

# Mammographie ultrasonore en champ proche

## Near-Field Ultrasound Mammography

**Serge Mensah , Émilie Franceschini et Jean-Pierre Lefevre**

CNRS – Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique ;  
31 chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille, Cedex 20, France

Manuscrit reçu le 7 décembre 2005

### Résumé et mots clés

Nous introduisons par cette note une formulation originale en champ proche, du champ ultrasonore diffracté par un organe faiblement contrasté – le sein – (Approximation de Born). Cette formulation est fondée sur le principe d'Huygens-Fresnel qui construit ce champ sur la base d'un schéma interférentiel à partir des sources secondaires sphériques. Cette approche nous amène à définir une nouvelle transformée de Fourier dite « elliptique » dont le spectre (du même nom) s'établit sur une famille de fonctions de base – les composantes harmoniques – qui présentent un support spatial ellipsoïdal caractéristique des senseurs actifs multi-statiques. Ces projections elliptiques nous permettent de définir la transformée de Radon Elliptique qui fonde une extension en champ proche du théorème coupe-projection. Grâce à ces transformées spectrale et tomographique, nous montrons qu'il est possible de reconstruire les cartographies de fluctuation d'impédance en réflexion et de célérité en transmission. Nous observons que l'algorithme est très proche de celui universellement utilisé en champ lointain, basé sur une décomposition harmonique de type ondes planes. Cette formulation nous permet, à l'instar de l'échographie, de jeter les bases de la tomographie ductale offrant une inspection systématique de chaque lobe en vue de la détection précoce du cancer du sein. Dans ce but, des fantômes numériques anatomiques 2D de sein correspondant à une coupe axiale de la structure ductolobulaire dans des situations saines et pathologiques sont développés, afin de valider les modèles précités d'analyse et d'inversion des données en champ proche. Ils permettent aussi une comparaison réaliste des procédés échographique (référence du radiologue) et tomographique, avec, pour cette dernière modalité, un avantage confirmé.

**Ultrasons, tomographie de diffraction, champ proche, fantôme anatomique de sein.**

### Abstract and key words

We introduce in this note a near-field formulation of the acoustic field scattered by a fluid object supposed to be weakly heterogeneous (Born approximation). This derivation is based on the Huygens-Fresnel principle that describes the scattered field as the result of the interferential scheme of all the secondary spherical waves. This derivation leads us to define a new Fourier transform that we name the Elliptical Fourier transform. The latter provides an elliptical spectrum whose harmonic components, the weighted elementary basis functions, have an elliptical spatial support. Based on these elliptical projections, we define the Elliptical Radon transform that allows us to establish a near-field extension of the Fourier Projection-Slice theorem. Thanks to these spectral and tomographic transforms, we show that it is possible to reconstruct either the impedance or the celerity maps of an acoustical model characterized in terms of impedance and celerity fluctuations. We observe that this formulation is very close to that one developed in the far field domain where the Radon transform pair is derived from an harmonic plane wave decomposition. This formulation allows us to introduce the Ductal Tomography, following the example of the Ductal Echography, that provides a systematic inspection of each mammary lobe, in order to reveal lesions at an early stage. In that aim, we develop 2D anatomic breast computer phantoms corresponding to an axial cross-section of the ductolobular structure in healthy and pathological situations. The goal is also, from the practitioner's point of view, to compare the recognized DE reference with the high potential tomographic approach.

Ultrasound, diffraction tomography, near-field, anatomic breast phantom.

## Remerciements

Cette étude est supportée par la ville de Marseille, la Région Provence-Alpes-Côte d'Azur, le Conseil Général 13, le CNRS-LMA. Les auteurs remercient Dominique AMY, radiologue à Aix-en-Provence, pour sa précieuse expertise et l'Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS) où les calculs furent effectués. Ils sont aussi reconnaissants à Chrysoula Tsogka (chercheur du CNRS) pour avoir gracieusement mis son code de propagation acoustique à leur disposition.

## 1. Introduction

La quête d'une information très large bande est devenue l'objectif commun des groupes de recherche en imagerie ultrasonore notamment en génie biomédical. Elle constitue une condition nécessaire, *i.d.* un gage, de qualité en termes de contraste et de résolution spatiale; ceux-ci sont les critères prépondérants d'un point de vue diagnostic. Le développement de méthodes quantitatives de reconstruction est un second objectif – l'objectif ultime – qui confère au système une plus grande spécificité en bénéficiant d'une aptitude à la caractérisation tissulaire plus fine car fondée sur une analyse multidimensionnelle. Le pouvoir discriminant est renforcé par le caractère objectif des données reconstruites permettant l'évaluation d'heuristiques automatiquement générées (aide au diagnostic). Par voie de conséquence, un principe essentiel doit être vérifié lors de l'élaboration d'une méthode efficace de reconstruction, c'est celui du respect de la nature de l'onde qui réalise l'encodage et le transport de l'information. Ne pas respecter, à travers un modèle approprié, le développement spatio-temporel de l'onde auscultatrice, entraîne irrémédiablement une perte relative de cohérence des données. Cette dernière induit une réduction de la couverture spectrale, notamment en hautes fréquences, de l'objet reconstruit en raison des sommations destructives induites par les aléas de phase. Or les critères de qualités d'une image convergent vers une couverture et une dynamique spectrales maximales. Toutefois, ce bruit, dont l'amplitude croît avec la distance du modèle à la réalité, peut facilement être réduit si l'on respecte la réalité physique sous-jacente, en particulier la forme spatiale et temporelle des ondes transmises et rétrodiffusées *i.d.* si l'on respecte les conditions de travail en champ proche. Peu nombreuses sont les approches d'imagerie qui parviennent à intégrer dans leur formalisme, ces caractéristiques physiques. Nous pouvons rendre hommage à l'oeuvre pionnière de Norton [1, 2] qui introduisit les fondements du travail en champ proche à partir d'ondes sphériques émises par un transducteur ponctuel large bande mobile sur une couronne circulaire. Il démontra que les projections acquises résultaient d'intégration surfacique du paramètre de réflectivité sur les fronts d'ondes sphériques. Toutefois, l'hypothèse fondamentale de la procédure de reconstruction imposait une décomposition de l'objet en harmoniques circulaires, et nécessitait l'utilisation de la transformée de

Hankel pour l'inversion des données. Celle-ci est reconnue comme étant numériquement instable, et en pratique, des hypothèses simplificatrices sont généralement adjointes afin d'en utiliser une forme asymptotique équivalente. La seconde limitation de ce travail précurseur réside en la configuration opératoire restreinte uniquement aux mesures en réflexion, l'émetteur et le récepteur étant confondus. D'autres travaux en diffraction virent le jour, les méthodes de reconstruction opéraient soit sur des données harmoniques, [3-6] soit encore, dans le but d'accroître le pouvoir de résolution, à partir de mesures multi-spectrales [7]. Cependant, ces solutions linéaires et non-linéaires au problème inverse présentent l'handicap majeur de nécessiter une grande quantité de ressources informatiques. Ceci est critique dans le cas spécifique de l'imagerie quantitative pour laquelle de nombreuses composantes harmoniques sont requises si l'on désire atteindre une qualité d'image comparable à celle des systèmes de diagnostic actuels. Dans l'espace dual, plusieurs chercheurs [8-10] ont mis en œuvre des approches directes en diffraction, en élaborant des algorithmes temporels qui passent outre la plupart des limitations des méthodes spectrales. Ces méthodes furent conçues dans le but de produire des images quantitatives à partir de mesures en diffraction bi- ou multistatiques, en s'efforçant de travailler en champ proche. Mais les hypothèses implicites de décomposition en ondes planes constituaient le plus souvent un « ingrédient » de base en totale incohérence avec les moyens d'imagerie mis en œuvre. Très récemment, des méthodes de reconstruction en domaine temporel, vouées à la tomographie thermoacoustique [11, 12], s'efforcent de reconstruire le coefficient d'absorption relative des tissus biologiques à partir de configurations de mesure cylindriques ou sphériques. Une condition de distance d'observation (plus grande que la longueur d'onde des signaux), autorise un développement simplificateur des formules, et permet d'effectuer des rétroprojections ainsi que des sommations pondérées des données temporelles le long de surfaces sphériques ou cylindriques. De tels développements nécessitent l'inversion d'une transformée de Radon généralisée (circulaire) [13]. Toutefois, là encore, aucune configuration multistatique n'est considérée, puisque pour ces systèmes d'imagerie activés par micro-ondes, la chaîne ultrasonore fonctionne en mode « passif ».

Enfin, plusieurs chercheurs se sont très tôt investis dans un travail de reconstruction quantitatif des paramètres acoustiques et tentèrent de restituer leur distribution, à partir de mesures en

diffraction, (atténuation et célérité [14], densité et compressibilité [15-17], impédance et célérité [18-20]). Dans cette note, nous proposons d'étendre, aux conditions de champ proche (utilisation d'ondes sphériques) et pour des signaux large-bande, l'analyse des systèmes travaillant en diffraction. Cette étude met en perspective l'analyse fondée sur la décomposition en ondes elliptiques. Ceci nous permet de séparer, au sein des effets de diffraction, selon que l'on travaille en transmission ou en réflexion, les contributions respectives des distributions de chacun des paramètres constitutifs des tissus. À partir de cette analyse, sous la condition opératoire d'une distance du point de mesure au voxel considéré plus grande que la longueur d'onde, nous élaborons un schéma de reconstruction bidimensionnelle, qui fournit un estimé de chacune des distributions d'impédance et de célérité. Le milieu virtuel de simulation considéré est idéalisé au sens où il est supposé être faiblement hétérogène, et où aucun processus d'absorption tissulaire n'est considéré. La procédure de reconstruction développée est fondée sur une extension en champ proche de la transformée de Radon, il s'agit d'une solution du problème inverse linéarisé qui exploite avantageusement un algorithme de Transformée de Fourier Rapide.

Cet article expose en premier lieu la modélisation acoustique – le problème direct – qui permet de prédire le champ diffracté susceptible d'être mesuré tout autour de l'organe à imager. Cette modélisation originale nécessite au préalable la définition d'un nouvel outil mathématique dénommé la «transformée de Fourier elliptique». La formulation du problème direct met en évidence la possibilité d'une séparation des paramètres mécaniques que sont l'impédance et la célérité du son en vue de leur reconstruction – le problème inverse –. Dans ce but le théorème coupe-projection en champ proche est démontré. Des simulations numériques académiques et plus réalistes (fantôme anatomique 2D d'un sein pathologique) illustrent l'intérêt de la méthode, nous soulignons les limitations en simulation actuelles relatives aux contraintes informatiques. Afin d'offrir un élément de comparaison avec la technique d'imagerie courante du sein qu'est l'échographie, et dont la tomographie est un prolongement naturel (cf. échographie «compound»), les fantômes anatomiques prennent en considération le contexte opératoire (patiente en décubitus dorsal ou ventral). Des reconstructions échographiques et tomographiques sont proposées.

## 2. Tomographie en champ proche

### 2.1 Définition de la Transformée de Fourier Elliptique

Soient un domaine compact  $\mathcal{D}$  de  $\mathbb{R}^N$   $N = 2, 3$ , support de l'organe à imager et la sphère d'acquisition (ou le cercle, dans le cas 2D)  $\mathcal{S}$  entourant le domaine compact  $\mathcal{D}$ . Le rayon de la sphère d'acquisition  $\mathcal{R}$  est tel que  $\forall x \in \mathcal{D}, \|x\| < \mathcal{R}$ . Un transducteur

situé en  $\mathbf{e}$ ,  $\mathbf{e} \in \mathcal{S}$ , émet une onde sphérique de pulsation  $\omega$ . Le champ diffracté par le milieu est enregistré en  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r} \in \mathcal{S}$ . Nous notons  $\mathbf{n}_{\phi, \theta}$  le vecteur unitaire porté par la médiatrice dans la direction d'incidence spécifiée par les angles (Fig. 1) :

$$\begin{aligned} \phi &= \pi + \frac{1}{2} (\text{angle}(\mathbf{e}) + \text{angle}(\mathbf{r})) && \text{l'angle d'incidence,} \\ \theta &= \frac{1}{2} |\text{angle}(\mathbf{e}) - \text{angle}(\mathbf{r})| && \text{l'angle de diffraction dans} \\ &&& \text{le plan } (\mathbf{e}, \mathbf{r}). \end{aligned}$$

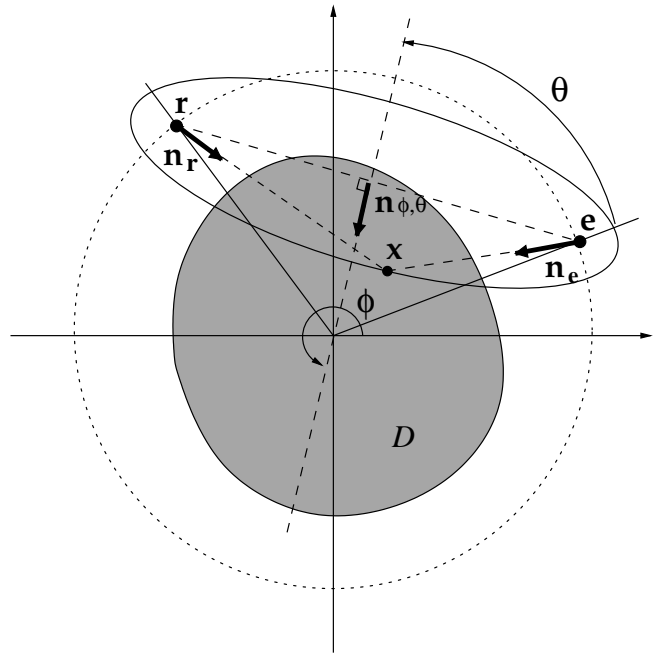


Figure 1. Géométrie d'acquisition en diffraction. En tomographie ultrasonore active, un transducteur  $\mathbf{e}$  (de taille inférieure à la demi-longueur d'onde) émet une onde sphérique qui est diffractée et enregistrée par un récepteur  $\mathbf{r}$  placé au voisinage immédiat sur la même surface sphérique entourant l'organe (i.e. le sein).

