

# Reconstruction temps réel de signaux bidimensionnels à échantillons manquants

## Real-time reconstruction of 2D signals with missing observations

par K. ASSWAD, E. LAHALLE, J. OKSMAN

SUPÉLEC, Service des Mesures, Plateau de Moulon, 3 rue Joliot Curie, 91192 Gif-sur-Yvette CEDEX, France  
Tél. : 01 69 85 14 13, Fax : 01 69 85 14 29, E-mail : <Prénom.Nom>@supelec.fr

### *résumé et mots clés*

Dans cet article nous proposons une nouvelle méthode de reconstruction en temps réel de signaux bidimensionnels à échantillons manquants. Un modèle autorégressif bidimensionnel est adopté. On considère deux causalités, quart de plan (QP) et demi-plan asymétrique (NSHP : *Non Symetric Half Plane*).

Le critère à optimiser pour estimer les paramètres du modèle est quadratique en l'erreur d'estimation, et défini aux instants d'arrivées des échantillons. Du fait d'observations manquantes, le gradient du critère devient non linéaire en les paramètres. L'optimum est atteint à l'aide d'algorithmes de type LMS adaptés aux signaux bidimensionnels à échantillons manquants. Deux approximations du critère sont proposées. Elles conduisent à deux algorithmes dont la description formelle est fournie et les performances comparées. Les résultats présentés montrent les performances de la reconstruction (pour des signaux bidimensionnels stationnaires et non stationnaires) en fonction du pourcentage d'échantillons manquants ainsi que de la loi de distribution de ces échantillons.

Modélisation AR-2D, algorithme LMS, traitement de signaux à échantillons manquants.

### *abstract and key words*

In this paper, we propose a new real-time reconstruction method of two-dimensional uniformly sampled signals with missing observations. A two-dimensional autoregressive model (AR-2D) is adopted. Two cases of causality, Quarter of Plane (QP) and Non symmetric Half Plane (NSHP) are tested. The criterion used to estimate the model parameters is quadratic, and defined when samples are available. Due to missing observations, the gradient of the criterion becomes non-linear. The optimum is reached by means of LMS-like algorithms adapted to 2D non uniformly sampled signals. Two approximations of the criterion are proposed. They lead to two algorithms whose formal descriptions and compared performances are provided. The results obtained show the reconstruction performances of two-dimensional (stationary and non stationary) signals, as a function of the ratio and the distribution law of missing samples.

AR-2D modeling, LMS algorithm, missed observations signal processing.

# 1. introduction

Le problème d'échantillonnage non périodique intervient dans de nombreux cas. On distingue deux principales classes de signaux à échantillonnage non périodique.

Dans la première, les instants d'échantillonnage sont intrinsèquement non périodiques : c'est le cas par exemple des mesures par effet Doppler ou de la vélocimétrie laser. Dans la seconde, il existe une période d'échantillonnage cachée mais certains échantillons sont manquants. Les échantillons manquants peuvent être perdus du fait d'une erreur de transmission ou d'un mauvais fonctionnement du système de mesure. On peut également ne pas transmettre des échantillons prédictibles, à des fins de compression de données. La répartition des échantillons manquants dépend essentiellement des applications et peut être aléatoire. On peut rencontrer par exemple une distribution d'échantillons manquants suivant une loi de Bernoulli (probabilité de perte d'échantillons constante) ou une loi de Markov (répartition par paquets). On peut rencontrer également des intervalles de temps (entre deux instants d'échantillonnage) distribués aléatoirement, uniformément, ou suivant une loi de Poisson. Dans cet article, nous étudions la possibilité de reconstruction en temps réel des échantillons manquants d'un signal bidimensionnel (en prenant l'image pour exemple), à partir d'une identification locale simple d'un modèle AR-2D. On suppose que le signal bidimensionnel est classiquement balayé de gauche à droite et de haut en bas. Seules les causalités quart de plan QP et demi-plan asymétrique NSHP (cf. figure 1) permettent d'aboutir à des algorithmes adaptatifs implantables en temps réel.

