minima locaux très éloignés de la solution réelle.

La première solution envisagée est l'introduction d'une seule contrainte sur la somme des modules des gains complexes des capteurs : soit \mathbf{E} la matrice diagonale :

$$\mathbf{E} = \text{diag} \left(\left[\frac{1}{N}, \frac{1}{N \hat{g}_2^2}, \dots, \frac{1}{N \hat{g}_N^2} \right] \right) \quad (12)$$

la contrainte sur la somme des modules du vecteurs s'écrit alors :

$$\delta^H \mathbf{E} \delta = 1 \quad (13)$$

La minimisation du critère (6) sous la contrainte (13) donne lieu à la résolution du Lagrangien suivante :

$$L = \delta^H \mathbf{R}_{WF} \delta - \lambda (\delta^H \mathbf{E} \delta - 1) \quad (14)$$

qui peut s'écrire

$$L = \delta^H \mathbf{E}^{1/2} \mathbf{E}^{-1/2} \mathbf{R}_{WF} \mathbf{E}^{-1/2} \mathbf{E}^{1/2} \delta - \lambda (\delta^H \mathbf{E}^{1/2} \mathbf{E}^{1/2} \delta - 1) \quad (15)$$

En posant $\gamma = \mathbf{E}^{1/2} \delta$ et $\tilde{\mathbf{R}}_{WF} = \mathbf{E}^{-1/2} \mathbf{R}_{WF} \mathbf{E}^{-1/2}$ le Lagrangien devient :

$$L = \gamma^H \tilde{\mathbf{R}}_{WF} \gamma - \lambda (\gamma^H \gamma - 1) \quad (16)$$

La résolution de ce Lagrangien nécessite le calcul de son gradient :

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma^*} = 0 = \tilde{\mathbf{R}}_{WF} \gamma - \lambda \gamma \quad (17)$$

Cette dernière équation nous permet de constater que le paramètre de Lagrange solution $\hat{\lambda}$ est alors la valeur propre associée au vecteur propre solution $\hat{\gamma}$ de la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_{WF}$. En injectant cette solution dans le Lagrangien (14)

$$L(\hat{\gamma}) = \hat{\gamma}^H \hat{\gamma} \hat{\lambda} = \hat{\lambda} \quad (18)$$

on constate alors que $\hat{\lambda}$ est la plus petite valeur propre de la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_{WF}$ pour minimiser le Lagrangien (14).

5 Prise en compte d'une contraintes sur chaque module

Une solution plus complète, mais plus lourde consiste à introduire une contrainte sur le module de chaque capteurs.

L'information a priori déterminée précédemment est exacte dans le cas de sources décorrelées. Elle va devenir approchée dès lors qu'une la corrélations entre les sources va apparaître. Il n'est donc pas très contraignant d'introduire les contraintes, notées C_i sous forme de fonction de pénalisation dans le critère J . Nous introduisons un nouveau critère à minimiser \tilde{J}

$$\tilde{J} = \delta^H \mathbf{R}_{WF} \delta + \mu \left(\sum_{i=1}^N (\delta^H \mathbf{E}_i \delta - \hat{g}_i^2)^2 \right) \quad (19)$$

où l'on définit la matrice

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \quad (20)$$

avec $\mathbf{e}_i(j) = 0$ quel que soit $j \neq i$ et $\mathbf{e}_i(i) = 1$ ($\mathbf{e}_i = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T$).

Cette technique nécessite l'estimation, de façon empirique, de l'hyper paramètre μ optimal. Pour minimiser ce nouveau critère une méthode de descente du second ordre est utilisée : Il s'agit d'un algorithme de Newton (en complexe) dont la formule de récurrence est donnée par

$$\delta_{k+1} = \delta_k - \mathbf{H}(\tilde{J})_k^{-1} \mathbf{grad}(\tilde{J})_k \quad (21)$$

où \mathbf{H} définit de hessien de \tilde{J} et \mathbf{grad} son gradient.