Nous définissons le vecteur d'onde elliptique  $\mathbf{K} = k \mathbf{n}_{\phi, \theta}$  et introduisons le produit scalaire elliptique attaché à une configuration fixée  $(\mathbf{e}, \mathbf{r})$  ou, à la forme équivalente  $(\phi, \theta)$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{K} \otimes \mathbf{x} &= -k \mathbf{n}_{\phi, \theta} \otimes \mathbf{x} \\ &\triangleq -k (\|\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\mathbf{K}}\| + \|\mathbf{x} - \mathbf{r}_{\mathbf{K}}\|). \end{aligned} \quad (1)$$

où  $k = \omega/c_0$  est le nombre d'onde de l'onde interrogatrice de célérité  $c_0$  dans le milieu hôte.

Soit  $f(\mathbf{x})$  une fonction «bien tempérée» définie sur  $\mathcal{D}$  et nulle partout ailleurs. Nous définissons la **Transformée de Fourier Elliptique**  $\mathcal{F}_{\mathcal{E}}$  par :

$$\mathcal{F}_{\mathcal{E}}(f(\mathbf{x})) = \tilde{f}(\mathbf{K}) = \int_{\mathcal{D}} f(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{K} \otimes \mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x}, \quad (2)$$

où la distance  $[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}$  s'exprime par :

$$[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} = 16 \pi^2 \|\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\mathbf{K}}\| \cdot \|\mathbf{x} - \mathbf{r}_{\mathbf{K}}\|. \quad (3)$$

Nous pouvons alors définir la **transformée de Fourier elliptique inverse** :

$$\mathcal{F}_\varepsilon^{-1}(\tilde{f}(\mathbf{K})) = f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int \tilde{f}(\mathbf{K})[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} d\mathbf{K}. \quad (4)$$

En effet,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_\varepsilon^{-1}(\tilde{f}(\mathbf{K})) &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int \tilde{f}(\mathbf{K})[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} d\mathbf{K} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N} \iint f(\mathbf{x}') \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}'}}{[\mathbf{x}']_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x}' [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} d\mathbf{K} \\ &= \int f(\mathbf{x}') \frac{1}{(2\pi)^N} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}{[\mathbf{x}']_{\mathbf{K}}} e^{i\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{x}')} d\mathbf{K} d\mathbf{x}' \end{aligned} \quad (5)$$

où nous avons noté  $\mathbf{K} \otimes (\mathbf{x}' \ominus \mathbf{x}) = \mathbf{K} \otimes \mathbf{x}' - \mathbf{K} \otimes \mathbf{x}$ , puisque le produit scalaire elliptique «  $\otimes$  » n'est pas distributif. La dernière intégrale est la distribution de Dirac :

$$\frac{1}{(2\pi)^N} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}{[\mathbf{x}']_{\mathbf{K}}} e^{i\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{x}')} d\mathbf{K} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (6)$$

Au sens des distributions, nous obtenons :

$$\mathcal{F}_\varepsilon^{-1}(\tilde{f}(\mathbf{K})) = \int f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}) \quad (7)$$

Ainsi, la transformée de Fourier Elliptique est une extension aux mesures en diffraction en champ proche, de la transformée de Fourier usuelle. Elle réalise une projection de la fonction analysée sur une base de fonctions elliptiques harmoniques :  $e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} = \text{constante}$ .

## 2.2 Le problème direct

Nous négligeons tous les phénomènes d'absorption-dispersion pour nous concentrer sur les seuls phénomènes de diffusion dus aux hétérogénéités ; éventuellement, pour envisager l'applicabilité de ces résultats, un compensateur de gain (Time Gain Compensation, TGC), doit être inséré. Nous spécifions le milieu hétérogène par ses distributions de densité  $\rho$  et de célérité  $c$ . L'évolution de la pression acoustique est gouvernée par l'équation d'onde suivante :

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \rho \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla P \right) = 0. \quad (8)$$

Soient  $\rho_0$ , et  $c_0$  les caractéristiques acoustiques du milieu hôte environnant. L'équation de propagation peut être écrite :

$$-\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \Delta P = \left( \frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_0^2} \right) \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{\nabla \rho}{\rho} \nabla P. \quad (9)$$

Nous introduisons les paramètres  $2\alpha = (c^2 - c_0^2)/c^2$  et  $\xi = \text{Log}(z/z_0)$  correspondant respectivement aux fluctuations quadratiques de célérité  $c$  et aux variations logarithmiques d'impédance  $z = \rho c$ . À partir du développement :

$$\frac{\nabla \rho}{\rho} = \nabla \left( \text{Log} \frac{z}{z_0} \right) + \frac{1}{2} \nabla (\text{Log}(1 - 2\alpha)), \quad (10)$$

et compte tenu du fait que les tissus biologiques sont faiblement hétérogènes ( $\alpha \sim \xi \sim 10^{-2}$ ), nous obtenons, au premier ordre en  $\alpha$ , une formulation en impédance-vitesse de l'équation de propagation [20] :

$$-\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \Delta P = -\frac{2\alpha}{c_0^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \nabla \alpha \cdot \nabla P + \nabla \xi \cdot \nabla P. \quad (11)$$

Nous excitons le milieu par une onde sphérique de pulsation  $\omega$ , le transducteur émetteur est situé en  $\mathbf{e}$  :

$$p_i(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \omega) = \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \quad (12)$$

La solution de l' Eq.(11) est  $P = p e^{-i\omega t}$ .  $p$  est la solution de l'équation de Helmholtz qui peut s'écrire sous forme intégrale :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}, \mathbf{e}, \omega) &= p_i(\mathbf{r}, \mathbf{e}, \omega) + \int_{\mathcal{D}} g(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \omega) [2k^2 \alpha(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \omega) \\ &\quad - \nabla \alpha(\mathbf{x}) \cdot \nabla p(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \omega) + \nabla \xi(\mathbf{x}) \cdot \nabla p(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \omega)] d\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (13)$$

où le volume d'intégration  $\mathcal{D}$  correspond aux supports compacts de  $\alpha$  et de  $\xi$ ,  $g$  est la fonction de Green en espace libre ; le champ diffracté est perçu en  $\mathbf{r}$  :

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \omega) = -\frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|}}{4\pi\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|}. \quad (14)$$

Dans toute cette note, nous supposons que les paramètres acoustiques sont décrits par des fonctions intégrables, définies sur  $\mathcal{D}$  et nulles ailleurs. Cela signifie entre autres, qu'elles présentent un nombre fini de points de discontinuité et d'extrema, entre lesquelles elles sont continues et monotones. Eventuellement elles peuvent être singulières si elles demeurent absolument convergentes. De plus, nous admettons que les phénomènes de diffraction sont suffisamment faibles pour linéariser le problème inverse (approximation de Born) ; le champ diffracté  $p_d$  devient :

$$p_d = \int g \{ 2k^2 \alpha p_i - \nabla \alpha \cdot \nabla p_i + \nabla \xi \cdot \nabla p_i \} d\mathbf{x} \quad (15)$$

En différentiant  $p_i$  :

$$\begin{aligned} \nabla p_i(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \omega) &= \\ \left( ik - \frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \right) \cdot \nabla (\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|) \cdot \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}. \end{aligned} \quad (16)$$

Dans l' Eq.(16), nous pouvons négliger  $\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}$  en comparaison de  $ik$ . En effet, pour les tissus mous,  $c_0 \approx 1540 \text{ m s}^{-1}$  ; et pour la zone de champ proche que nous considérons,  $\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\| \approx 10^{-2} m$ .

Les pulsations des composantes harmoniques constituant l'onde transmise sont généralement plus grandes que:  $\omega_{ref} = 2\pi \cdot 2.5 \cdot 10^6 \text{ rad s}^{-1}$ ; soit  $k \|\mathbf{x} - \mathbf{e}\| \approx 10^2 \text{ rad}$ . La distance d'observation est plus grande que la longueur d'onde.

Nous définissons  $\mathbf{n}_e$  (respectivement  $\mathbf{n}_r$ ) le vecteur unitaire porté par la droite émetteur (respectivement récepteur)-voxel que nous appelons l'axe  $\mathbf{e}-\mathbf{x}$  (respectivement l'axe  $\mathbf{x}-\mathbf{r}$ ):  $\mathbf{n}_e = \nabla (\|\mathbf{x} - \mathbf{e}\|)$ . Nous obtenons ainsi :

$$\nabla p_i(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \omega) \simeq ik \mathbf{n}_e \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}, \quad (17)$$

et la relation Eq.(15) s'écrit :

$$p_d = - \int \frac{e^{ik(\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|+\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|)}}{16\pi^2\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \{2k^2\alpha - ik \mathbf{n}_e [\nabla\alpha - \nabla\xi] \} d\mathbf{x}. \quad (18)$$

Conformément à la définition de la transformée de Fourier elliptique (cf. section 2.1), le champ diffracté Eq.(18) est :

$$p_d = - \int_{\mathcal{D}} \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} \{2k^2\alpha - ik \mathbf{n}_e [\nabla\alpha - \nabla\xi] \} d\mathbf{x}. \quad (19)$$

$p_d$  se réduit à :

$$p_d(\mathbf{K}) = -\mathcal{F}_{\mathcal{E}} \{2k^2\alpha - ik \mathbf{n}_e [\nabla\alpha - \nabla\xi] \} (\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k \mathbf{n}_{\phi,\theta}} \quad (20)$$

Notons  $\tilde{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}} = \mathcal{F}_{\mathcal{E}} [-ik(1 + \mathbf{n}_{e\mathbf{K}}\mathbf{n}_{r\mathbf{K}})]$ , la règle de dérivation donnée en annexe A conduit à l'expression :

$$p_d(\mathbf{K}) \approx - \{2k^2\tilde{\alpha}(\mathbf{K}) - ik [\tilde{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}} \otimes (\tilde{\alpha} - \tilde{\xi})] (\mathbf{K}) \}. \quad (21)$$

où « $\otimes$ » est la convolution elliptique (cf. annexe A), soit

$$p_d(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \omega) = -h(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \omega), \quad (22)$$

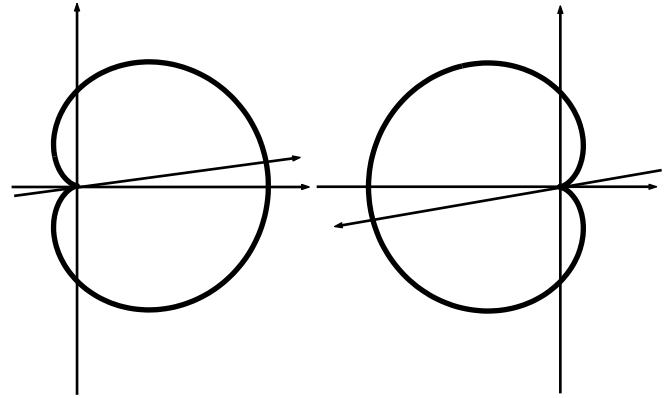
avec

$$h(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \omega) = k^2 [\mathcal{F}_{\mathcal{E}}(1 - \mathbf{n}_e \cdot \mathbf{n}_r) \otimes \tilde{\alpha} + \mathcal{F}_{\mathcal{E}}(1 + \mathbf{n}_e \cdot \mathbf{n}_r) \otimes \tilde{\xi}] (\mathbf{K}). \quad (23)$$

$\tilde{\alpha}(\mathbf{K})$  et  $\tilde{\xi}(\mathbf{K})$  sont les transformées de Fourier elliptique des fonctions  $\alpha(\mathbf{x})$  et  $\xi(\mathbf{x})$  :

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}(\mathbf{K}) &= \int \alpha(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x}, \\ \tilde{\xi}(\mathbf{K}) &= \int \xi(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (24)$$

$h$  représente la fonction de transfert elliptique du milieu pour une configuration de mesure fixée par  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{r}$ . Cette dernière associe, localement, deux paramètres présentant des fonctions de directivité opposées (Fig. 2) : l'impédance agit de manière prépondérante en réflexion, la célérité domine en transmission. L'objet composite reconstruit, résulte de la sommation des



(a) Directivité de la vitesse (b) Directivité d'impédance

Figure 2. Diagrammes de directivité de  $\alpha$  et  $\xi$  : les effets de célérité dominant en transmission a), les fluctuations d'impédance ont une contribution majeure sur la diffraction en réflexion b).

contributions élémentaires intégrées sur tout le volume de l'objet, chacune étant pondérée par l'index local de directivité.