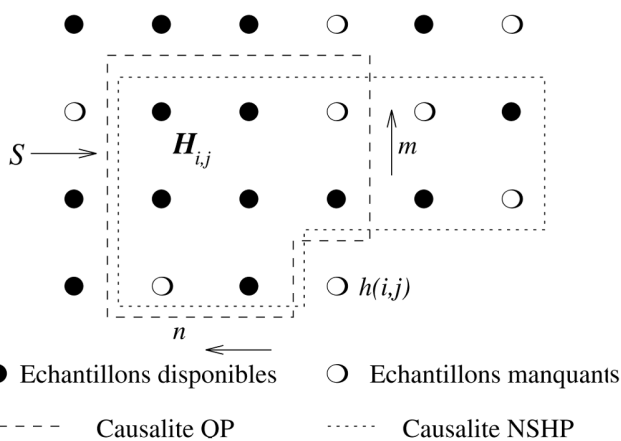


Figure 1. – Représentation de données bidimensionnelles.

L'identification de signaux bidimensionnels échantillonnés classiquement a fait l'objet de nombreux travaux. Certains concernent des méthodes d'estimation paramétrique adaptative, que ce

soit pour améliorer la qualité des images (en terme de rapport signal sur bruit) [1][2][3] ou à des fins de compression d'images pour améliorer les performances de codeurs DPCM [4][5].

D'autres concernent des méthodes d'estimation et de reconstruction non paramétriques [6][7][8][9]. Ces méthodes sont toutes des méthodes hors ligne. Lors de précédents travaux [10][11][12], nous avons développé une méthode adaptative pour l'estimation AR/ARMA de signaux à échantillonnage non périodique (SENP) monodimensionnels. Les résultats obtenus étaient prometteurs et montraient un bon comportement de la méthode même pour un pourcentage important d'échantillons manquants. La présente publication a pour objet l'identification AR-2D de signaux bidimensionnels à échantillons manquants à l'aide d'algorithmes adaptatifs de type LMS permettant un traitement en temps réel.

# 2. description des algorithmes

## 2.1. formulation du problème

Supposons que les échantillons du signal 2D  $y(i, j)$  se trouvent sur une grille régulière repérée par deux axes orthogonaux et que les instants d'arrivée des échantillons sont multiples d'une période d'échantillonnage cachée, c'est-à-dire que certains sont manquants, ou perdus (cf. figure 1).

Pour un modèle AR-2D, le support de prédiction  $S$  est défini par l'ensemble des points d'indices  $(m, n)$  tels que :

$$S = \{0 \leq m \leq M - 1, 0 \leq n \leq N - 1, m + n > 0\} \quad (1)$$

pour une causalité QP et tels que :

$$S = \{0 < m \leq M - 1, -N + 1 \leq n \leq N - 1\} \cup \{m = 0, 0 < n \leq N - 1\} \quad (2)$$

pour une causalité NSHP. Le couple  $(M, N)$  correspond à l'ordre du modèle. On introduit la matrice  $\mathbf{H}_{i,j}$  (cf. figure 1) représentant les valeurs des pixels sur le support de prédiction  $S$ .

$$\forall h(k, l) \in \mathbf{H}_{i,j}, \quad h(k, l) = \begin{cases} y(k, l) & \text{si disponible} \\ \hat{y}(k, l) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{avec} \quad \hat{y}(k, l) = \sum_{(m,n) \in S} \theta(m, n) h(k - m, l - n) \quad (4)$$

Cela signifie que les échantillons manquants sont remplacés par leurs estimés  $\hat{y}(k, l)$  obtenus par un prédicteur AR bidimensionnel adaptatif (4).

Les paramètres  $\theta(m, n)$  du modèle sont représentés par une matrice  $\Theta$  sur le support de prédiction. Le critère  $J(i, j)$  ne peut être évidemment défini qu'aux instants d'arrivée des échantillons. Conformément à [2][13] et surtout afin de pouvoir obtenir des formules analytiques, nous avons choisi classiquement un critère quadratique de l'erreur d'estimation :

$$\begin{aligned} J(i, j) &= [e(i, j)]^2 = [y(i, j) - \hat{y}(i, j)]^2 \\ &= [y(i, j) - \text{trace}(\mathbf{H}_{i,j}\Theta^T)]^2 \end{aligned} \quad (5)$$

La mise à jour des paramètres est réalisable à l'aide d'une formule d'optimisation de type gradient :

$$\Theta_{i,j} = \Theta_{i,j-1} + \mu \mathbf{G}_{i,j} \quad (6)$$

avec :

$$\mathbf{G}_{i,j} = -\frac{1}{2} \frac{\partial J(i, j)}{\partial \Theta} = e(i, j) \frac{\partial h(i, j)}{\partial \Theta} \quad (7)$$

où  $e(i, j)$  est l'erreur de prédiction et  $\mu$  est le pas d'adaptation qui contrôle la stabilité, le taux de convergence et les caractéristiques de l'erreur résiduelle pendant la phase d'acquisition du prédicteur. Le choix de ce paramètre est étudié dans de nombreux articles dont [5][16][17].

