

# Séquences pour l'étalement de spectre par séquence directe

## Direct sequence spread spectrum sequences

par Christophe BOULANGER\*, Gérard LOUBET\*\*, Jean René LEQUEPEYS\*\*\* et Laurent OUVRY\*\*\*

\* SAGEM-Paris, Rue Watt, 75013 PARIS

\*\* INPG/LIS, Campus Universitaire, 38402 ST MARTIN D'HERES

\*\*\* CEA-LETI, CEA GRENOBLE, Rue des Martyrs, 38054 GRENOBLE

### *résumé et mots clés*

Les récepteurs DS-CDMA (pour Direct-Sequence Code-Division Multiple-Access, en anglais, ou AMRC, pour Accès Multiple à Répartition par les Codes, en français) voient leur performance être dégradée de manière significative par la non-orthogonalité des séquences d'étalement classiquement utilisées et principalement à cause des fonctions de corrélation impaires. L'algorithme dit de « Recherche Taboue » (ou Tabu Search, en anglais) permet la génération de séquences optimisant différents critères. Les performances obtenues sont meilleures que celles des séquences de la littérature. De plus, la démarche exposée permet d'optimiser des jeux de séquences de longueur et de cardinal quelconques, ce qui n'est pas le cas des séquences construites de manière mathématique.

AMRC, séquence d'étalements binaires, optimisation, auto- et intercorrélation, algorithme de Recherche Taboue, réception asynchrone.

### *abstract and key words*

DS-CDMA (for Direct-Sequence Code-Division Multiple-Access, in english, or AMRC, for Accès Multiple à Répartition par les Codes, in french) receivers are significantly performance degraded by the non-orthogonality of the classically used spreading sequences, mainly because of the odd correlation functions. The "Tabu Search" algorithm enables sequence generation optimising various criteria. The obtained performance are better than those of the Litterature. Moreover, the proposed method enables the optimisation of sequence sets of any desired length and cardinal, what is not the case for the previous mathematically constructed sequences.

CDMA, binary spreading sequences, optimisation, auto- and crosscorrelation functions, Tabu Search algorithm, asynchronous reception.

## 1. introduction

Nées après la seconde guerre mondiale, les transmissions mettant en œuvre l'étalement de spectre par séquence directe multi-utilisateurs, DS-CDMA en anglais, étaient limitées aux applications militaires qui mettaient ainsi à profit la discrétion et la robustesse inhérentes à ce genre de communication. Elles ont connu récemment un très grand développement dans de nombreux

domaines civils, en particulier pour la téléphonie mobile - avec la normalisation de l'UMTS qui succède au GSM - ou les faisceaux hertziens. Dans ces deux cas, ce sont les possibilités de transmission de plusieurs signaux dans la même bande de fréquences ou de réception à minimum d'interférences qui sont ainsi exploitées. Cet article se focalise ici sur les systèmes DS-CDMA multi-utilisateurs *asynchrones* (c'est-à-dire généralement les communications de mobiles à station de base, uplink en anglais, non synchronisées entre elles - c'est-à-dire sans horloge commune,