Lorsque  $\mathbf{n}_e = \mathbf{n}_r$ , i.e. dans le mode de réflexion pure,

$$h(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \omega) = 2k^2 \tilde{\xi}(\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k \mathbf{n}_{\phi,0}}. \quad (25)$$

Lorsque  $\mathbf{n}_e = -\mathbf{n}_r$ , i.e. dans le mode de transmission pure,

$$h(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \omega) = 2k^2 \tilde{\alpha}(\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k \mathbf{n}_{\phi,\pi}}. \quad (26)$$

À ce niveau de développement, nous disposons d'un outil pratique permettant, parmi les données de champ proche, la séparation des contributions respectives des fluctuations d'impédance d'une part, de celles engendrées par les fluctuations de célérité d'autre part. Le procédé le plus simple qui réalise cette séparation, consiste à travailler soit en transmission soit en réflexion.

### 2.3 Le problème inverse

En appliquant la transformée de Fourier elliptique inverse aux spectres elliptiques, nous sommes en mesure de reconstruire soit la cartographie d'impédance, soit la cartographie de célérité. Dans ce but, le rôle de la procédure d'acquisition est de couvrir les domaines spectraux elliptiques respectifs avec la plus grande densité de points possible, en réalisant à la fois des balayages spatial et fréquentiel (signaux impulsionnels). Cependant en pratique, puisque les transducteurs sont à bande-passante finie, on ne peut espérer reconstruire uniquement qu'une version filtrée passe-bande (resp. passe-bas) de l'impédance (resp. de la célérité). De plus, plutôt que de mettre en oeuvre des transformées elliptiques multidimensionnelles coûteuses en temps de calcul, il est préférable d'utiliser une procédure de reconstruction qui exploite la transformée de Fourier classique, pour laquelle tant de systèmes optimisés existent. Dans ce but, nous définissons une extension en champ proche de la transformée de Radon  $\mathcal{R}_{\mathcal{E}}$ , nous limitons notre développement au cas bidimensionnel.



### 2.3.1 La transformée de Radon Elliptique et le théorème coupe-projection

Soit  $f(\mathbf{x})$  une fonction objet définie sur le domaine compact  $\mathcal{D}$  de  $\mathbb{R}^2$ .  $f$  représente soit les fluctuations quadratiques de célérité  $\alpha$ , soit la variation logarithmique d'impédance  $\xi$ . Nous définissons la transformée de Radon elliptique par :

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}_\varepsilon(f)](s, \phi, \theta) &= \int f(\mathbf{y}) \frac{\delta(s - (\|\mathbf{y} - \mathbf{e}\| + \|\mathbf{r} - \mathbf{y}\|))}{[\mathbf{y}]_{\phi, \theta}} d\mathbf{y} \\ &= \int f(\mathbf{y}) d\sigma_{\phi, \theta}(\mathbf{y}), \end{aligned} \quad (27)$$

$d\sigma_{\phi, \theta}(\mathbf{y})$  est l'ellipse  $s = \|\mathbf{y} - \mathbf{e}\| + \|\mathbf{r} - \mathbf{y}\|$  de foyers  $(\mathbf{e}, \mathbf{r}) \in \mathcal{S}^2$ . Il est clair que cette paramétrisation est surdéterminée, puisque la dimension du triplet  $(s, \phi, \theta)$  est  $N + 1$ , tandis que la fonction  $f$  ne dépend que de  $N = 2$  variables seulement. Aussi, dans un premier temps, nous fixons l'angle de diffraction  $\theta = \theta_0$  à une valeur constante. Si nous appliquons à la relation précédente, la transformée de Fourier standard,  $F_\phi$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} (F_\phi [\mathcal{R}_\varepsilon f])(S, \phi, \theta_0) &= \iint f(\mathbf{y}) \frac{\delta(s - \mathbf{n}_{\phi, \theta_0} \otimes \mathbf{y})}{[\mathbf{y}]_{\phi, \theta_0}} e^{-iSs} d\mathbf{y} ds \\ &= \int f(\mathbf{y}) \int \frac{\delta(s - \mathbf{n}_{\phi, \theta_0} \otimes \mathbf{y})}{[\mathbf{y}]_{\phi, \theta_0}} e^{-iS\mathbf{n}_{\phi, \theta_0} \otimes \mathbf{y}} ds d\mathbf{y}. \end{aligned} \quad (28)$$

Notons  $S\mathbf{n}_{\phi, \theta_0} = \mathbf{S}_\phi$ . Dans ce qui suit, il est entendu que l'angle de diffraction est constant  $\theta = \theta_0$ , aussi, nous délaissions ce paramètre dans les expressions :

$$(F_\phi [\mathcal{R}_\varepsilon f])(S, \phi) = \int f(\mathbf{y}) \frac{e^{-i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{y}}}{[\mathbf{y}]_\phi} d\mathbf{y} = \mathcal{F}_{\varepsilon|\phi}[f](S). \quad (29)$$

En conséquence, la transformée de Fourier standard appliquée à la transformée de Radon est une coupe du spectre elliptique de la fonction objet. Ce résultat peut être vu comme une extension en champ proche du théorème coupe-projection.

### 2.3.2 La procédure d'inversion

Nous sommes désormais en mesure d'inverser la transformée de Radon elliptique ; nous nous focalisons ici sur l'algorithme d'inversion ; considérant une fonction bidimensionnelle  $f$ , nous appliquons les transformées de Fourier elliptiques directe et inverse et obtenons :

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_\varepsilon(f)(\mathbf{K}) e^{i\mathbf{K} \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} d\mathbf{K} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \mathcal{F}_\varepsilon(f)(S, \phi) e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} S dS d\phi \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_{\varepsilon|\phi}(f)(S) |S| e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} dS d\phi \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}_{f, \phi}(S) |S| e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_{\phi} dS d\phi \end{aligned} \quad (30)$$

où  $\tilde{P}_{f, \phi}(S)$  est la transformée elliptique de  $f$  sous l'incidence  $\phi$ , il s'agit de la projection enregistrée,

Le schéma d'inversion est le suivant :

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \Pi_{f, \phi}(\mathbf{x}) d\phi, \quad (31)$$

est la somme des rétroprojections elliptiques  $\Pi_{f, \phi}(\mathbf{x})$  :

$$\begin{aligned} \Pi_{f, \phi}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \tilde{P}_{f, \phi}(S, \phi) |S| e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_{\phi} dS \\ &= \frac{[\mathbf{x}]_{\phi}}{2\pi} \int_0^{\infty} \tilde{P}_{f, \phi}(S, \phi) |S| e^{iSs} \delta(s - \mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}) dS \\ &= [\mathbf{x}]_{\phi} P_{f, \phi}^F(s = \mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}), \end{aligned} \quad (32)$$

des projections filtrées  $P_{f, \phi}^F$  :

$$\begin{aligned} P_{f, \phi}^F(s) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \tilde{P}_{f, \phi}(S, \phi) |S| e^{iSs} dS \\ &= F_\phi^{-1} [|\mathbf{K}| \tilde{P}_{f, \phi}(|\mathbf{K}|)]. \end{aligned} \quad (33)$$

En définitive, cet algorithme d'inversion s'avère tout à fait analogue, dans son expression, à l'algorithme classique de sommation des rétroprojections filtrées utilisé jusqu'à présent en tomographie numérique ; seule, la nature des projections diffère.

## 2.4 Simulations numériques

Afin d'évaluer la procédure de reconstruction, nous considérons un fantôme (de tissus biologiques) numérique 2D académique dont la réponse acoustique est calculée par une méthode d'éléments finis (FEM). Cette méthode modélise la propagation des ondes acoustiques dans le domaine temporel et est basée sur la discrétisation d'une formulation mixte célérité-pression pour l'acoustique. La discrétisation en espace est effectuée à l'aide d'éléments finis mixtes [21] et pour la discrétisation en temps, un schéma de différences finies centré d'ordre 2 est utilisé. La technique des couches parfaitement absorbantes (Perfectly Matched Layer, PML) permet de se ramener à un domaine de calcul borné [22]. Cette approche présente l'avantage de n'émettre aucune hypothèse supplémentaire autre que celles de l'acoustique linéaire, elle reproduit automatiquement les phénomènes de diffraction multiple, de réfraction et de réflexion.

Le pas spatial de la grille de calcul équivaut à 1/30 de la longueur d'onde. Une grille de  $1000 \times 1000$  pixels ( $\Delta x = 0.016$  mm,  $1.6$  cm  $\times$   $1.6$  cm) est utilisée. L'antenne circulaire est composée de 360 transducteurs ponctuels répartis uniformément, de fréquence centrale 2.5 MHz ( $\lambda = 0.6$  mm), elle a un rayon de  $R = 7.36$  mm. Chaque élément actif émet une impulsion large-bande. Les graphes temporel et spectral de l'impulsion sont tracés en Fig. 3. Le fantôme cylindrique académique, immergé dans l'eau, modélise des trous uniformément répartis le long d'une spirale (Fig. 4). Les rayons des trous sont respectivement,  $r_1 = r_1' = 1.32$  mm,  $r_2 = r_2' =$

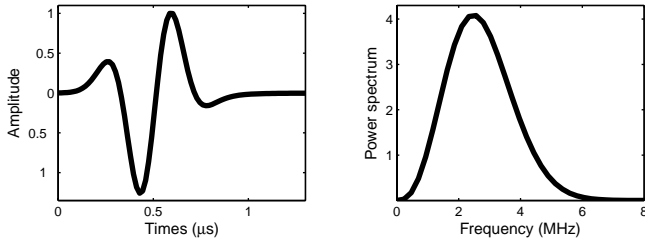


Figure 3. Formes incidentes temporelle et spectrale (2.5 MHz).

$r_1/2 = 0.66$  mm,  $r_3 = r_{3'} = r_1/4 = 0.33$  mm,  $r_4 = r_{4'} = r_1/8 = 0.165$  mm. Pour chaque paire, les trous de même diamètre présentent alternativement une variation d'impédance et une variation de célérité (Fig. 5). Les propriétés acoustiques du fantôme sont décrites en Table 1, elles présentent un écart type de 0,5% (milieux aléatoires).

Table 1. Caractéristiques acoustiques.

