Compression d'images par fractales à base de maillages polygonaux de Voronoï *

Guillaume Robert, Franck Davoine et Jean-Marc Chassery

Laboratoire TIMC-IMAG,
I.A.B., Domaine de la Merci,
38706 LA TRONCHE Cedex, FRANCE
emails : `<prénom>.<nom>@imag.fr`

RÉSUMÉ

Le présent article décrit une méthode de compression d'images fixes par fractales, utilisant un partitionnement polygonal de Voronoï. Nous proposons une méthode simple de calcul de la transformation fractale, considérant des polygones de forme non contrainte et des transformations spatiales affines contractantes. Les recherches de similarités se font de manière locale ou globale à l'intérieur du support de l'image.

ABSTRACT

This article deals with an image coding algorithm based on the iterative function system theory, also known as *fractal coding*. The originality of our work is to rely on an adaptive polygonal Voronoi tesselation. We describe methods to extract and encode local similarities in natural images, based on the local or global block comparisons.

1 Introduction

Le codage d'images par *système de fonctions itéré* (IFS), repose sur une recherche des auto-similarités intra-image. Les méthodes actuelles s'appuient sur un double découpage de l'image : le premier définit les blocs sources (domain blocs), le deuxième définit les blocs destination (range blocs). L'IFS associant à chaque bloc destination, le bloc source qui lui est le plus similaire au travers d'une fonction de collage affine, possède (s'il est globalement contractant) un point fixe proche de l'image initiale. Cette proximité est d'autant plus grande que les collages sont une bonne approximation.

Dans notre approche, nous recourons à un partitionnement en polygones irréguliers comme support des blocs destination. La structure non-figée des blocs, permet d'accroître l'adaptativité de la partition au contenu de l'image (niveaux de gris). Ceci assure un contrôle de la richesse des blocs et augmente la qualité des collages. Cependant, afin de ne pas engendrer de surcoût de stockage, nous imposons la contrainte de Voronoï à la partition. Pour cela, nous définissons un mode de construction par *division-fusion*, présenté dans la section 2.

Dans le cas général, une transformation affine ne permet pas d'associer deux polygones de formes quelconques différentes. Ceci interdit donc l'approche fractale habituelle, basée sur deux partitions indépendantes. La solution proposée consiste en une dilatation suivie d'une translation appliquées à chaque polygone destination, afin de générer le support de leur bloc source. Ce principe est détaillé dans la section 3. Libérée de la contrainte que constitue l'appartenance des blocs source à une partition, la recherche des collages devient plus souple.

*Ce travail est réalisé dans le cadre du projet ACCORD entre le GdR-PRC ISIS, le CCETT et le CNET.

Ceci permet en outre de calculer localement l'IFS et par là même de coder par fractales des régions (objets) indépendants dans l'image.

2 Partition de Voronoï

Un partitionnement de Voronoï de l'espace métrique $(\mathbb{R}^2, d)$ est un découpage nécessitant la connaissance *a priori* d'un ensemble de points de $\mathbb{R}^2$, appelés germes.

2.1 Définition

Définition 2.1 — *La polygonalisation de Voronoï d'un ensemble S de points de $\mathbb{R}^2$ est une partition du plan en régions $Vor_S(p)$ définies par [1] :*

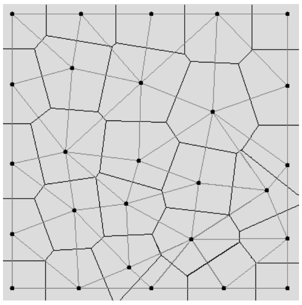
$$Vor_S(p) = \{m \in \mathbb{R}^2,\ d(m,p) \leqslant d(m,q), \forall q \in S - p\}, \quad (1)$$

Si d est la distance Euclidienne, alors chaque région est un polygone convexe. Un des grands intérêts de ce mode de partitionnement est que la connaissance de l'ensemble S caractérise exactement la partition. C'est cet ensemble, et non la partition qui est mémorisé.

Remarque. Le graphe liant les germes dont les polygones ont une frontière commune est le graphe en triangles de Delaunay.

2.2 Construction par Division-Fusion

Connaissant l'ensemble S des germes, la construction de la partition de Voronoï est immédiate. Par contre, le problème inverse consistant à trouver l'ensemble S associé à une partition donnée, est plus délicat, celle ci n'étant pas nécessairement une partition de Voronoï.