## 2.2. développement d'équations récursives

Pour le développement des équations, nous considérons la causalité QP. On cherche à obtenir une relation récursive selon (6). La difficulté réside dans le fait que certains éléments de la matrice  $\mathbf{H}_{i,j}$  peuvent dépendre de  $\Theta$ . Pour prendre en compte cette dépendance lors du calcul du gradient, on se place au point  $(i, j)$  et on s'intéresse à la valeur prédite par (4)  $h(i, j) = \hat{y}(i, j)$  de l'échantillon  $y(i, j)$ , qui est supposé manquant.

La dérivée de  $h(i, j)$  par rapport à  $\Theta$  est donnée par :

$$\frac{\partial h(i, j)}{\partial \Theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(M-1, N-1)} & \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(M-1, N-2)} & \cdots & \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(M-1, 0)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(1, 1)} & \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(1, 0)} \\ \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(0, N-1)} & \cdots & \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(0, 1)} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

où la valeur nulle du dernier élément de la matrice est due au fait que  $\theta(0, 0)$  ne fait pas partie du support de prédiction. La matrice, dépendant des échantillons estimés à partir des paramètres du modèle, ne permet pas une expression analytique directe linéaire (comme dans le LMS classique). En revanche, on l'obtiendra grâce à des relations de récurrence développées ci-après. La dérivée par rapport à  $\theta(k, l)$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(i, j)}{\partial \theta(k, l)} &= \frac{\partial}{\partial \theta(k, l)} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(m, n) h(i-m, j-n) \\ &= h(i-k, j-l) + \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(m, n) \frac{\partial h(i-m, j-n)}{\partial \theta(k, l)}, \end{aligned} \quad (9)$$

$(m, n) \neq (k, l)$

On en déduit que l'équation (8) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial h(i, j)}{\partial \Theta} = \mathbf{H}_{i,j} + \mathbf{dH}_{i,j} \quad (10)$$

$\mathbf{dH}_{i,j}$  est une matrice de dimension  $(M \times N)$  donnée par :

$$\mathbf{dH}_{i,j} = \begin{bmatrix} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(m, n) \frac{\partial h(i-m, j-n)}{\partial \theta(M-1, N-1)} & \cdots & \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(m, n) \frac{\partial h(i-m, j-n)}{\partial \theta(M-1, 0)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(m, n) \frac{\partial h(i-m, j-n)}{\partial \theta(0, N-1)} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Afin d'établir une relation de récurrence permettant le calcul du second terme de (10), nous introduisons l'intermédiaire de calcul suivant :

$$\mathcal{H}_{i,j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(i-M+1, j-N+1)}{\partial \Theta} & \cdots & \frac{\partial h(i-M+1, j)}{\partial \Theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h(i, j-N+1)}{\partial \Theta} & \cdots & \mathbf{0}(M, N) \end{bmatrix} \quad (12)$$

où  $\mathbf{0}(M, N)$  est une matrice de taille  $(M, N)$ , dont tous les éléments sont nuls. La relation entre chaque élément des matrices  $\mathbf{dH}_{i,j}$  et  $\mathcal{H}_{i,j}$  est la suivante :

$$dH_{i,j}(k, l) = \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{s=0}^{N-1} \mathcal{H}_{i,j}(rM+k, sN+l) \theta(r, s) \quad (13)$$

L'algorithme obtenu est résumé ci-dessous, en considérant la causalité QP, (algorithme #1 QP) :

$$h(i, j) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(m, n) h(i-m, j-n), \quad \theta(0, 0) = 0$$

$$\mathbf{G}_{i,j} = -\frac{1}{2} \frac{\partial J(i, j)}{\partial \Theta} = e(i, j) \frac{\partial h(i, j)}{\partial \Theta}$$

$$\frac{\partial h(i, j)}{\partial \Theta} = \mathbf{H}_{i,j} + \mathbf{dH}_{i,j}$$