Milieu	Impédance MRayl	Célérité (m/s)	Densité (kg/m <sup>3</sup> )
Eau	1.5	1500	1000
Trous 1, 2, 3, 4	1.395	1500	930
Trous 1', 2', 3', 4'	1.5	1650	909,09

La Fig. 6 (a) décrit le tomogramme d'impédance reconstruit par la procédure de rétroprojection elliptique pour des données acquises en réflexion pure. On peut observer la qualité du contraste de l'image ainsi qu'un haut pouvoir de résolution : cette procédure de reconstruction nous permet de détecter des objets

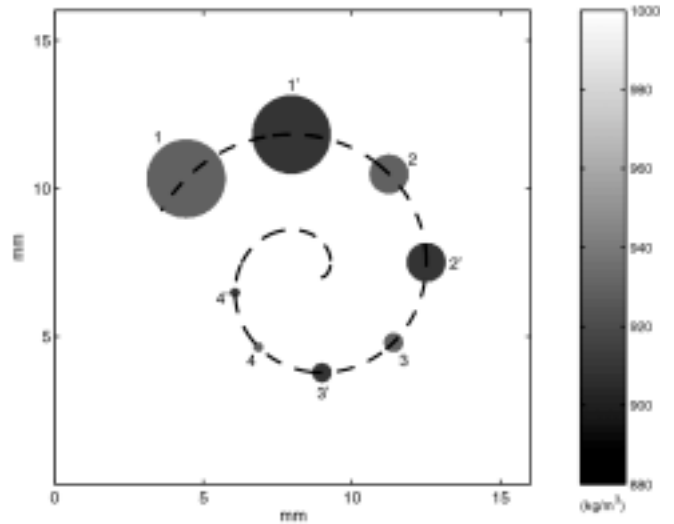
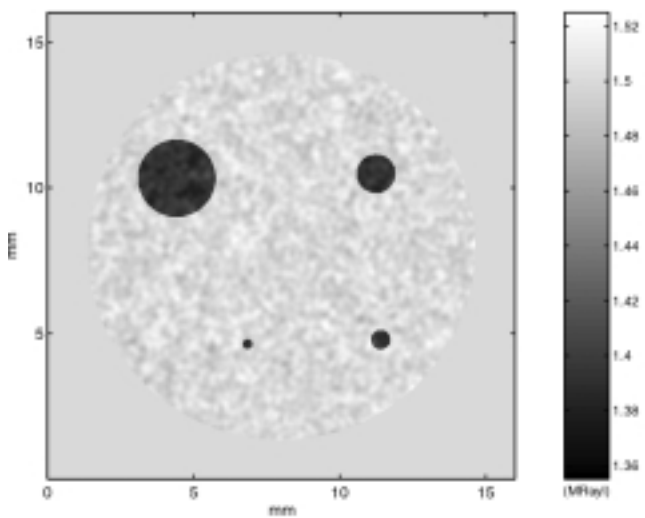
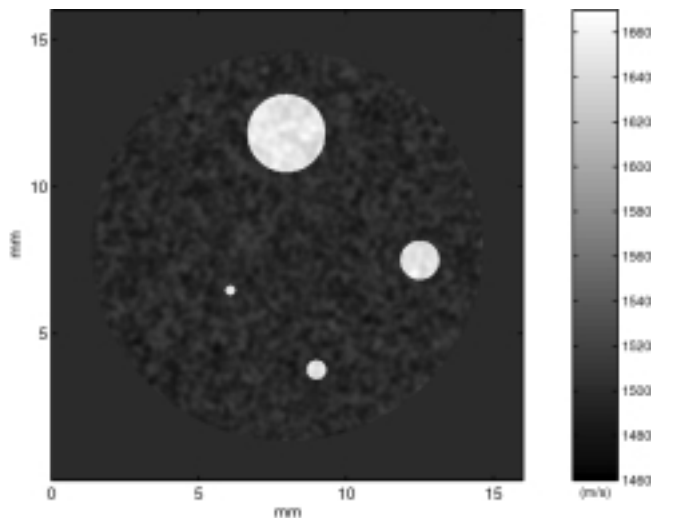


Figure 4. Carte de densité.

de l'ordre d'une demi-longueur d'onde (inclusion N°4), un objet de la taille de la longueur d'onde est résolu (inclusion N°3). Sur la Fig. 7 est illustré le tomogramme de l'objet reconstruit à partir de mesures en diffraction ( $\theta = 40^\circ$ ). Comme l'analyse théorique l'anticipait, on ne peut reconstruire qu'un objet composite résultant de l'addition des contributions des deux paramètres (impédance et célérité), tous deux pondérés par leur fonction de directivité. La Fig. 6 (b) montre la distribution de célérité reconstruite avec des données en transmission. Le temps de vol (TOF) entre l'émetteur et le récepteur est estimé par la technique du premier passage par zéro. En comparaison de l'image d'impédance, le contraste et la résolution sont plus pauvres en raison du caractère filtré passe-bas des projections issues des mesures



(a) Carte d'impédance (matrice 1.5 MRayl, inclusions (trous) 1.395 MRayls)



(b) Carte de célérité (matrice 1 500 m/s, inclusions (trous) 1 650 m/s)

Figure 5. Le fantôme numérique de la Fig. 4 présente des supports de contraste distincts (localisation des trous) des paramètres d'impédance et de célérité. L'écart type est  $\sigma = 0.5\%$ .

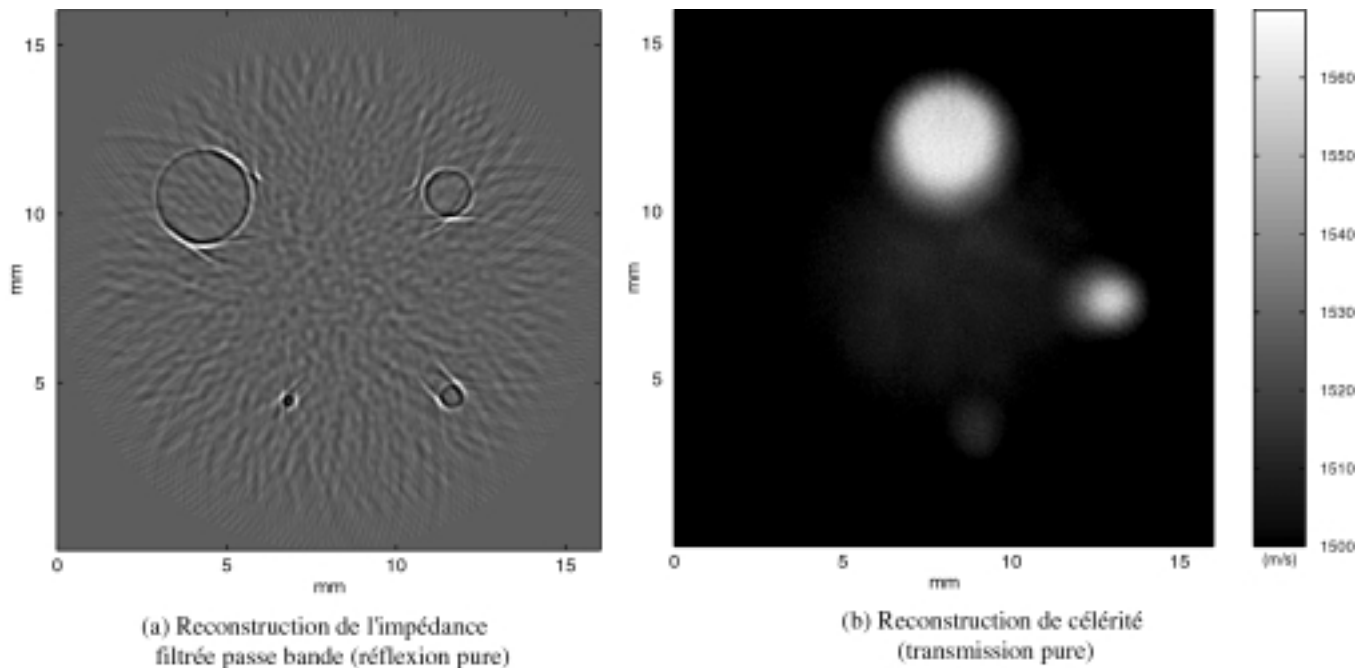


Figure 6. Reconstructions d'impédance (a) et de célérité (b) du fantôme numérique de la Fig. 4. Les paramètres acoustiques sont séparés par le protocole d'acquisition : travail en transmission pure ou en réflexion pure.

S

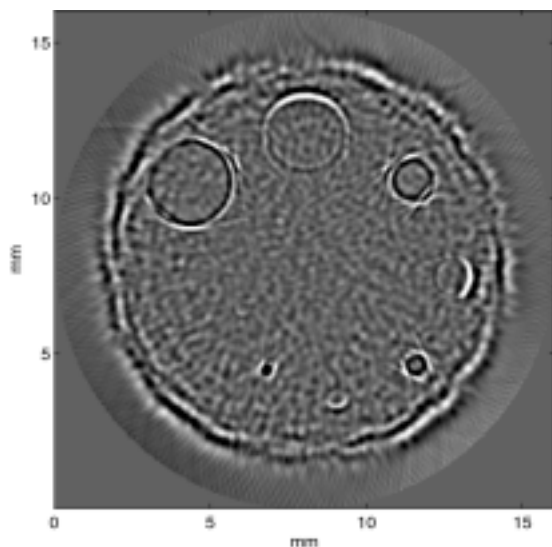


Figure 7. Objet composite reconstruit à partir de données acquises en diffraction ( $\theta = 40^\circ$ ). Les contributions des paramètres acoustiques sont additionnées et se superposent (se mélangent) sur l'image.

de temps de vol (intégration le long du trajet acoustique). En transmission, la procédure d'inversion permet la détection d'objets de l'ordre de la longueur d'onde, et la discrimination de défauts de taille équivalente à deux longueurs d'onde.

En conclusion, cette simulation numérique confirme, à partir de données acquises en champ proche, la possibilité d'une séparation des contributions des deux paramètres acoustiques. De plus, la connaissance des fonctions de directivité constitue une

information *a priori* remarquable, qui pourrait être utilisée dans le cadre d'une séparation optimale de données en diffraction redondantes. Afin de nous rapprocher des conditions opératoires du radiologue et d'acquérir une connaissance mécanique des tissus biologiques observés par voie ultrasonore, nous construisons des modèles réalistes de sein, ils nous permettront d'effectuer une comparaison des méthodes échographique et tomographique.

### 3. Fantômes anatomiques 2D de sein pour l'imagerie ultrasonore

#### 3.1 Nécessité de la reconnaissance de l'écho-anatomie

Le sein est un organe bien systématisé avec 15 ou 20 lobes centrés autour du mamelon suivant une distribution horaire. Chaque lobe contient un réseau de canaux galactophores et des lobules appelés structures épithéliales ou ductolobulaires [23] [24]. Les parois internes des structures ductolobulaires consistent en une couche de cellules épithéliales extrêmement mince d'épaisseur 50 microns. La figure 8 représente les « couches » de tissu successives constituant le sein sondées par les ultrasons. On distingue à partir du quadrant supérieur gauche, et dans le sens anti-horaire, la peau, la graisse, la distribution radiaire des lobes et les structures ductolobulaires. La plupart des cancers du sein (85 %) [25] débutent dans le tissu épithélial et se développent en



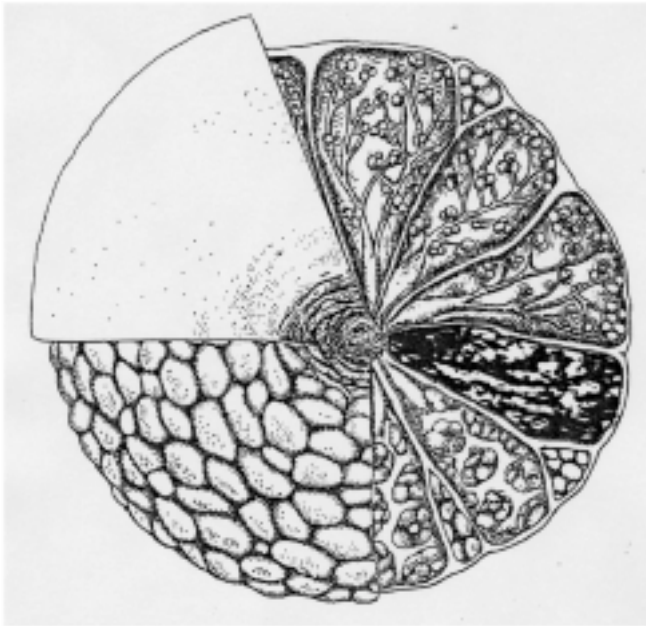


Figure 8. Distribution radiale des structures ductolobulaires [23].

premier lieu dans les structures ductolobulaires [23][24]. Par conséquent, l'observation de ces structures fournit des moyens directs pour quantifier les altérations causées par les pathologies mammaires dès qu'elles deviennent perceptibles. Malheureusement, les moyens de diagnostic conventionnels ne visualisent pas les structures épithéliales.

Trois techniques d'examen sont utilisées pour l'exploration mammaire :

- La mammographie à rayons X est l'examen standard. Son utilisation fut facilitée par son aspect pratique, sa simplicité, ses vues globales et rapides. Cependant, la mammographie ne restitue pas l'épithélium qui en raison de sa faible densité (quelques pour-cent des tissus mammaires) et de la minceur des couches n'induit pas un contraste suffisant sur l'image projetée. Les pathologies détectées sont limitées aux tissus affectés qui ont eu une période de développement assez longue pour produire une réaction du tissu conjonctif suffisamment dense pour être mammographiquement discernable.