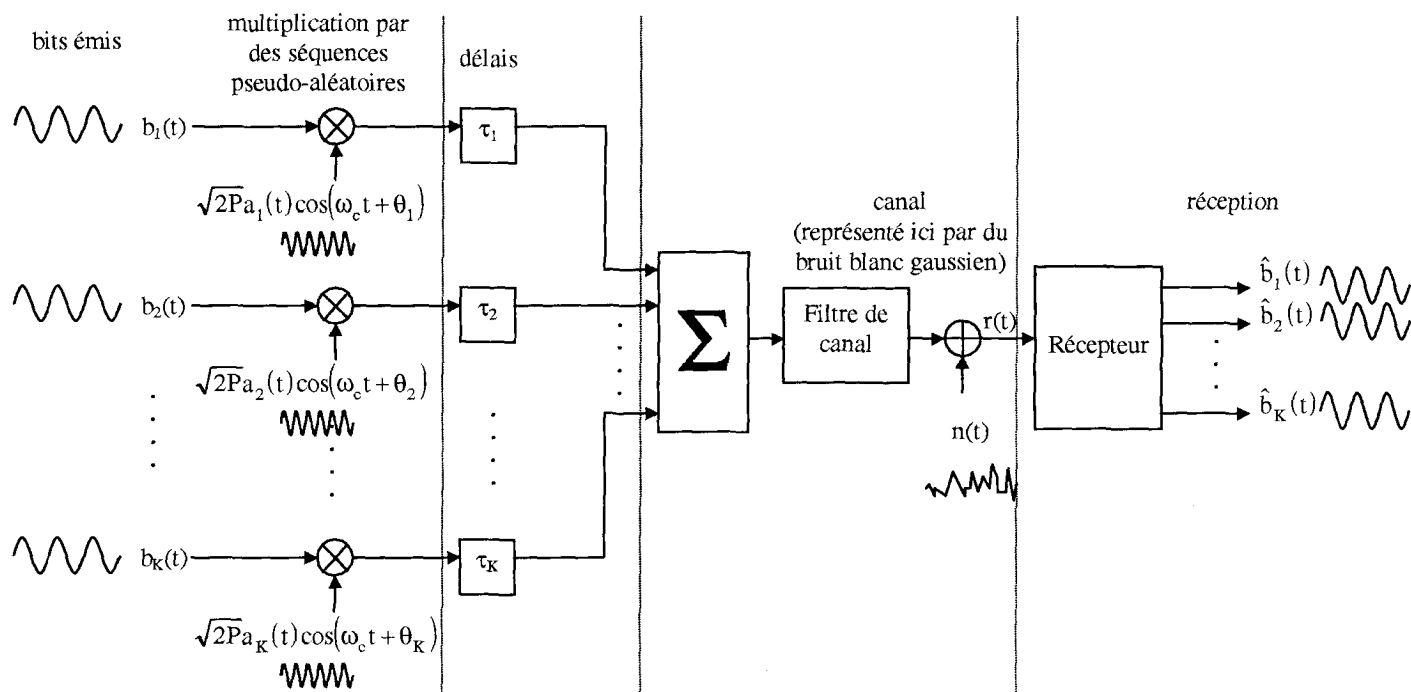


Figure 1. – Modèle de réception CDMA Cas du uplink.

obligeant ainsi le récepteur à obtenir la synchronisation de chacune des liaisons - par opposition aux communications de station de base à mobile, downlink en anglais), et plus particulièrement sur les critères d'optimisation des séquences d'étalement utilisées par de tels systèmes, critères qui seront évoqués et comparés.

Dans de tels systèmes, les données à transmettre sont multipliées par une séquence d'étalement de rythme plus rapide (on « étale » ainsi le spectre d'émission), c'est le principe de la séquence directe (le DS de DS-SS-CDMA). Ces données étalées sont alors transmises dans le canal. A la réception, la démodulation est réalisée par corrélation avec chacune des séquences utilisées à l'émission. Le principe est rappelé en figure 1.

Les séquences doivent être aussi orthogonales que possible à cause de la présence de plusieurs liaisons simultanées (le CDMA de DS-SS-CDMA). Mais, à cause à la fois de l'asynchronisme de ces radiocommunications et des interférences dues à l'accès multiple et à l'orthogonalité imparfaite des séquences de la littérature, le récepteur conventionnel DS-SS-CDMA, basé sur la seule corrélation, souffre d'une capacité limitée en terme de liaisons différentes actives [1].

Il s'agit dans cet article de dégager les critères les plus pertinents quant à l'optimisation de séquences d'étalement pour permettre les transmissions les plus fiables possibles. Après avoir formalisé les problèmes posés par la détection et la synchronisation de telles séquences (partie II) et dégagé les critères d'optimisation de séquences, les démarches utilisées par le passé et la mise en œuvre

de l'heuristique appelée *Recherche Taboue* seront présentées en partie III. Les résultats obtenus suivant les critères retenus précédemment seront ensuite comparés en terme de performance avec les séquences classiques (partie IV).

## 2. positionnement du problème et approches

### 2.1. formalismes et généralités

La figure 1 présente le modèle à K utilisateurs actifs considéré dans ce paragraphe, pour la réception multi-utilisatrice. La modulation utilisée est BPSK ici (pour Binary Phase Shift Keying, en anglais).

Les données binaires envoyées par le k-ième utilisateur, soit :

$$b_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_{k,i} p_T(t - iT), \quad \text{où } b_{k,i} \in \{+1, -1\}, \quad (1)$$

forment une séquence d'amplitude unité constituée de créneaux positifs ou négatifs T- périodiques  $p_T$ , T étant la période baud

(un baud = un symbole = un bit, ici),

$$p_T(t) = 1, \text{ pour } t \in [0, T] \text{ et } p_T(t) = 0, \text{ sinon} \quad (2)$$

A chaque  $k$ -ième utilisateur est attribuée une séquence d'étalement  $a_k(t)$  périodique d'amplitude unité, constituée de créneaux positifs ou négatifs  $T_c$ -périodiques  $p_{T_c}$ , appelés chips -  $T$  étant un multiple entier de  $T_c$ , appelée période chip. Soit  $(a_j^{(k)})$  une telle séquence binaire, à valeurs dans  $\{+1, -1\}$  :

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j^{(k)} p_{T_c}(t - jT_c) \quad (3)$$

Nous la supposons ici de période  $N = \frac{T}{T_c}$  et telle qu'il n'y ait qu'une seule séquence d'étalement émise  $(a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \dots, a_{N-1}^{(k)})$  par période symbole  $T$ .