$\mathbf{dH}_{i,j}$  est calculé à partir de  $\mathcal{H}_{i,j}$  obtenue par récurrence. Si l'échantillon  $y(i, j+1)$  est manquant :

$$\Theta_{i,j+1} = \Theta_{i,j}$$

En revanche, si l'échantillon  $y(i, j+1)$  est disponible, on a  $\partial h(i, j+1)/\partial \Theta = 0$  et :

$$\Theta_{i,j+1} = \Theta_{i,j} + \mu \mathbf{G}_{i,j}$$

Dans un cadre fortement non stationnaire, les informations apportées par le terme  $\mathbf{dH}_{i,j}$  dans (10) deviennent erronées, et donc elles peuvent être négligées. On obtient l'algorithme simplifié suivant (algorithme #2 QP) :

$$h(i, j) = \sum_{(m,n) \in S} \theta(m, n) h(i-m, j-n), \quad \theta(0, 0) = 0$$

$$\mathbf{G}_{i,j} = e(i, j) \mathbf{H}_{i,j}$$

$$\Theta_{i,j+1} = \Theta_{i,j} + \mu \mathbf{G}_{i,j}$$

Le cas de causalité NSHP peut être exactement vu comme le cas QP sauf que l'ordre du modèle devient  $(M, 2N-1)$ , dans les matrices  $\mathbf{H}_{i,j}, \Theta$ , et  $\frac{\partial h(i, j)}{\partial \Theta}$ , les  $N$  derniers éléments de la dernière ligne sont nuls. Dans la matrice  $\mathcal{H}_{i,j}$  (12), les  $N$  derniers blocs de la dernière ligne sont nuls également. Par conséquent, les équations nécessaires au fonctionnement de l'algorithme doivent être modifiées. Une version simplifiée de l'algorithme peut être obtenue de la même manière que dans le cas QP.

## 3. résultats

### 3.1. signal synthétique (AR-2D)

Pour évaluer les performances des algorithmes proposés, nous considérons tout d'abord un signal passe-bas AR-2D de paramètres :

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta(1, 1) & \theta(1, 0) \\ \theta(0, 1) & \theta(0, 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.3 \\ -0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

La variance du bruit d'entrée est choisie égale à l'unité. Le signal est généré échantillon par échantillon de gauche à droite et de haut en bas. Lors de la génération des échantillons de bords (première ligne et première colonne), les échantillons qui appartiennent au support de prédiction et qui ne sont pas disponibles, sont remplacés par des zéros. Le signal généré est de dimension  $(128 \times 128)$ . Il est de variance 1.46.

Nous estimons dans un premier temps, les paramètres du modèle à l'aide d'un algorithme LMS classique en minimisant un critère de l'erreur quadratique instantanée d'estimation. Le pas d'adaptation est  $\mu = 5 \times 10^{-4}$ . L'erreur quadratique moyenne (EQM) d'estimation des paramètres est  $-23.28$  [dB].

On observe une variance importante de l'estimateur (*cf.* figure 2). Ceci est dû en fait à des erreurs importantes d'estimation des échantillons de bords (étant donné la façon dont ils ont été générés) combinées à une troncature du signal tous les 128 échantillons. Ces facteurs ralentissent la convergence des paramètres estimés, vers les vrais paramètres du processus et augmentent leur variance. Dans un second temps, nous présentons les performances des algorithmes #1 QP et #2 QP en fonction du schéma d'échantillonnage.

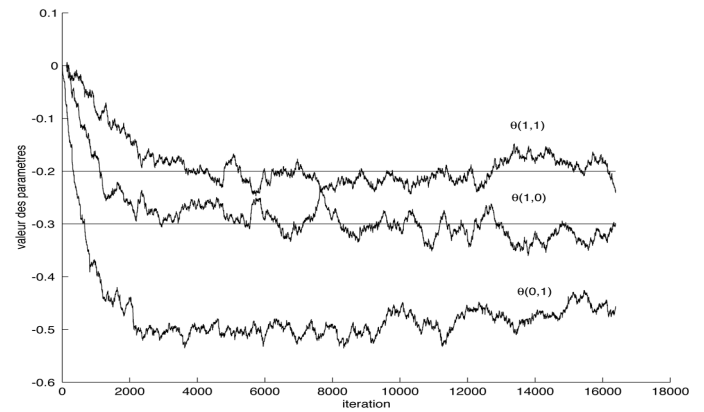


Figure 2. – Estimation des paramètres du signal synthétique  $(128 \times 128)$ .

#### 3.1.1. perte d'échantillons selon une loi de Bernoulli

Le schéma d'échantillonnage est défini comme suit : chaque échantillon du signal échantillonné uniformément possède une probabilité  $p$  d'être manquant (loi de Bernoulli). On rappelle que le critère à minimiser est quadratique en l'erreur instantanée d'estimation et le pas d'adaptation est choisi  $\mu = 5 \times 10^{-4}$ .