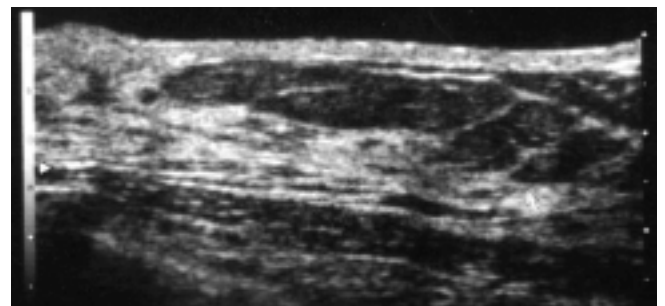
- La résonance magnétique nucléaire (RMN) et l'échographie sont les deux techniques permettant de visualiser parfaitement les trois tissus du sein (le tissu conjonctif, la graisse et la structure ductolobulaire). La RMN est de plus en plus utilisée pour l'examen des seins des jeunes femmes. Cependant, le rôle de la RMN est encore limité pour des raisons techniques et économiques.

- L'échographie est parfaitement adaptée à l'examen des tissus mous mais du fait d'une mauvaise utilisation, elle a vu son rôle relégué au rang de technique d'appoint.

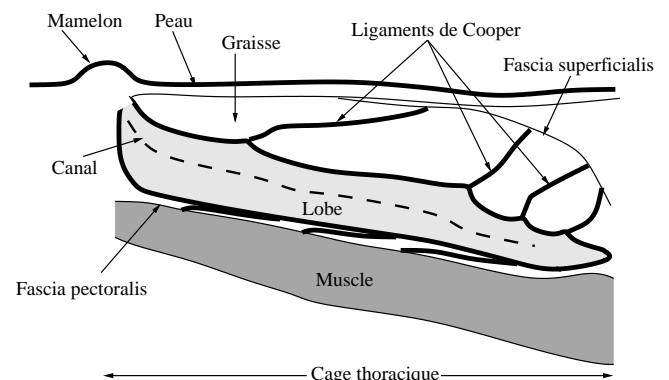
La qualité du diagnostic échographique est très opérateur dépendante, elle est fonction de l'incidence de la sonde et du choix des coupes effectuées. Le rôle initial de l'échographie a encore été limité par différents facteurs, tels que la taille et la

fréquence des premières sondes qui généraient des images de faible résolution. Celles-ci nécessitaient un effort d'interprétation important de la part du radiologue dont l'expertise était souvent le fruit d'une longue expérience pratique. L'échographie conventionnelle en effectuant uniquement des balayages orthogonaux à la trajectoire des canaux, néglige un élément de repérage important basé sur l'anatomie. Même si elle est très variable d'une patiente à l'autre, l'anatomie fournit non seulement un référentiel de positionnement, mais aussi une stratégie d'inspection de la glande mammaire : la pratique consiste à remonter le cours des canaux, du mamelon vers l'extrémité des lobes. De ce fait l'inspection est systématisée, adaptée au développement de la majorité des cancers, et la variance interopérateur est réduite ; à l'inverse l'échographie conventionnelle en négligeant les considérations anatomiques du sein introduit un manque de rigueur (hasard) dans l'inspection. D'autre part, la formation de voies est optimisée (exploitation de la redondance de l'information) pour un plan de coupe coplanaire à la sonde, elle est donc plus pertinente lorsque le galactophore est parallèle à la surface de la sonde.

En résumé, en échographie conventionnelle, les pathologies sont seulement détectées lorsqu'elles induisent une anomalie avec un contraste et un volume suffisants, visible quelque soit l'orientation du balayage (lésions de taille 5 mm). L'absence de guidage anatomique est l'une des principales causes de limitation de l'échographie au rang de technique d'appoint.



(a)



(b)

Figure 9. (a) Echographie Ductale (9MHz), aspect typique d'un lobe imagé du mamelon à la périphérie du sein. (b) Interprétation.

Une méthode d'examen basée sur l'identification des structures mammaires internes, *l'échographie ductale*, a été introduite en 1987 [24]. La sonde est déplacée à la surface du sein suivant un double mouvement rotatif périmamelonnaire, associé à un glissement longitudinal dans le grand axe du lobe afin d'être parallèle à la trajectoire du canal. La technique radiaire s'attache à l'analyse systématique de chaque lobe. La figure 9 montre une échographie ductale (à 9 MHz) et son interprétation. On distingue le lobe, les ligaments de Cooper, les fascias (superficialis et pectoralis), la graisse et la paroi thoracique. À l'intérieur du lobe, l'échographiste identifie les canaux et les lobules quand ils sont visibles et quantifie leurs altérations afin d'évoquer une pathologie mammaire.

Nous développons des techniques de tomographie ultrasonore visant à réduire le caractère opérateur-dépendant de l'échographie et à permettre une visualisation intelligible de l'épithélium. Les méthodes tomographiques font l'objet d'un intérêt croissant [26]-[29]. Un but important de ce domaine de recherche est d'améliorer la différenciation des tissus (et des cancers) en quantifiant la célérité, l'élasticité et l'atténuation des tissus et de plus, d'améliorer la qualité des images ultrasonores de réflectivité en utilisant les cartes de célérité et d'absorption [30]-[32]. Nous proposons de différencier les tissus du sein en utilisant non seulement ces paramètres mais aussi l'identification de l'anatomie du sein (à l'instar de l'échographie ductale).

### 3.2 Motivations

Plusieurs groupes ont tenté de mieux comprendre les causes physiques de la distorsion du front d'onde ultrasonore, soit en réalisant des mesures directes sur le sein [33][34], soit en proposant des modèles de tissus du sein. Des simulations de propagation ultrasonore ont été réalisées dans un simple modèle de sein bidimensionnel [35] afin d'étudier les limites de l'approximation de Born. Cependant, ce modèle demeure trop grossier. Une autre étude [36] simule la propagation des ultrasons dans la paroi abdominale en utilisant des coupes transversales anatomiques réalistes.

Le but de la présente étude est de développer des fantômes numériques anatomiques bidimensionnels de sein afin de tester les algorithmes de reconstruction et de générer des images ultrasonores. Le modèle de sein 2D que nous proposons ne prends pas en compte les effets de réfraction et de diffraction pouvant avoir lieu dans un réel sein 3D. Néanmoins, dans des situations pratiques courantes, à cause de limitations technologiques (acquisition des données, coût), les systèmes d'imagerie opérationnels sont des systèmes 2D. Des techniques de formation de voies sont employées afin de réduire les effets de diffraction 3D en considérant une tranche de 2 – 3 mm d'épaisseur constituant la région (le plan) d'intérêt. Par conséquent, nous supposons que les simulations 2D sont suffisantes afin de reproduire la propagation des ondes 3D focalisées dans les tissus réels.

Nous simulons la propagation ultrasonore dans le modèle de sein 2D à l'aide d'un code de propagation acoustique. Le fantôme anatomique 2D est une coupe axiale de la structure ductolobulaire dans des situations saine et pathologique. Les différents tissus sont modélisés par des milieux aléatoires présentant des fluctuations de célérité et d'impédance [37]-[40].

Le but est aussi de comparer, du point de vue qualitatif du praticien, l'échographie ductale (référence reconnue) avec l'approche tomographique à haut potentiel. Les systèmes actuels utilisant la tomographie de diffraction ultrasonore sont capables d'imager des coupes transversales du sein, du mamelon à la cage thoracique, et ensuite, par interpolation, de générer une vue 3D pour le sein entier. L'orientation de ces systèmes (perpendiculaire à la trajectoire des canaux) ne peut pas fournir une résolution et un contraste suffisants pour imager l'arborescence épithéliale. Une antenne semi-circulaire, qui permettrait d'imager des coupes sagittales de sein passant par le mamelon [Fig. 10], serait plus adaptée pour sonder l'arborescence épithéliale et révéler des lésions à un stade précoce.

Pour l'échographie ductale, nous simulons une barrette linéaire et pour la tomographie ductale, une antenne semi-circulaire est utilisée. Les images obtenues sont qualitativement comparées sur leur base anatomique.

### 3.3 Modélisation de la propagation des ondes

Nous simulons la propagation des ondes ultrasonores à l'aide d'une méthode d'éléments finis présentée au paragraphe 2.4. Cette méthode numérique modélise le sein comme un fluide de célérité et d'impédance variables. Les résultats expérimentaux présentés dans [41][42] ont démontré que dans les tissus mous, l'absorption des ondes de cisaillement est beaucoup plus grande que l'absorption des ondes de compression. Nous pouvons donc adopter un modèle acoustique aux fréquences (2-10 MHz) utilisées en imagerie ultrasonore pour le diagnostic.

Afin de réduire les temps de calcul, le modèle proposé ne prends pas en compte l'atténuation. Nous considérons que l'absence d'atténuation n'affecte pas les résultats puisque en imagerie échographique et tomographique de réflectivité, pour compenser l'atténuation due à la profondeur, il est nécessaire d'amplifier les échos profonds (TGC).

### 3.4 Fantômes numériques pour l'imagerie anatomique

Les milieux biologiques ne sont pas des milieux homogènes. On suppose ici que les diffuseurs sont distribués aléatoirement. Dans la plupart des cas, une sphère, un cylindre ou une configuration géométrique simple sont utilisés pour approximer la forme des diffuseurs [37][38][40]. Ainsi d'un point de vue statistique, des fonctions d'autocorrélation spatiales peuvent être utilisées pour décrire la taille, la forme, la distribution et les propriétés mécaniques du milieu. Afin de calculer la fonction d'au-

Tableau 2. Valeurs des différentes propriétés acoustiques des tissus pour le fantôme anatomique.

Milieu	Célérité moyenne (m/s)	Impédance moyenne (kRayl)	Milieu aléatoire	
			Ecart type (%)	Longueur de corrélation (mm)
Eau	1500	1500	–	–
Peau	1590	1733	2	0.21
Tissu conjonctif	1545	1730	2	0.21
Graisse	1470	1396	Bernouilli Gaussian	
Lobe	1550	1643	2	0.21
Muscle	1545	1622	0.8	0.42
Ectasie	1570-1620	1632-1684	2	0.03

tocorrélation, certains auteurs [38][40] ont proposé de calculer le facteur de forme de l'intensité acoustique. Le facteur de forme est proportionnel à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation et décrit la dépendance fréquentielle des diffuseurs. Nous avons choisi dans cette étude d'utiliser un facteur de forme Gaussien  $f$  largement utilisé dans la littérature [37][40] :

$$f(k) = e^{-\frac{a^2 k^2}{8}}, \quad a \in \mathbb{R}^*, \quad (34)$$

où  $k$  est le nombre d'onde et  $a$  est la longueur de corrélation Gaussienne qui représente le diamètre moyen des hétérogénéités. Le facteur de forme Gaussien représente une distribution d'impédance continument variable avec les tissus environnants. Un couple spécifique (longueur de corrélation, écart type) est donc attribué pour chaque tissu : il permet de quantifier les distributions de célérité et d'impédance qui varient autour de leur valeur moyenne. La génération d'un milieu aléatoire est décrite par Klimes [39].

La figure 10 représente les cartes de célérité et d'impédance (utilisées pour les simulations numériques) pour une section sagittale de sein passant par le mamelon pour un sujet sain (lobe droit) et dans la situation pathologique d'une prolifération de cellules endothéliales (ectasie : lobe gauche). Les cartes [Fig. 10 et 11] représentent les éléments successifs du sein sondés par les ultrasons : la peau, la graisse, le lobe, le tissu conjonctif qui est le tissu de maintien du lobe et des structures intra-lobulaires [24]. À chaque pixel de la carte sont attribuées une valeur de célérité et une valeur d'impédance supposées être représentatives du type de tissu et basée sur des résultats provenant de différents travaux [43]-[47].