Une approche par **Division-Fusion** a été retenue pour la construction d'une partition de Voronoï adaptée au contenu d'une image (constituée de polygones homogènes). Celle-ci se caractérise par les trois phases suivantes :

1. La phase d'**initialisation** consiste en un ensemencement de germes aléatoire ou selon les informations d'une détection de contours. A partir de ces germes, une première partition est construite.
2. La phase de **division** permet le découpage des polygones de contenu (niveaux de gris) non homogène. Celle-ci s'obtient par l'ajout de nouveaux germes dans le voisinage du germe dont le polygone est à diviser (Figure 1.a).
3. La phase de **fusion** consiste à regrouper plusieurs polygones adjacents homogènes de même valeur moyenne de niveaux de gris. Les propriétés de la partition sont conservées tout en réduisant le nombre total de germes, et donc le coût de mémorisation (Figure 1.b).

Les phases de divisions et de fusion sont alternativement appliquées de manière à converger vers un partitionnement de l'image, *fin* sur les zones riches en détails et *grossier* sur les zones peu texturées.

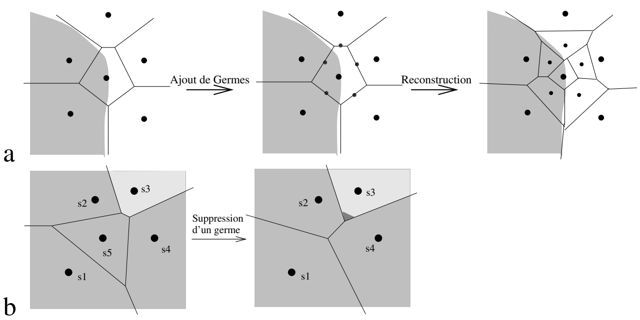


FIG. 1 — Illustration du processus de division (a) et de fusion (b).

3 Compression par fractales

Il existe de nombreuses approches du codage d'images fixes par IFS, toutes basées sur un découpage de l'image en blocs (figure 2). Différents partitionnements ont été étudiés de façon à minimiser le nombre de fonctions de collage, tout en codant au mieux les similarités inter-blocs. En allant du plus rigide au plus souple, les partitionnements déjà explorés sont : carré [6], quadtree [7], H-V [8], triangulaire adaptatif (Delaunay) [2, 3].

Malgré les différences liées à la nature de la partition sur laquelle elles reposent, ces méthodes ont toutes en commun

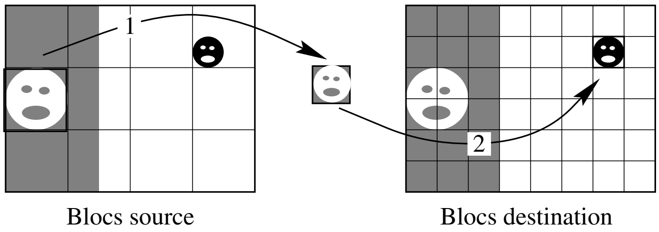


FIG. 2 — L'identification d'un collage, se fait par la connaissance d'un bloc destination et du bloc source qui l'approxime le mieux au travers d'une fonction affine. Cette fonction est autant que possible contractante sur $\mathbb{R}^2$ (1), mais agit également sur l'espace des luminances (2).

l'utilisation d'un ensemble prédéfini de blocs sources, généralement réunis à l'intérieur d'un second partitionnement (partitionnement source). La construction de l'IFS repose sur la recherche de transformations w_i associant à chaque i^{eme} bloc destination un bloc source antécédent parmi tous ceux de la partition source.

4 Fractales et polygones

4.1 Problématique

L'utilisation d'un partitionnement polygonal irrégulier comme support d'un IFS, soulève une difficulté pour la construction des collages. Les fonctions affines, habituellement utilisées, ne permettent pas de transformer un polygone de forme quelconque en un autre polygone de forme différente. On pourrait recourir à des fonctions plus complexes (en découpant, par exemple, chaque polygone en triangles), mais ceci irait à l'encontre de la minimisation du volume de mémorisation de l'IFS. Pour chaque polygone destination, il faut donc générer un bloc source.

4.2 Résolution

La construction d'un IFS n'impose pas que les blocs source soient issus d'une partition. La structure de ceux-ci peut donc être obtenue par une dilatation de celle de leur bloc destination. De cette manière, une transformation affine sera en mesure d'assurer le collage du contenu de l'un sur l'autre. La figure 3 illustre le procédé.

Remarque. Le positionnement de la structure polygonale dilatée n'est pas contraint. Ceci offre un nombre élevé de collages potentiels. De même, le facteur de contraction d peu prendre un nombre infini de valeurs.