Le tableau 1 présente l'erreur quadratique moyenne de reconstruction (unités linéaires) pour les algorithmes #1 QP et #2 QP

en fonction de la probabilité  $p$ . On peut noter que le signal étant stationnaire par morceaux (troncature à chaque fin de ligne), l'algorithme #1 QP fournit de meilleurs résultats que la version simplifiée (#2 QP). On note que les écarts entre les deux versions sont les plus importants pour des probabilités de perte comprises entre 0.2 et 0.6.

Algorithme		$p$								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	
#1QP	EQM	0.116	0.234	0.354	0.493	0.641	0.789	0.953	1.133	
		0.119	0.239	0.360	0.498	0.646	0.795	0.955	1.134	

Figure 3. – Tableau 1 : EQM en fonction de la probabilité de perte d'échantillons  $p$ .

En effet, pour des petites valeurs de  $p$ , les vitesses de convergence des algorithmes #1 QP et #2 QP sont très proches, et donc le terme de correction  $d\mathbf{H}_{i,j}$  dans (10) a peu d'influence sur l'EQM de reconstruction de la totalité du signal. Pour des valeurs élevées de  $p$ , le terme de correction  $d\mathbf{H}_{i,j}$  est calculé à partir de valeurs estimées qui diffèrent d'autant plus de la vraie valeur que les ruptures de stationnarité sont en nombre élevé.

### 3.1.2. perte d'échantillons par paquets

Nous comparons également les performances des 2 algorithmes dans le cas où les échantillons manquants sont répartis par paquets. Nous considérons le signal présenté figure 4, pour lequel 30 % des échantillons sont manquants. L'EQM de reconstruction obtenue à l'aide de l'algorithme #1 QP est de 0.427 et à l'aide de l'algorithme #2 QP, de 0.438. Ceci illustre un exemple de l'efficacité de l'algorithme #1 QP dans le cas de pertes d'échantillons par paquets pour ce type de signaux.

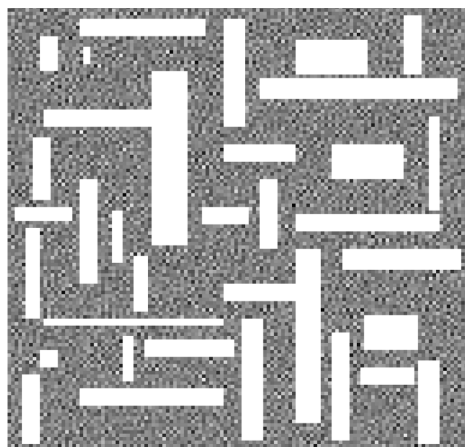


Figure 4. – Signal synthétique AR-2D, 30 % d'échantillons manquants répartis par paquets.

## 3.2. images

Pour évaluer les performances des algorithmes #1 QP et #2 QP dans le cas non stationnaire, nous avons retenu deux images (*Bird* et *Lena*).

### 3.2.1. image Bird

L'image *Bird* (cf. figure 6) constituée de  $(128 \times 128)$  pixels de 256 niveaux de gris a été échantillonnée selon un schéma identique à celui du paragraphe 3.1.1 (probabilité constante de perte d'échantillons). L'ordre du modèle est également choisi identique  $(2 \times 2)$ . Cela est bien suffisant pour représenter une image photographique [14]. Le pas d'adaptation retenu est  $\mu = 1 \times 10^{-6}$ .

Les résultats obtenus pour l'erreur quadratique moyenne de reconstruction (cf. tableau 2) sont conformes à ceux obtenus dans le cas du signal synthétique : l'algorithme #1 QP est plus performant que la version simplifiée et ce d'autant plus que  $p$  est élevée.

Algorithme		$p$								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	
#1QP	EQM	13.4	36.2	58.7	118	177.2	272	487.5	843.4	
		13.6	36.6	61.5	126.5	188	293.4	508.7	932.7	

Figure 5. – Tableau 2 : EQM de reconstruction de *Bird* en fonction de probabilité de perte.

Les figures 7,8 et 9 montrent respectivement l'image *Bird* avec 50 % d'échantillons manquants, l'image reconstruite par #1 QP et par #2 QP. On voit clairement que les paramètres du modèle estimés par l'algorithme #1 QP convergent plus vite que ceux de #2 QP. Ceci se traduit par une meilleure reconstruction dans la zone homogène proche de la première colonne (en haut à gauche) de l'image. La mauvaise estimation de certains pixels de la première ligne et de la première colonne de l'image reconstruite (cf. figures 8, 9) peut être améliorée en modifiant les conditions initiales de reconstruction en prenant en compte les propriétés de l'image.