L'écart type et la longueur de corrélation pour chaque type de tissu sont choisis afin de restituer (du point de vue d'un radiologue) une image échographique réaliste. Les longueurs de corrélation (et respectivement les écarts types) choisis pour les tissus conjonctifs (fasciae et ligaments de Cooper), la peau hyper échogénique et le lobe sont plus petites (respectivement plus

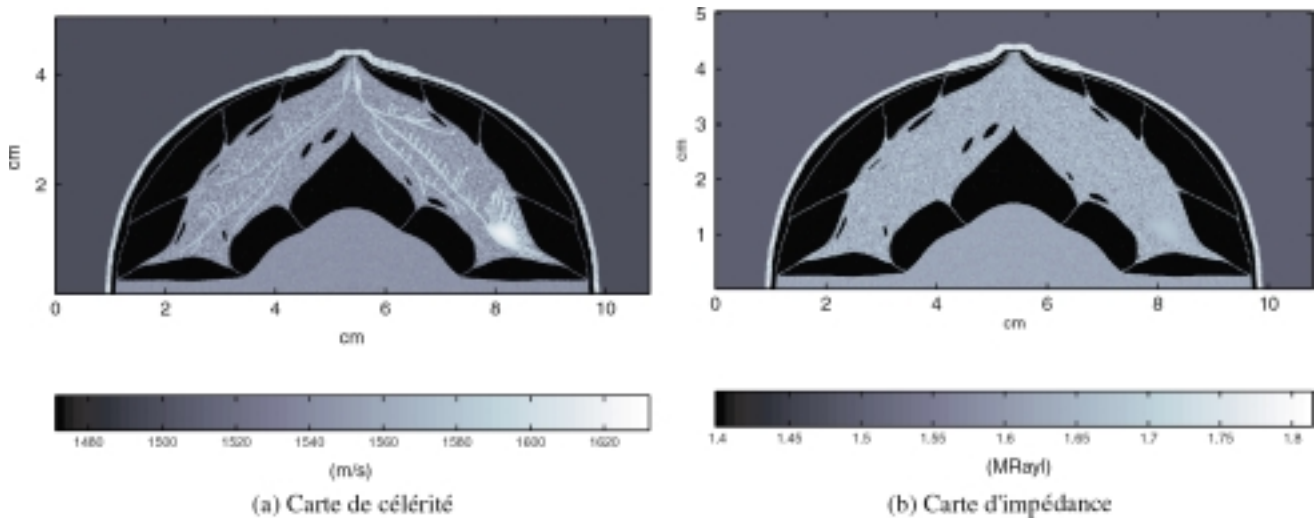


Figure 10. Fantôme numérique de sein pour la tomographie. La patiente est allongée sur le ventre sur un lit d'examen, son sein est immergé dans un bain d'eau.

grands) que ceux choisis pour les muscles pectoraux. La longueur de corrélation de l'ectasie est égale à  $30 \mu\text{m}$ , correspondant au diamètre moyen des diffuseurs d'un carcinome [40]. Afin d'obtenir le rendu échographique du tissu graisseux et considérant que la graisse est un milieu quasi-homogène contenant quelques diffuseurs, nous distribuons des diffuseurs selon une loi Bernouilli-Gaussienne. La distribution Bernouilli-Gaussienne est déduite d'une loi Gaussienne (un écart-type de 2 % et une longueur de corrélation de 0.2 mm) écrêtée à 90 % de l'écart type. Les valeurs des différents paramètres dans cette étude sont données au tableau 2.

Le code d'éléments finis (paragraphe 2.4) a été utilisé pour simuler la propagation des ondes cylindriques (simulations 2D) dans le fantôme. Le pas spatial de la grille de simulation est égal à un trentième de la longueur d'onde. Chaque simulation a été réalisé à l'IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique) utilisant un Compaq Linux Cluster incorporant 24 processeurs Alpha EV68 cadencés à 836MHz.

### 3.4.1 Fantôme numérique de sein pour la tomographie

Durant un examen tomographique, la patiente est allongée sur le ventre sur un lit d'examen, son sein est immergé dans un bain d'eau avec une antenne semi-circulaire autour de celui-ci. Pour le code d'éléments finis, une grille de simulation de  $2400 \times 1200$  pixels ( $\Delta x = 0.045 \text{ mm}$ ,  $10.8 \text{ cm} \times 5.4 \text{ cm}$ ) est utilisée [Fig. 10]. Des impulsions courtes sont émises à partir des transducteurs faisant face au quadrant reconstruit tous les  $0.25^\circ$ . Le temps total de calcul de la simulation de la propagation des ondes et de leur mesure est de l'ordre de 720 heures ( $360 \text{ tirs} \times 2 \text{ heures}$ ). En pratique ceci correspond au temps de « prise de vue » d'une coupe qui, pour une électronique dédiée, est de l'ordre de la seconde. On peut raisonnablement envisager une durée de reconstruction, fonction de la résolution de l'image, comprise entre 1mn ( $256 \times 512$  pixels) et 20 mn ( $1024 \times 2048$  pixels).

### 3.4.2 Fantôme numérique de sein pour l'échographie

Durant un examen clinique, la patiente est allongée sur le dos et son sein est aplati. Une poche d'eau est placée sur le transducteur et par conséquent, la peau est quasiment parallèle à la sonde. Pour le code d'éléments finis, une grille de simulation de  $4000 \times 2500$  pixels ( $\Delta x = 0.01 \text{ mm}$ ,  $4 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm}$ ) est utilisée. Les signaux sont enregistrés par 256 récepteurs simulant une barrette linéaire placée à 0.9 cm de la surface de la peau. Le temps de calcul pour la simulation totale est de l'ordre de 2800heures ( $256 \text{ tirs} \times 11 \text{ heures}$ ). En pratique, grâce aux dispositifs de formation de voies électronique, le temps d'acquisition d'une coupe est d'environ 1/20 de seconde.

La figure 11 représente les cartes de célérité et d'impédance pour une situation pathologique (ectasie).

### 3.5 Reconstructions échographique et tomographique

Une théorie unifiée mettant en relation l'imagerie utilisant la focalisation synthétique et la reconstruction par rétro-projection a été développée par de nombreux auteurs [48][49]. Cette théorie unifiée permet d'analyser les systèmes d'imagerie conventionnels actifs en terme d'analyse ellipsoïdale (c'est-à-dire en terme de projections ou rétroprojections sur des surface ellipsoïdales) et ainsi de mettre en avant les avantages que l'on peut attendre de la tomographie à rétroprojection elliptique par rapport à l'échographie conventionnelle [49]. La tomographie à rétroprojection elliptique a l'avantage d'offrir une haute résolution et est facile à implémenter.

L'objectif est de comparer la qualité des images échographiques et tomographiques. Afin de démontrer l'intérêt d'une méthode de reconstruction tomographique comparée à la technique d'échographie, nous avons volontairement choisi d'opérer à une fréquence quatre fois plus basse en tomographie qu'en échographie. De plus, ces fréquences sont souhaitables en tomographie pour une approche duale en réflexion et en transmission.

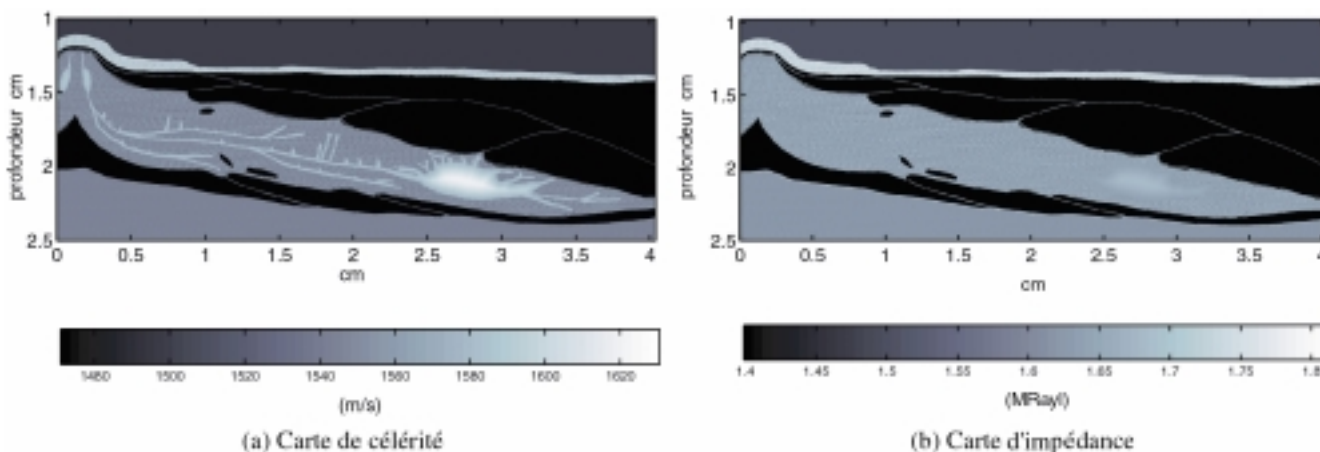


Figure 11. Fantôme numérique de sein pour l'échographie. La patiente est allongée sur le dos et son sein est aplati.



Pour l'**échographie**, nous modélisons une barrette linéaire multi-éléments de fréquence centrale 4 MHz comportant 256 éléments piézo-électriques. On peut noter ici que l'échographie ductale opère à des fréquences plus élevées (de 7 à 13 MHz). L'utilisation de fréquences plus basses (4 MHz) dans notre simulation est liée à la contrainte d'un temps de calcul acceptable [paragraphe 3.4.2]. Les éléments piézo-électriques sont simulés par des sources ponctuelles (qui jouent à la fois le rôle d'émetteur et récepteur), espacés régulièrement tous les  $\frac{\lambda_0}{3}$ .

Chaque groupe actif (ouverture) est composé de 32 éléments actifs. La focalisation à l'émission et à la réception est réalisée via formation de voies. Le balayage linéaire est constitué de 224 lignes de tir contenant chacune six points focaux situés à 1.1 cm, 1.35 cm, 1.6 cm, 1.85 cm, 2.1 cm et 2.35 cm, offrant une dynamique de 1 cm à 2.45 cm. L'image échographique reconstruite [Fig. 12] est générée en supposant que la propagation est rectiligne et que la célérité moyenne des tissus est de 1540 m/s (afin de déterminer l'intensité de l'écho à partir du temps de vol). Pour la **tomographie**, on considère une antenne semi-circulaire

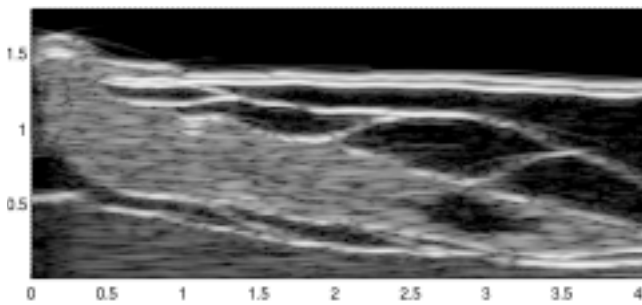


Figure 12. Reconstruction échographique (4 MHz), balayage linéaire.

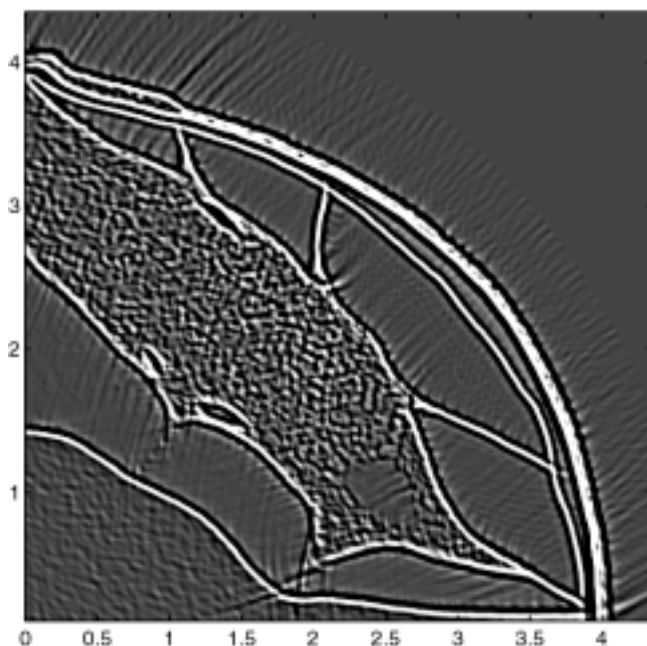


Figure 13. Reconstruction tomographique (1 MHz).

de rayon 5 cm composée de transducteurs (points sources) de fréquence centrale 1 MHz. Pour chaque tir, le champ de pression diffracté est mesuré sur une ouverture de  $20^\circ$  centré sur l'émetteur, avec un pas de  $0.25^\circ$ . La forme d'onde  $f(t)$  est donnée figure 3. L'image tomographique [Fig. 13] est reconstruite en utilisant l'algorithme de rétroprojection elliptique.

L'image d'échographie ductale (ED) simulée [Fig. 12] doit être comparée au fantôme de la figure 11. On peut observer que les principaux tissus (lobe, ligaments, graisse et zone rétro-aérolaire) sont correctement imagés. L'image ED révèle quelques limites échographiques classiques. La zone rétro-aérolaire, zone stratégique sensible au cancer, présente des artefacts (des échos parasites). Les bords de la lésion, de première importance d'un point de vue sémiologique, sont mal imagés quand ils sont parallèles à l'axe de la sonde. De plus, la texture des tissus est spatialement filtrée passe-bas (la fonction d'étalement d'un point – en anglais Point Spread Function PSF – d'un échographe est dépendant de la fréquence et non isotrope).