L'information  $b_k(t)$  est d'abord modulée en phase par la porteuse

$$c_k(t) = \sqrt{2P} a_k(t) \cos(\omega_c t + \phi_k) \quad (4)$$

où  $P$  est la puissance émise (supposée constante pour chacune des liaisons),  $\omega_c$  la pulsation de la porteuse de phase associée  $\phi_k$ . Le signal transmis par le  $k$ -ième utilisateur devient :

$$s_k(t) = \sqrt{2P} a_k(t) b_k(t) \cos(\omega_c t + \phi_k) \quad (5)$$

Le signal total reçu s'exprime alors comme la somme de chacun des signaux précédents convolués par le canal et du bruit blanc additif gaussien  $n(t)$  :

$$r(t) = n(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) * h_k(t), \quad (6)$$

où  $h_k(t)$  est la réponse impulsionnelle du canal associé à l'utilisateur  $k$  :

$$h_k(t) = \sum_{l=1}^L g_{l,k} \delta(t - \tau_k(l)), \quad (7)$$

où  $L$  est le nombre de trajets multiples (supposé égal pour toutes les liaisons),  $g_{l,k}$  les gains complexes associés au  $l$ -ième trajet et  $\tau_k(l)$  son retard. On suppose ici  $g_{l,k} = g_l$ .

Nous nous limitons de plus ici, pour plus de clarté dans la suite du paragraphe, à une propagation via un trajet direct sans atténuation, ni trajet multiple, soit ici  $L = 1$ ,  $g_1 = 1$  et  $\tau_k(1) = \tau_k$ . Le signal total reçu s'écrit alors :

$$r(t) = n(t) = \sum_{k=1}^K \sqrt{2P} a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) \cos(\omega_c t + \phi_k) \quad (8)$$

Si les transmissions étaient complètement synchrones entre elles, alors les délais  $\tau_k$  seraient nuls, ce qui impliquerait dans un premier temps une référence temporelle commune pour les  $K$

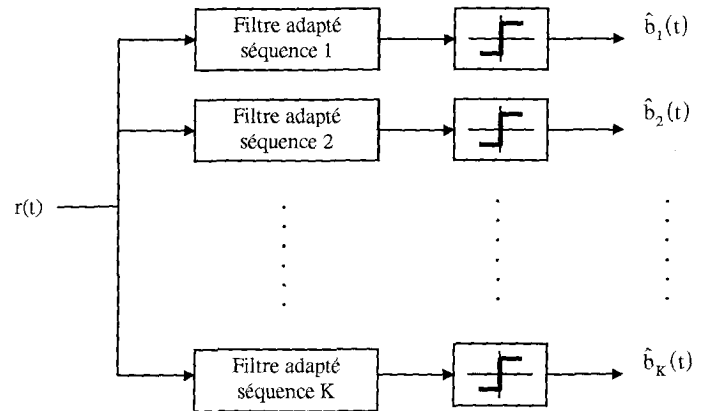


Figure 2. - Structure de réception CDMA.

émetteurs et ensuite des compensations pendant la transmission. Ceci n'est guère envisageable en pratique et les communications sont généralement *asynchrones* à la réception, ce qui permet de traiter un problème plus général.

A la réception, de manière classique - se reporter à la figure 2, la *corrélation* est effectuée avec chacune des séquences d'étalement  $a_i(t)$  utilisées à l'émission : c'est le filtrage adapté à chaque séquence émise.

S'il n'y a pas de glissement de fréquence, si les horloges émission-réception sont rigoureusement identiques et si la synchronisation avec les données reçues est parfaite pour chacun des utilisateurs, la sortie de corrélation  $Z_i$  associée à la séquence  $i$  est donnée par l'expression suivante (se reporter à la référence [2]) :

$$Z_i = \int_0^T r(t) a_i(t) \cos(\omega_c t) dt \quad (9)$$

Nous supposons que  $\omega_c T \ll 1$  - ce qui est le cas pratiquement - et nous pouvons ainsi ignorer le terme en  $2\omega_c$  de  $r(t) \cos(\omega_c t)$  et la sortie de corrélation, au temps  $t = T$ , se réécrit :

$$Z_i = \sqrt{\frac{P}{2}} \left\{ b_{i,0} T + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K [b_{k,-1} R_{k,i}(\tau_k) + b_{k,0} \hat{R}_{k,i}(\tau_k)] \cdot \cos(\phi_k) + \int_0^T n(t) a_i(t) \cos(\omega_c t) dt \right\} \quad (10)$$

où  $R_{k,i}$  et  $\hat{R}_{k,i}$  sont des fonctions d'intercorrélation partielle définies par :

$$\begin{cases} R_{k,i}(\tau) = \int_0^T a_k(t - \tau) a_i(t) dt \\ \hat{R}_{k,i}(\tau) = \int_\tau^T a_k(t - \tau) a_i(t) dt \end{cases} \text{ pour } 0 \leq \tau \leq T \quad (11)$$