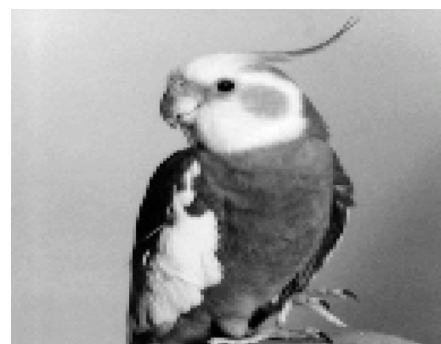


Figure 6. – *Bird*  $(128 \times 128)$ , originale.



Figure 7. – 50% d'échantillons manquants.



Figure 8. – Reconstituée #1 QP.



Figure 9. – Reconstituée #2 QP.

### 3.2.2. image Lena

Lors de l'application de ces algorithmes (#1 QP et #2 QP) sur l'image *Lena*, (256 × 256) pixels de 256 niveaux de gris (cf. figure 11), sous les mêmes conditions d'échantillonnage et de reconstruction que celles de l'image *Bird*, les résultats diffèrent. L'algorithme #2 QP se montre plus efficace que #1 QP en terme de l'EQM de reconstruction. Ceci s'explique par le fait que le contenu de l'image *Lena* diffère de celui de l'image *Bird* : plus riche en contours, textures et zones inhomogènes (davantage de non stationnarité). Nous avons cherché à optimiser le fonctionnement de chacun de ces deux algorithmes, en jouant sur le

paramètre  $\mu$ . Pour l'image *Lena* et pour chaque probabilité de perte ( $p = 0.1...0.8$ ), le pas d'optimisation  $\mu$  a été choisi de telle sorte qu'il assure une EQM minimale de reconstruction, pour l'algorithme #1 QP. D'autre part, Nous avons également introduit la causalité NSHP pour l'algorithme simplifié #2, ce qui conduit à l'algorithme #2 NSHP (dans ce cas 4 paramètres sont utilisés pour modéliser l'image) [14].

Si l'on désigne l'image originale par  $I(i, j)$  et l'image reconstruite par  $\hat{I}(i, j)$ , nous avons introduit d'autres critères (couramment utilisés) pour évaluer la qualité de l'image reconstruite. Ils sont :

le rapport signal à bruit en valeur efficace :

$$SNR_{rms} = \left[ \frac{\sum_{(i,j) \in image} \hat{I}^2(i, j)}{\sum_{(i,j) \in image} [I(i, j) - \hat{I}(i, j)]^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

et le rapport rapport signal (crête à crête) à bruit en valeur efficace :

$$PSNR_{rms} = \left[ \frac{[\max(\hat{I}(i, j)) - \min(\hat{I}(i, j))]^2_{(i,j) \in image}}{\frac{1}{256 \times 256} \sum_{(i,j) \in image} [I(i, j) - \hat{I}(i, j)]^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Le tableau 3 (cf. figure 10) présente les moyennes des résultats de simulation pour 30 réalisations des trois algorithmes (#1 QP, #2 QP et #2 NSHP). Les valeurs y sont exprimées en unités linéaires. On constate que les valeurs des rapports signal à bruit obtenus par les deux algorithmes #1 QP et #2 QP sont d'autant plus proches que les probabilités de perte d'échantillons sont élevées. Les deux algorithmes se comportent donc de façon semblable quand le nombre d'échantillons perdus est relativement grand. La figure 12 montre l'image *Lena* ayant 50 % d'échantillons manquants selon une loi de Bernouilli. Les figures 13 à 18 montrent les résultats obtenus pour une seule réalisation pour reconstruire l'image (figure 12).

Algorithme	$p$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
#1 QP	SNR <sub>rms</sub>	47.6	30.4	22.1	17.2	13.4	10.3	7.8	5.5
	PSNR <sub>rms</sub>	64.9	41.5	30.1	23.4	18.3	14.1	10.7	7.6
#2 QP	SNR <sub>rms</sub>	48.8	31.3	23	17.6	13.7	10.6	8	5.7
	PSNR <sub>rms</sub>	66.6	42.7	31.4	24.1	18.7	14.6	11	7.9
#2 NSHP	SNR <sub>rms</sub>	51.6	33.6	25	19.4	15.2	12	9.3	6.8
	PSNR <sub>rms</sub>	70.4	45.8	34.1	26.4	20.8	16.3	12.7	9.4
Pas d'optimisation x 1e-8		85	55	50	35	30	25	20	15

Figure 10. – Tableau 3 : rapport signal à bruit en fonction de probabilité de perte d'échantillons.