La principale difficulté rencontrée se situe au niveau du calcul du hessien complexe car \tilde{J} est une fonction réelle de variables complexes. Pour cela, nous avons utilisé les résultats de [2] et [3] sur l'utilisation des gradients et hessiens complexes dans le cas particulier des fonctions à valeurs réelles.

6 Simulations

Les simulations présentées mettent en œuvre un réseau circulaire de quatre mètres de diamètre. Cette antenne est composée de six capteurs réparties uniformément. Le rapport $\frac{\lambda}{d}$, où d est la distance entre deux capteurs, vaut $\frac{\lambda}{d} = 0.46$. Nous considérons deux sources placées en $[-20^\circ, 18^\circ]$ et $[20^\circ, 20^\circ]$ où les coordonnées sont respectivement le gisement et le site. Notons qu'il s'agit ici d'un cas délicat car les sources sont dans le lobe principal. Pour le calcul de la matrice de corrélation nous nous plaçons dans des conditions asymptotiques afin de limiter les perturbations sur les performances intrinsèques de MUSIC. Les performances de MUSIC ne sont plus limitées que par les dimensions du maillage mis en œuvre lors de la recherche des maxima du pseudo spectre en 2D.

Les figures suivantes proviennent d'une étude statistique effectuée sur une centaine de tirage où l'on tire à chaque simulation, suivant une loi de Rayleigh pour les modules et une loi uniforme pour les phases, le gain complexe de chaque capteur. Le critère de qualité que nous avons retenu est l'écart type moyen (sur les N capteurs) des modules et des phases des gains estimés après autocalibration.

Le faible nombre de capteurs de la simulation n'a pas permis de distinguer les performances en estimation de WF par rapport à l'autocalibration avec contrainte sur la somme des modules. Par contre l'augmentation ainsi obtenue sur la vitesse de convergence est sensible, mais les résultats n'ont pas été reportés ici par manque de place.

La figure (1a) représente l'écart type des modules des gains obtenus après autocalibration de WF par rapport aux modules réels en fonction de l'écart type avant autocalibration. La figure (2a) est identique à la figure (1a) et représente l'écart type des phases obtenues après autocalibration de WF. Les figures (1b) et (2b) sont à comparer aux deux précédentes. Ces figures reportent les mêmes paramètres avec une autocalibration pour laquelle nous avons contraint chaque module des capteurs. Les figures (3a) et (3b) reportent l'écart type sur les positions en gisements déterminées respectivement avec une autocalibration sans contrainte et une autocalibration avec contrainte sur chaque module. On peut remarquer que pour toutes les méthodes les performances sont parfaites pour de faibles erreurs de modèle. Plus les erreurs augmentent, plus les différences de performances s'observent. En effet dans de telles conditions l'algorithme de WF diverge et n'est plus exploitable. De plus pour des erreurs de modèle supérieure à celles reportées sur les courbes, la méthode de WF diverge et manque de résolution ne permettant plus de détecter les sources présentes. En contexte radar un tel comportement n'est pas acceptable. Par contre, l'autocalibration contrainte continue à fonctionner correctement pour des valeurs d'erreurs allant jusqu'à 0dB en module et en phase.

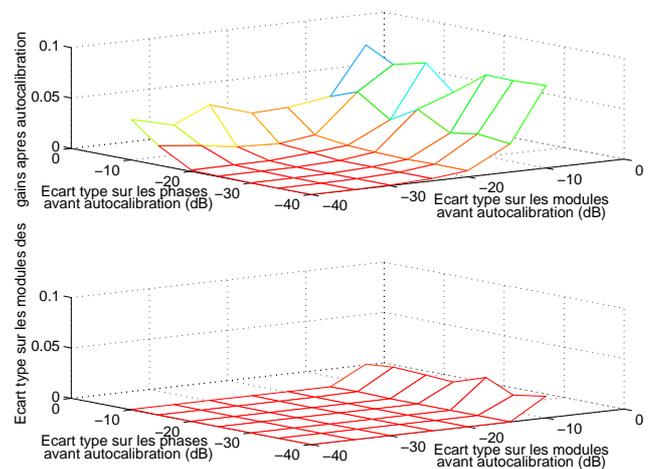


FIG. 1 — Comparaison des modules obtenus après autocalibration de WF fig.(a)(haut) et autocalibration avec contraintes sur chaque modules fig.(b)(bas).