4.3 IFS global

Le facteur de dilatation d permettant de construire la structure du bloc source (figure 3, phase 1), doit vérifier deux deux contraintes. Il doit d'une part assurer la contraction de l'IFS pour que celui-ci ait un point fixe et pour cela être supérieur a 1. Il doit d'autre part ne pas être trop élevé, de facon á ne pas créer de polygones dont une partie sortirait du

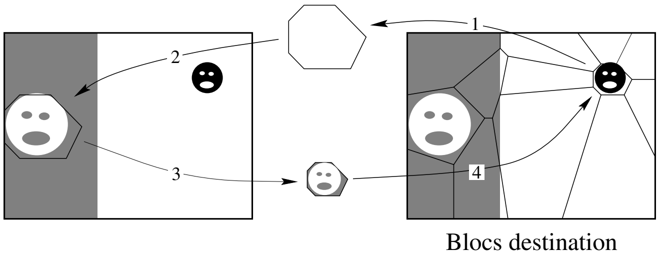


FIG. 3 — La structure du polygone destination est extraite et dilatée d'un facteur d (1) puis positionnée sur la zone permettant le meilleur collage (2). Le polygone source ainsi formé est contracté d'un facteur d (3) et sa luminance est modifiée par une fonction affine (4).

support de l'image. Une étude de la qualité des collages en fonction de d, pour un même positionnement, montre une forte dominance des valeurs proches de 2. Or la mémorisation, pour chaque collage, de la meilleure valeur de d, est coûteuse. En fixant $d = 2$ pour tous les collages, la perte sur la qualité de la reconstruction n'est, au maximum, que d'un demi décibel.

Pour limiter les recherches, les positionnements du polygone dilaté (figure 3, phase 2) sont effectués sur les germes de la partition destination, sous l'hypothèse que ceux-ci soient en concentration plus élevée dans les zone riches en détails. Une recherche plus méticuleuse est ainsi obtenue dans les zones riches de l'image, ce qui accroît la probabilité de trouver un bon collage. D'un autre côté, les zones homogènes, n'ayant que peu d'informations, sont couvertes par peu de germes et ainsi étudiées plus succinctement. Une telle recherche du meilleur collage, revient à considérer la construction d'un IFS dit *global*, dans la mesure où le germe choisi pour le positionnement n'est généralement pas celui qui est associé au polygone destination. La figure 4 présente la phase de décodage.

4.4 IFS local

Définition 4.1* — *On appelle IFS local, un IFS constitué de collages locaux. Un collage est dit local, si le bloc source est dans le voisinage de son bloc destination.

Dans une optique similaire, Dudbridge a proposé dans [5, 4] un mode de construction d'IFS local sur un partitionnement en carrés. Mais, les résultats de cette approche sont décevants, car l'ensemble de recherche du bloc source est trop petit, ce que même l'utilisation d'une fonction de collage plus complexe ne suffit pas à compenser.

Dans le cas des IFS polygonaux, il est possible de moduler la contrainte de localité, de manière à définir un voisinage suffisamment vaste pour permettre un collage de qualité, et suffisamment restreint pour que la notion de localité ait un sens. La figure 5 propose une classification des polygones de la partition selon un critère sémantique (nous supposerons ici que nous disposons au préalable d'une telle classification). La recherche du bloc source associé au bloc destination d'une classe donnée, se fait alors dans la zone couverte par l'union des polygones de la classe.

L'avantage d'une telle recherche, est de permettre le décodage d'un objet (de l'union des polygones d'une même classe) indépendamment du décodage d'une autre objet. Il est ainsi possible de définir, *a posteriori*, une priorité de décodage entre les objets. Par exemple, si l'objet *visage* est jugé prioritaire sur l'objet *vase*, alors les collages du *visage* seront transmis avant ceux du *vase*. L'utilisateur verra alors le *visage* se construire avant même que les informations liées au *vase* ne soient disponibles.

FIG. 4 — Itérations successives illustrant le décodage par fractales basées sur une partition de Voronoï : Partitionnement de l'image en 2906 polygones (représentation des seuls germes de la partition), 1^{ere} et 3^{eme} itérations, puis 7^{eme} (dernière) itération : PSNR=32.4db.

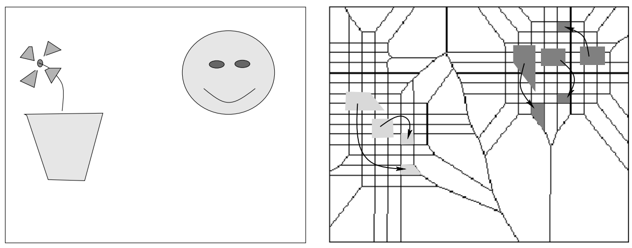


FIG. 5 — La construction d'un IFS local, oblige le bloc source à être dans le voisinage de son bloc destination. La définition d'objets sémantiques, est une forme de voisinage intéressante.