Figure 11. – Lena, image originale.



Figure 12. – 50% d'échantillons manquants.



Figure 13. – Image reconstruite par algo. #1 QP.

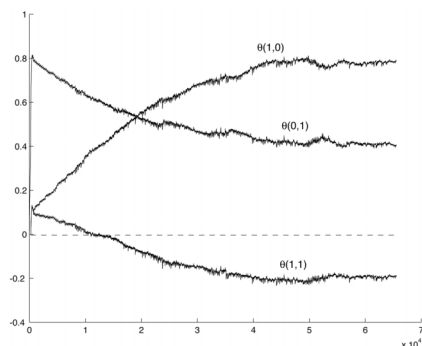


Figure 14. – Paramètres fournis par algo. #1 QP.

Selon la démarche que nous avons adoptée, l'image devrait être théoriquement mieux reconstruite par l'algorithme #1 QP que par l'algorithme #2 QP dans lequel on néglige un terme. En fait, il n'en est rien (cf figures 13 et 15). Ceci s'explique par la non-stationnarité de l'image : dans l'algorithme #1 QP, le terme rajouté dans le gradient fait intervenir le gradient des pixels estimés précédemment ; les erreurs se cumulent donc. L'algorithme #2 QP, lui, ne rajoutant rien, présente une erreur plus faible (variance des paramètres moins élevée). Lors du changement de causalité (algorithme #2 NSHP), le pixel supplémentaire introduit permet d'avoir une nette amélioration de la qualité de l'image reconstruite en terme de rapport signal à bruit. En contrepartie, la dernière colonne de l'image est évidemment mal reconstruite (cf figure 17) en raison des conditions initiales.

## 4. conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une nouvelle méthode de reconstruction en temps réel de signaux bidimensionnels à échantillons manquants. Les résultats obtenus pour la reconstruction d'image pourraient être nettement améliorés si l'on adaptait les conditions initiales des algorithmes, en prenant en compte les informations *a priori* sur l'image. La complexité des algorithmes est de l'ordre de  $O(M \times N)$  multiplications et de  $O(M \times N)^2$  additions pour l'algorithme #1 QP et de l'ordre de  $O(M \times N)$  multiplications et de  $O(M \times N)$  additions pour l'algorithme #2 (QP et NSHP), ce qui est compatible avec des traitements rapides en temps réel. La qualité de la reconstruction obtenue permet d'imaginer utiliser ces algorithmes pour qu'un émetteur ne transmette un échantillon que lorsque le récepteur commet une erreur trop élevée, selon les principes énoncés dans [10][15]. Cet échantillonnage adaptatif, pourrait être clairement utilisé dans certains cas comme une technique supplémentaire pour la compression de données.



Figure 15. – Image reconstruite par algo. #2 QP.

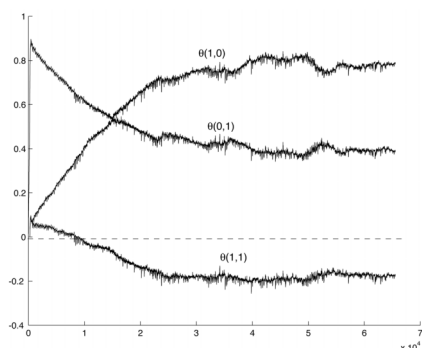


Figure 16. – Paramètres fournis par algo. #2 QP.

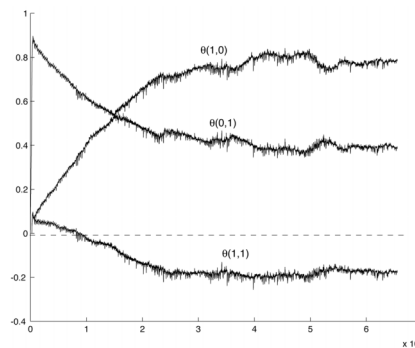


Figure 18. – Paramètres fournis par algo. #2 NSHP.