À l'opposé, l'image tomographique ductale (TD) [Fig. 13] révèle un speckle isotrope différent. Ces différentes distributions de speckle limitent la résolution latérale des images ED en comparaison des images TD. On peut qualitativement apprécier la présence des inclusions de graisse (non détectées par l'échographie) et la qualité du rendu de la zone rétro-aérolaire. Les bords de la lésion sont bien délimités alors que la fréquence centrale des signaux tomographiques est quatre fois plus petite que les impulsions échographiques. Dans les deux cas, les canaux ne sont pas visibles, puisque le contraste d'impédance est faible.

### 3.6 Les limites du fantôme numérique anatomique 2D

Comme toutes simulations de propagation dans les tissus biologiques [35][36], les simplifications des structures réelles des tissus limitent la validité des simulations de propagation dans les fantômes anatomiques de sein 2D présentées ici.

Premièrement, bien qu'une attention particulière ait été donnée aux valeurs de célérité et d'impédance afin qu'elles soient représentatives des tissus, le modèle est limité par l'incapacité à modéliser les détails microscopiques d'un milieu biologique. Aucune information histologique ni aucune information mécanique n'a été utilisée, excepté pour l'infiltration ductale dont la longueur de corrélation est égale à la taille des diamètres moyens des diffuseurs de  $30 \mu\text{m}$  (le diamètre moyen des diffuseurs pour les carcinomes étudiés dans [40]). Par conséquent, une analyse de l'image tomographique obtenue, basée sur la caractérisation de la microstructure des tissus, n'aurait aucun sens. De la même façon, le speckle résultant du milieu aléatoire des tissus simulés doit être différent du speckle qui proviendrait des diffuseurs réels. Dû au manque d'information sur la microstructure des tissus biologiques, nous sommes dans l'incapacité de mesurer qualitativement la qualité d'un système ultrasonore du point de vue de l'utilisateur final (anato-pathologistes, sénologues). Ceci souligne la nécessité d'une recherche reliant les domaines histologique et acoustique.



Une seconde limite de notre modèle de tissus est l'absence d'absorption. Pour un sujet sain, l'atténuation étant égalisée par TGC, l'absence du phénomène d'atténuation peut être justifiée. Pour les cas pathologiques où l'évaluation de la malignité d'une lésion est de première importance, le phénomène d'atténuation ne peut être négligé et le modèle numérique que nous proposons n'est pas adapté. Néanmoins, lorsque les effets de diffraction contribuent principalement à l'atténuation (par exemple dans le cas d'une lésion spéculaire), l'absence d'absorption ne devrait pas avoir d'impact sur les résultats. Des études seraient nécessaires pour confirmer cette hypothèse.

Par conséquent, l'utilisation du modèle numérique de sein présenté ici devrait être restreinte à l'imagerie et à la localisation des diffuseurs qui sont distribués de manière cohérente (interfaces des tissus) ou distribués de manière incohérente (textures).

### 3.7 Conclusion

En imagerie quantitative (paramétrique) aussi bien qu'en caractérisation tissulaire, l'utilisation pratique des ultrasons requiert de prendre en considération la véritable nature de l'onde transmise. En effet, aux distances de propagation généralement employées, le front d'onde réel de l'onde issue d'un élément actif d'une sonde, présente une forme qui est essentiellement sphérique, et une décomposition en onde plane est inadaptée.

Le calcul du champ diffracté par un objet biologique (défini en terme de densité et de célérité) révèle des projections ellipsoïdales tridimensionnelles (dépendantes du temps) sur des ellipsoïdes croissants dont les foyers sont localisés sur l'émetteur et sur le récepteur. L'amplitude de ces projections est conditionnée par les fluctuations d'impédance et de célérité. Ce constat a motivé le développement d'outils mathématiques permettant une décomposition en harmoniques ellipsoïdaux du champ diffracté, à l'image de ce qui est effectué implicitement par la transformée de Fourier standard ; la décomposition en ondes planes. Nous avons défini un produit scalaire et une paire de transformées de Fourier elliptiques qui nous ont permis de modéliser le spectre du champ diffracté comme une fonction de transfert elliptique. Celle-ci dépend des deux spectres elliptiques que sont l'impédance et la vitesse du son et qui présentent chacun des diagrammes de directivité locale opposés ; l'impédance prédomine en réflexion, la célérité conditionne les mesures en transmission. Ce constat offre la possibilité de reconstruire, selon le protocole d'acquisition, soit la cartographie d'impédance, soit la cartographie de célérité. Chacun de ces paramètres peut alors être estimé en utilisant une transformée de Fourier elliptique 2D inverse. Cependant, il est préférable d'exploiter, par le biais de la transformée de Radon inverse qui est introduite dans cette note, la transformée de Fourier Rapide 1D. Des simulations numériques reproduisant la propagation d'ondes ultrasonores dans un fantôme académique (ayant des

supports de contrastes, en impédance et en célérité, distincts) ont validé l'approche globale de reconstruction. Cette nouvelle théorie de la diffraction en champ proche pourrait avoir un fort potentiel d'applications, non seulement en imagerie ultrasonore, mais aussi, plus généralement en théorie des ondes.

Nous avons ensuite présenté un modèle acoustique numérique 2D de sein. Les principaux avantages de ce fantôme sont sa prise en compte de détails sub-millimétriques ainsi que les caractéristiques ultrasonores (amplitudes, textures) des différents types de tissus constituant le sein (lobe, tissus conjonctifs, graisse, muscle) en terme de cartes de célérité et d'impédance. Cependant, des modélisations précises nécessiteraient des simulations tridimensionnelles prenant en compte l'absorption et une description microscopique des tissus.

Ce fantôme constitue un outil informatique pour l'évaluation des techniques d'imagerie ultrasonore. Nous avons montré qu'il est possible de générer des images ultrasonores simulées réalistes. Ce fantôme de sein nous a permis de simuler une image échographique ductale, en utilisant une barrette linéaire (simulée) de 4 MHz, semblable à l'image échographique réelle [Fig. 9]. L'image échographique simulée a été comparée à l'image tomographique. Dans ce dernier cas, des ondes cylindriques de 1 MHz sont émises et mesurées par des transducteurs-ponctuels uniformément distribués sur une antenne semi-circulaire. Une comparaison qualitative de ces images révèle la supériorité de l'image tomographique à la fois en terme de contraste et de résolution.

Par ailleurs, nous espérons que ce modèle de sein offrira une meilleure compréhension de la composition et de la structure du sein et leurs interactions avec les ultrasons [34][35]. Une meilleure compréhension de ces interactions permettra d'améliorer le design des futurs équipements et de développer des techniques de caractérisation tissulaire.

Enfin, la tomographie offre la possibilité d'une imagerie quantitative qui signifie le diagnostic assisté par ordinateur. C'est le prochain défi de la tomographie ultrasonore ductale. Ce but pourra être atteint avec l'aide du design de fantômes numériques de sein réalistes et des expérimentations numériques basées sur des données cliniques.

## A. Transformée de Fourier elliptique : règle de dérivation

Soit à calculer, dans la direction  $\mathbf{n}_{e\mathbf{K}}$ , la valeur de la transformée de Fourier du gradient projeté,  $\mathbf{n}_{e\mathbf{K}} \cdot \nabla g(\mathbf{x})$ , d'une fonction paramètre  $g$  définie sur un support compact  $\mathcal{D}$ . Ce calcul est effectué à la position arbitraire  $\mathbf{K} = k \mathbf{n}_{\phi, \theta = \theta_0}$  du domaine spectral elliptique :

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_\varepsilon (\mathbf{n}_{e\mathbf{K}} \cdot \nabla g) (\mathbf{K}) &= \int \nabla g(\mathbf{x}) \mathbf{n}_{e\mathbf{K}}(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x} \\
&= \int \nabla \left( \frac{1}{(2\pi)^N} \int \tilde{g}(\Gamma) [\mathbf{x}]_{\Gamma} e^{i\Gamma\otimes\mathbf{x}} d\Gamma \right) \mathbf{n}_{e\mathbf{K}}(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x} \quad (35) \\
&= \int \frac{1}{(2\pi)^N} \left( \int \mathcal{K}_{\Gamma}(\mathbf{x}) \tilde{g}(\Gamma) \frac{[\mathbf{x}]_{\Gamma}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} e^{-i(\mathbf{K}-\Gamma)\otimes\mathbf{x}} d\Gamma \right) d\mathbf{x}
\end{aligned}$$

où pour une onde auscultatrice de vecteur d'onde  $\mathbf{K}$  :

$$\mathcal{K}_{\Gamma}(\mathbf{x}) = \left[ \mathbf{n}_{e\Gamma} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\Gamma}\|} - ik \right) + \mathbf{n}_{r\Gamma} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{r}_{\Gamma}\|} - ik \right) \right] \cdot \mathbf{n}_{e\mathbf{K}} \quad (36)$$

Alors l'Eq. 35 s'écrit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_\varepsilon (\mathbf{n}_{e\mathbf{K}} \cdot \nabla g(\mathbf{x})) &= \int \tilde{g}(\Gamma) \int \tilde{\mathcal{K}}_{\Gamma}(\mathbf{Z}) \frac{1}{(2\pi)^{2N}} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\Gamma} [\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} e^{-i(\mathbf{K}\ominus\Gamma\oplus\mathbf{Z})\otimes\mathbf{x}} d\mathbf{x} d\mathbf{Z} d\Gamma \\
&= \int \tilde{g}(\Gamma) \int \tilde{\mathcal{K}}_{\Gamma}(\mathbf{Z}) \delta(\mathbf{K} - \Gamma - \mathbf{Z}) d\mathbf{Z} d\Gamma \\
&= \int \tilde{g}(\Gamma) \tilde{\mathcal{K}}_{\Gamma}(\mathbf{K} - \Gamma) d\Gamma. \quad (37)
\end{aligned}$$

Pour des distances sonde-objet de l'ordre du centimètre et aux fréquences échographiques usuelles, les termes  $\frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\Gamma}\|}$  et  $\frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{r}_{\Gamma}\|}$  sont négligeables devant  $k$ , aussi

$$\mathcal{K}_{\Gamma}(\mathbf{x}) \simeq -ik [\mathbf{n}_{e\Gamma}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{r\Gamma}(\mathbf{x})] \cdot \mathbf{n}_{e\mathbf{K}}(\mathbf{x}). \quad (38)$$

$\mathcal{K}_{\Gamma}(\mathbf{x})$  est à variations très lentes suivant  $\mathbf{x}$ , l'étendue spectrale  $\tilde{\mathcal{K}}_{\Gamma}(\mathbf{K})$  est de l'ordre de  $c/2R$ . Elle est environ 300 fois plus faible que la fréquence centrale de l'ondelette transmise. En conséquence, l'angle  $(\widehat{\mathbf{K}, \Gamma}) < 1^\circ$ , et nous obtenons

$$\mathcal{K}_{\Gamma}(\mathbf{x}) \simeq \mathcal{K}_{\mathbf{K}}(\mathbf{x}) = -ik [1 + \mathbf{n}_{e\mathbf{K}}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_{r\mathbf{K}}(\mathbf{x})]. \quad (39)$$

Nous notons « $\otimes$ » la convolution (spectrale) elliptique définie par :

$$\tilde{g} \otimes \tilde{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}}(\mathbf{K}) = \int \tilde{g}(\Gamma) \tilde{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}}(\mathbf{K} - \Gamma) d\Gamma. \quad (40)$$

En résumé, nous venons d'établir la règle de dérivation :

$$\mathcal{F}_\varepsilon (\mathbf{n}_{e\mathbf{K}} \cdot \nabla g) (\mathbf{K}) \simeq \tilde{g} \otimes \tilde{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}}(\mathbf{K}). \quad (41)$$

Ce résultat étend la règle de dérivation classique élaborée sur la base d'une décomposition en ondes planes (par transformation de Fourier). En effet, dans ce dernier cas, l'intégrale intérieure se résumerait à la distribution  $-i2 \mathbf{n}_{\infty} \cdot \mathbf{K} \delta(\mathbf{K} - \Gamma)$  et conduirait au résultat  $\mathcal{F}_\varepsilon (\mathbf{n}_{\infty} \cdot \nabla g) (\mathbf{K}) \simeq 2 F(\mathbf{n}_{\infty} \cdot \nabla g) (\mathbf{K}) = -i2 \mathbf{n}_{\infty} \cdot \mathbf{K} F(g) (\mathbf{K})$ , la source/(recepteur)  $\mathbf{e}$  est placée à l'infini. Le facteur 2 résulte du fait que l'onde parcourt un aller-retour

entre la source et l'objet. En ce qui concerne la transformée de Fourier elliptique, le « vecteur de dérivation »  $\mathcal{K}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{n}_e}{\|\mathbf{x} - \mathbf{e}\|} + \frac{\mathbf{n}_r}{\|\mathbf{x} - \mathbf{r}\|} - ik(\mathbf{n}_e + \mathbf{n}_r)$  prend en compte la courbure du front d'onde elliptique.