7 Conclusion

Nous avons abordé le problème de la calibration robuste d'un réseau phasé en 2D. Nous avons montré comment la simple estimation des gains des capteurs à l'aide de la matrice de corrélation pouvait améliorer les performances de la

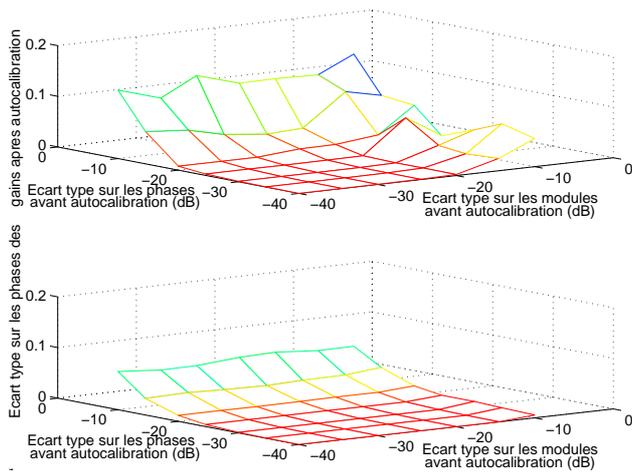


FIG. 2 — Comparaison de phases obtenues après autocalibration de WF fig.(a)(haut) et autocalibration avec contraintes sur chaque modules fig.(b)(bas).

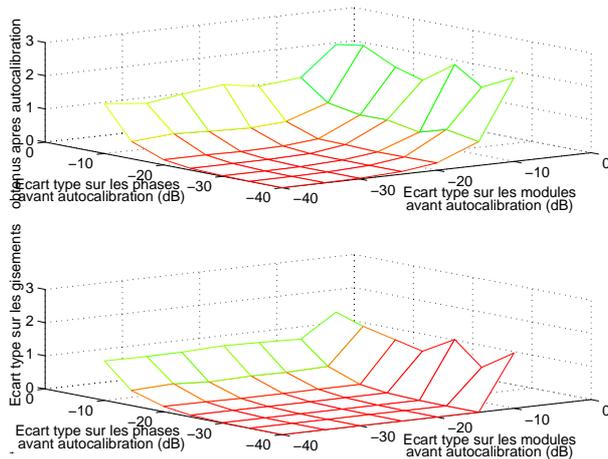


FIG. 3 — Ecart type, en degrés, sur les positions estimées après autocalibration de WF fig.(a)(haut) et autocalibration avec contraintes sur chaque modules fig.(b)(bas).

méthode de WF. Une première technique d'autocalibration contrainte par la somme des modules des gains s'est avéré, dans le cas de relativement faibles erreurs, beaucoup plus rapide que celle de WF. Une seconde technique, contrainte sur chaque capteur, a nécessité la mise en œuvre d'un algorithme de Newton en complexe. Cette méthode s'avère très performante en présence de fortes perturbations.

Références

- [1] B.Friedlander and A.Weiss, "Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainty", ICASSP88, 1988
- [2] A.van den Bos, "Complex gradient and hessian", IEE Proc ISP, vol.141 n°6, Décembre 1994.

- [3] D.H.Brandwood, "A complex gradient operator and its applications in adaptive array theory", IEE Proc, vol.130 n°1, Février 1994
- [4] N.Bertaux, "Apport des méthodes d'autocalibrations en traitement radar", rapport de stage de DEA A-TS Paris XI, juillet 1996.
- [5] F.Le Chevalier, D.Medynsky et D.Muller, "Position et nature des problèmes de calibration d'antenne. Particularités de l'application au radar", Traitement du Signal volume 10 n°5 – 6, 1993.