Figure 17. – Image reconstruite par algo. #2 NSHP.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. M. Hadhoud, D. W. Thomas, « The Two-Dimensional Adaptive LMS (TDLMS) Algorithm », *IEEE, Trans.on Circuits and Systems*, Vol. 35, N° 5, May 1988, pp. 485-494.
- [2] O. Makoto, H. Sumihisa, « Two-Dimensional LMS Adaptive Filters », *IEEE, Trans. on Consumer Electronics*, Vol. 37, N° 1, February 1991, pp. 66-73.
- [3] H. Youlal, M. Janati-Idrissi, M. Najim, « Modélisation paramétrique en traitement d'image », Masson, 1994, Paris.
- [4] S. T. ALEXANDER, S. A. RAJALA, « Image Compression Results Using the LMS Adaptive Algorithm », *IEEE, Trans. on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, N° 3, June 1985, pp. 712-714.
- [5] Y.S. Chung, M. Kanefsky, « On 2-D Recursive LMS Algorithms Using ARMA Prediction for ADPCM Encoding of Images », *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 1, N° 3, July 1992, pp. 416-421.

- [6] H. Le Floch, C. Labit « Irregular Image Sub-sampling and Reconstruction by Adaptive Sampling », *IEEE International Conference on Image Processing*, Vol. 3, 1996, New York NY, USA, pp. 379-382.
- [7] L. Xiabolo, N. Vikas, « Experiments in Adaptive Predictive Coding », 1995 *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Intelligent Systems for the 21<sup>st</sup> Century*, Vol. 4, 1995, New York, NY, USA, pp. 3525-30.
- [8] C.G. Steven, R.L. Gordon, S.L. John, S.P. Todd, « Optimal Reconstruction of Missing-Pixels Images », *Applied Optics*, Vol. 31, N° 32, November 1992, pp. 6829-6830.
- [9] Liu S., Hayes M., « Variable Resolution Adaptive Sampling Approach to Image Coding », *IEEE Proceedings of Southeastcon 91*, 1991, Vol. 2, 1991, New York, NY, USA, pp. 1096-100.
- [10] S. Mirsaidi, G. Fleury, J. Oksman, « An ADPCM-like System Based on Non Uniform Signal Transmission », *1997 International workshop on sampling theory and applications*, Aveiro, 16-19 June 1997, pp. 139-143.
- [11] S. Mirsaidi, G. Fleury, J. Oksman, « LMS-like AR Modeling in the Case of Missing Observation », *IEEE, Trans. on Signal Processing*, Vol. 45, N° 6, June 1997, pp. 1-10.
- [12] E. Lahalle, G. Fleury, J. Oksman, « Real-Time ARMA Identification in the Case of Missing Observations », *IEEE international Symposium on Information Theory, ISIT 2000*, 25-30 June 2000, Sorrento, Italy, p. 443.
- [13] O. Macchi, « Adaptive Processing », *John Wiley & Sons Ltd*, 1995.
- [14] D. Kundor, « Blind Image Deconvolution », *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, pp. 43-64.
- [15] S. Mirsaidi, G. Fleury, J. Oksman, « Reducing Quantization Error Using Prediction/Non-uniform Transmission », *1997 International workshop on sampling theory and applications*, 16-19 June 1997, Aveiro, pp. 223-226.
- [16] J. N. Lin, X. Nie, R. Unbehauen « Two-Dimensional LMS Adaptive Filter Incorporating a Local-Mean Estimator for Image Processing », *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol. 40, N° 7, July 1993, pp. 417-428.
- [17] C. Kotropoulos, I. Pitas, « Adaptive LMS L-Filters for Noise Suppression in Images », *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 5, N° 12, December 1996, pp. 1596-1609.

Manuscrit reçu le 23 octobre 1999



## LES AUTEURS

Khaled ASSWAD



Khaled ASSWAD, né en 1967, ingénieur en électronique de l'Université d'Alep (Syrie) en 1990, assistant à la faculté de génie électrique et électronique depuis 1991, DEA en Automatique et Traitement du Signal ATS (L2S, CNRS, Supélec, 1998), actuellement en thèse de doctorat portant sur la modélisation et l'identification de signaux bidimensionnels à échantillons manquants (Service des Mesures\Supélec).

Élisabeth LAHALLE



Ingénieur Supélec, est enseignant-chercheur au Service des Mesures de Supélec. Ses domaines de recherche concernent principalement les signaux à échantillonnage non uniforme (modélisation, traitement, ...).

Jacques OKSMAN



Ingénieur Supélec, est professeur à l'École Supérieure d'Électricité, et chef du Service des Mesures. Ses domaines de recherche portent sur le traitement du signal appliqué aux problèmes de mesures (méthodes d'estimation précises dans un cadre non linéaire, traitement des signaux à échantillonnage non uniforme).