Selon cette notion de priorité, on peut également décider d'une quantification des coefficients avec priorité, permettant aux collages des objets d'être transmis sur un nombre de bits dépendant de leur priorité. Les collages étant locaux à leurs objets, la piètre qualité de reconstruction de l'un n'influe pas sur celle des autres.

Un dernier avantage d'un IFS local, est la possibilité de paralléliser sa construction et son itération, chaque objet étant indépendant des autres.

4.5 Polygones *versus* triangles

Notre approche basée polygones peut s'apparenter à une méthode basée sur un découpage triangulaire, dans la mesure où elle fait appel à un partitionnement souple. Les points ci-dessous ainsi que la figure 6, énoncent les divergences des deux approches cosidérées dans cet article :

FIG. 6 — Principes de collage. A gauche : deux triangulations de Delaunay. A Droite : une seule polygonalisation de Voronoï.

- Pour l'un, les blocs sont des triangles. Pour l'autre, les blocs sont des polygones non contraints, ayant un nombre de côtés variable.
- Pour un nombre de germes fixé, la polygonalisation de Voronoï contient moins de blocs que le patitionnement dual de Delaunay.
- Le calcul d'un IFS nécessite habituellement deux partitions triangulaires, et seulement une seule partition polygonale.
- Le facteur de contraction varie pour chaque collage de triangle, mais prend une valeur fixée pour un collage sur un polygone.
- La fonction de collage d'un triangle sur un autre est une transformation affine. Elle n'est affine que sur la luminance lorsque l'on considère des polygones. La transformation spatiale d'un polygone ne fait quant à elle intervenir qu'un coefficient de contraction et un vecteur de translation.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une approche novatrice de compression d'images fixes par fractales, basée sur un découpage de l'image en polygones irréguliers de Voronoï. Pour la génération d'une telle partition adaptée au contenu de

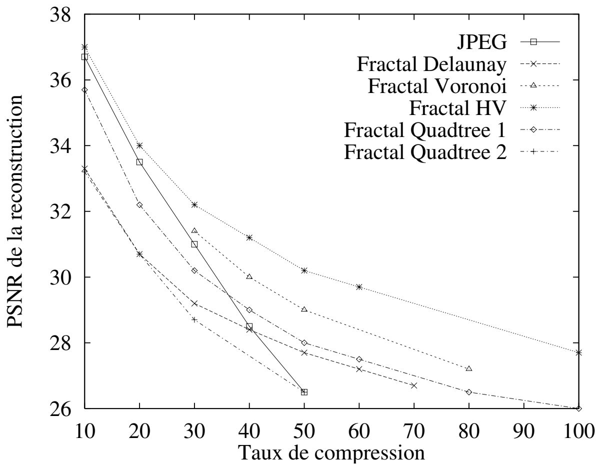


FIG. 7 — Comportement de différents algorithmes de compression sur l'image lena 512×512.

son image support, nous avons mis en œuvre le principe de *division-fusion*. Cependant, l'utilisation de blocs polygonaux nous a conduit à revoir le schéma de recherche des collages d'un IFS. Dans un premier temps, les travaux ont abouti à un algorithme de construction d'IFS global, c'est à dire sans contrainte sur le positionnement des blocs source, par rapport au bloc destination associé. Des premiers résultats montrent l'apport de cette nouvelle méthode et son bon comportement à fort taux de compression, face à JPEG (figure 7). L'algorithme repose sur une classification implicite du contenu des blocs source et destination, qui est fonction de la distribution spatiale, sur le support de l'image, des germes de Vorinoï de la partition adaptée.

Pour l'heure, nous exploitons les possibilités très prometteuses des IFS polygonaux locaux, qui ouvrent la voie à des codeurs fractals orientés objets.

Références

[1] E. Bertin. Diagrammes de Voronoï 2D et 3D : Applications en analyse d'images. *Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble I, France*, 1994.

[2] F. Davoine. Compression d'images par fractales basée sur la triangulation de Delaunay. *Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, France*, 1995.

[3] F. Davoine, E. Bertin, and J. M. Chassery. An adaptive partition for fractal image coding. *Fractals*, 1997.

[4] F. Dudbridge. Fast image coding by a hierarchical fractal construction. In *Preprint of the UCSD, San-Diego*, 1995.

[5] F. Dudbridge. *Least-Squares Block Coding by Fractal Functions*, pages 229–241. In Fisher [6], 1995.

[6] Y. Fisher, editor. *Fractal Image Compression : Theory and Application to Digital Images*. Springer Verlag, New York, 1995.

[7] Y. Fisher. *Fractal Image Compression with Quadtrees*, pages 55–77. In Fisher [6], 1995.

[8] Y. Fisher and S. Menlove. *Fractal Encoding with HV Partitions*, pages 119–136. In Fisher [6], 1995.