Par ailleurs, si l'on travaille en

- réflexion,  $\mathbf{n}_{e\mathbf{K}} = \mathbf{n}_{r\mathbf{K}}$ ,  $\tilde{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}} = -2ik \delta(\mathbf{K})$ ,

- transmission  $\mathbf{n}_{e\mathbf{K}} = -\mathbf{n}_{r\mathbf{K}}$ ,  $\tilde{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}} = 0$ .

## Références

- [1] S.J. NORTON, *Reconstruction of a two-dimensional reflecting medium over a circular domain: exact solution*, J. Acoust. Soc. Am. 67, p. 1266-1273, 1980.
- [2] S.J. NORTON et M. LINZER, *Ultrasonic reflectivity imaging in three dimensions: exact inverse scattering solutions for plane, cylindrical and circular apertures*, IEEE Trans. Biomed. Eng. 28, p. 202-220, 1980.
- [3] A.J. DEVANEY, *Generalized projection slice theorem for fan beam diffraction tomography*, Ultrasonic Imaging 7, p. 264-275, 1988.
- [4] T.J. CAVICCHI et W.D. O'BRIEN, *Numerical study of higher-order diffraction tomography via the sinc basis moment method*, Ultrason. Imaging 11, p. 42-74, 1989.
- [5] P. GAN, R. LUDWIG et P.L. LEVIN, *Nonlinear diffractive inverse scattering for multiple scattering in inhomogeneous acoustic background media*, J. Acoust. Soc. Am. 97, p. 764-776, 1995.
- [6] T.D. MAST, A.I. NACHMAN et R.C. WAAG, *Focusing and imaging using eigenfunctions of the scattering operator*, J. Acoust. Soc. Am. 102, p. 715-725, 1997.
- [7] M.P. ANDRE, H.S. JARREE, G.P. OTTO, P.J. MARTIN et J.P. JONES, *Reduction of phase aberration in a diffraction tomography system for breast imaging*, Acoustical Imaging 22, p. 151-157, 1996.
- [8] S. POURJAVID et O. TRETIK, *Ultrasound imaging through time-domain diffraction tomography*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. 38, p. 74-85, 1991.
- [9] C.Q. LAN et W. XIONG, *An iterative method of ultrasonic reflection mode tomography*, IEEE Trans. Med. Imag. 13, p. 419-425, 1994.
- [10] T.D. MAST, *Wideband quantitative ultrasonic imaging by time-domain diffraction tomography*, J. Acoust. Soc. Am. 106(6), p. 3061-3071, 1999.
- [11] M.H. XU et L.H. WANG, *Time-domain reconstruction for thermoacoustic tomography in a spherical geometry*, IEEE Trans. Med. Imag. 21, p. 814-822, 2002.
- [12] M.H. XU, Y. XU et L.H. WANG, *Time-domain reconstruction and numerical simulations for thermoacoustic tomography in various geometries*, IEEE Med. Imag. 50, p. 1086-1099, 2003.
- [13] G. AMBARTSOUMIAN et P. KUCHMENT, *On the injectivity of the circular Radon transform*, Inverse Problems 21, p. 473-485, 2005.
- [14] J.F. GREENLEAF, S.A. JOHNSON, W.F. WAMOYA and F.A. DUCK, *Algebraic reconstruction of spatial distributions of acoustics velocities in tissue from their time-of-flight profiles*, in Acoust. Holography, Plenum, New York, 1975, p. 71-90.
- [15] S.J. NORTON, *Generation of separate density and compressibility images in tissue*, Ultrason. Imaging 5, p. 240-252, 1983.
- [16] A.J. DEVANEY, *Variable density acoustics tomography*, J. Acoust. Soc. Am. 78, 120-130 (1985).

- [17] S. MENSAH et J.-P. LEFEBVRE, *Enhanced Compressibility Tomography*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. 44(66), p. 1245-1252, 1997.
- [18] J.P. JONES, *Impediography, a new technique for diagnostic medicine*, Ultrasound in Medicine 1 D.N. White, Ed. New York:Plenum, 1975, p. 489-497.
- [19] S.J. LEEMAN, *Impediography equation*, Acoust. Imaging A.F. Metherel, Ed. Plenum, 1980, vol. 8, pp. 517-525.
- [20] J.-P. LEFEBVRE, *A linearised inverse problem: Acoustic impedance tomography in biological media*, in Electromagnetic and acoustic scattering: detection and inverse problem, Bourelly C. and al. ed. (World Scientific, 1988), pp.287-301.
- [21] E. BECACHE, P. JOLY et C. TSOGKA, *An analysis of new mixed finite elements for the approximation of wave propagation problems*, SIAM J. Numer. Anal. 37, no.4, p. 1053-1084, 2000.
- [22] F. COLLINO et C. TSOGKA, *Application of the pml absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in a nisotropic heterogeneous media*, Geophysics 66, 294-305 (2001).
- [23] D. AMY, *Critères échographiques de bénignité*, dans Échographie mammaire, De l'image à la thérapeutique, Collection d'imagerie radiologique, Édition Masson, 1998, p. 23-31.
- [24] M. TEBOUL, *Practical ductal echography, guide to intelligent and intelligible ultrasonic imaging of the breast*, editorial Medgen, 2004, p. 15-98.
- [25] H. TULINIUS, O. BJARNASON et H. SIGVALDESON, *Tumours in Iceland. 10. Malignant tumours of the female breast: a histological classification, laterality, survival and epidemiological considerations*, Acta Pathol. Microbiol. Immunol. Scand., p. 96-229, 1988.
- [26] M.P. ANDRE, H.S. JANEE, P.J. MARTIN, G.P. OTTO, B.A. SPIVEY et D.A. PALMER, *High-speed data acquisition in a diffraction tomography system employing large-scale toroidal arrays*, International Journal of Imaging Systems and Technology, vol. 8, p. 137-147, 1997.
- [27] R. STOTZKA, J. WURFEL et T. MULLER, *Medical imaging by ultrasound computer tomography*, in Proc SPIE's International Symposium Medical Imaging, 2002, p. 110-119.
- [28] M. ASHFAQ et H. ERMERT, *Ultrasound spiral computed tomography for differential diagnosis of breast using conventional ultrasound system*, in Proc. of the 27th International Symposium Acoustical Imaging 27, 2004, p. 627-633.
- [29] J.W. WISKIN, D.T. BORUP, S.A. JOHNSON, M.J. BERGGREN et T. ABBOTT, *Full wave non-linear inverse scattering : high resolution quantitative breast tissue tomography*, in Proc. of the 28th International Symposium Acoustical Imaging 28, 2005, to be published.
- [30] S. MENSAH et R. FERRIERE, *Diffraction tomography: a geometrical distortion free procedure*, Ultrasonics 42, p. 677-682, 2004.
- [31] J. KIM, S.B. PARK et S.A. JOHNSON, *Tomographic imaging of ultrasonic reflectivity with correction for acoustic speed variations*, Ultrason. Imaging 6, p. 304-312, 1984.
- [32] T. MULLER, T. DECK, L. MING, R. STOTZKA et D. HOPFEL, *Ultrasound-computertomography: image reconstruction using local absorption and sound speed profiles*, presented at the 7th conference of the European Society for Engineering and Medicine, 2003.
- [33] P.D. FREIBURGER, D.C. SULLIVAN, B.H. LEBLANC, S.W. SMITH et G.E. TTRAHEY, *Two dimensional ultrasonic beam in the breast: In vivo measurements and effects*, Ultrason. Imaging 14, p. 276-299, 1992.
- [34] L.M. HINKELMAN, D.-L. LIU, R.C. WAAG, Q.ZHU et B.D. STEINBERG, *Measurement and correction of ultrasonic pulse distortion produced by the human breast*, J. Acoust. Soc. Am. 97(3), p. 1958-1969, 1995.
- [35] C.W. MANRY, Jr. et S.L. BROCHAT, *FDTD simulations for ultrasound propagation in a 2-D breast model*, Ultrason. Imaging 18, p. 25-34, 1996.
- [36] T.D. MAST, L.M. HINKELMAN, M.J. ORR, V.W.SPARRROW et R.C. WAAG, *Simulation of ultrasonic pulse propagation through the abdominal wall*, J. Acoust. Soc. Am. 102(2), p. 1177-1190, 1997.
- [37] F.L. LIZZI, M. OSTROMOGILSKY, E.J. FELEPPA, M.C. RORKE et M.M. YAREMKO, *Relationship of ultrasonic spectral parameters to features of tissue microstructure*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. UFFC-34, no 3, p. 319-329, 1987.
- [38] M.F. INSANA, R.F. WAGNER, D.G. BROWN et T.J. HALL, *Describing small-scale structure in random media using pulse-echo ultrasound*, J. Acoust. Soc. Am. 87(1), p. 179-192, 1990.
- [39] L. KLIMES, *Correlation functions of random media*, Pure and Applied Geophysics, 159, p. 1811-1831, 2002.
- [40] M.L. OELZE, W.O. O'BRIEN, *Differentiation and characterization of rat mammary fibroadenomas and 4T1 mouse carcinomas using quantitative ultrasound imaging*, IEEE Trans. medical imaging, vol.23, no.6, p.764-771, 2004.
- [41] L.A. FRIZZELL et E.L. CARSTENSEN, *Shear properties of mammalian tissues at low megahertz frequencies*, J. Acoust. Soc. Am. 60(6), p. 1409-1411, 1976.
- [42] E.L. MADSEN et H.J. SATHOFF, *Ultrasonic shear wave properties of soft tissues and tissuelike materials*, J. Acoust. Soc. Am. 74(5), p. 1346-1355, 1983.
- [43] G. KOSSOFF, E.K. FRY et J. JELLINS, *Average velocity of ultrasound in the human female breast*, J. Acoust. Soc. Am. 53(6), p. 1730-1736, 1973.
- [44] S.A. GOSS, R.L. JOHNSTON et F. DUNN, *Comprehensive compilation of empirical ultrasonic properties of mammalian tissues*, J. Acoust. Soc. Am. 64(2), p. 423-457, 1978.
- [45] G.H. GLOVER, *Characterization of in vivo breast tissue by ultrasound time of flight computed tomography*, Ultrasonic tissue characterization II, M. Linzer, ed., National Bureau of Standards Spec. Pub. 525, p. 221-225, 1979.
- [46] F.S. FOSTER, M. STRBAN et G. AUSTIN, *The ultrasound macroscope: initial studies of breast tissue*, Ultrason. Imaging 6, p. 243-261, 1984.
- [47] H.Q. WOODARD et D.R. WHITE, *The composition of body tissues*, The British Journal of Radiology, 59, p. 1209-1219, 1986.
- [48] S.J. NORTON et M. LINZER, *Ultrasonic reflectivity tomography: reconstruction with circular transducer arrays*, Ultrason. Imaging 1, p. 154-184, 1979.
- [49] F. ANDERSON et F. MORGAN, *Active imaging analysis via ellipsoidal projections*, in Proc. of the 21th International Symposium Acoustical Imaging 21, 1995.



Serge **Mensah**

Serge Mensah est diplômé de l'École Supérieure de Physique, Marseille, en 1984. Il obtint son doctorat de physique en 1990. Après avoir travaillé pour le compte de la marine sur le sonar passif, il rejoint en 1995 l'École Généraliste d'Ingénieurs de Marseille (EGIM) en tant que Maître de Conférences. Ses travaux de recherche sont centrés sur les problèmes inverses et la tomographie ultrasonore, et leur application à la détection précoce du cancer du sein.



Émilie **Franceschini**

Emilie Franceschini est titulaire du DEA d'Acoustique de l'Université de la Méditerranée Aix-Marseille II (2003) et du Diplôme d'Ingénieur Généraliste (spécialité mécanique et matériaux) de l'École Supérieure d'Ingénieurs de Marseille (ESIM - 2003). Depuis Décembre 2003, elle est en thèse au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA). Ses recherches portent sur le problème inverse et la tomographie ultrasonore pour des applications biomédicales.



Jean-Pierre **Lefebvre**

Jean-Pierre Lefebvre est diplômé de l'École Supérieure de Physique, Marseille (1970), docteur de spécialité en Acoustique (1971), docteur d'État (1981). Il a travaillé sur la propagation d'ondes, les ultrasons, les problèmes inverses et leurs applications au domaine biomédical.