## Séquences pour l'étalement de spectre par séquence directe

Lorsque  $0 \leq uT_c \leq \tau \leq (u+1)T_c \leq T$ , ces deux fonctions peuvent se réécrire :

$$\begin{cases} R_{k,i}(\tau) = C_{k,i}(u-N)T_c + [C_{k,i}(u+1-N) - C_{k,i}(u-N)] \\ \quad \cdot (\tau - uT_c) \\ \hat{R}_{k,i}(\tau) = C_{k,i}(u)T_c + [C_{k,i}(u+1) - C_{k,i}(u)] \cdot (\tau - uT_c) \end{cases} \quad (12),$$

où  $C_{k,i}$  est la fonction d'intercorrélation aperiodique des séquences  $(a^{(k)})$  et  $(a^{(i)})$  :

$$C_{k,i}(u) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{N-u-1} a_j^{(k)} a_{j+u}^{(i)}, & 0 \leq u \leq N-1 \\ \sum_{j=0}^{N+u-1} a_{j-u}^{(k)} a_j^{(i)}, & 1-N \leq u < 0 \\ 0, & |u| \geq N \end{cases} \quad (13)$$

Cette dernière fonction permet alors de définir deux autres fonctions (se reporter à la figure 3).

La fonction d'intercorrélation périodique (ou paire)  $\theta_{k,i}$  est définie par [3] :

$$\theta_{k,i}(l) = \sum_{j=0}^{N-1} a_j^{(k)} a_{j+l}^{(i)}, \quad \text{pour tout entier } l \quad (14)$$

On a la relation suivante :

$$\theta_{k,i}(l) = C_{k,i}(l) = C_{k,i}(l-N) \quad \text{pour } 0 \leq l \leq N \quad (15)$$

On définit de même [2] :

$$\hat{\theta}_{k,i}(l) = C_{k,i}(l) - C_{k,i}(l-N) \quad (16)$$

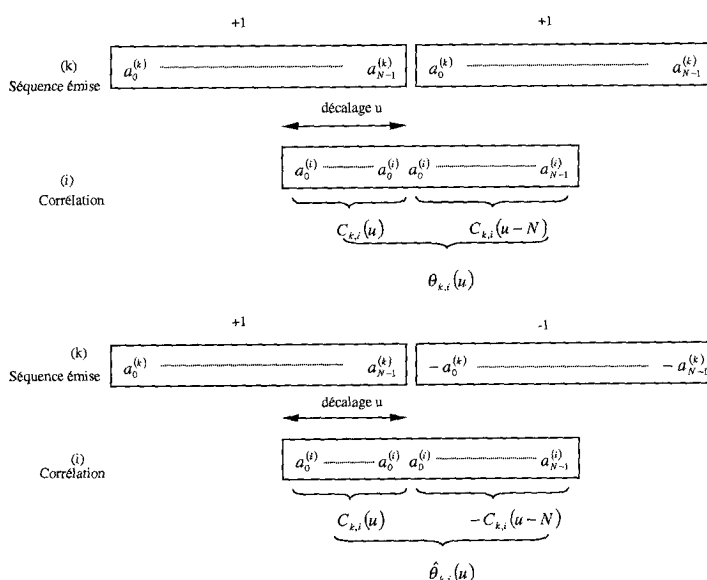


Figure 3. - Fonctions de corrélation paire et impaire.

appelée fonction d'intercorrélation impaire par Massey et Uhran [3], à cause de la propriété suivante :

$$\hat{\theta}_{k,i}(l) = \hat{\theta}_{k,i}(N-l), \quad \text{pour } 0 \leq l \leq N, \quad (17)$$

alors que la fonction d'intercorrélation périodique (ou paire) satisfait la relation :

$$\theta_{k,i}(l) = \theta_{k,i}(N-l) \quad (18)$$

Dans l'équation (10), l'expression suivante :

$$\sqrt{\frac{P}{2}} [b_{k,-1} R_{k,i}(\tau_k) + b_{k,0} \hat{R}_{k,i}(\tau_k)] \cdot \cos(\phi_k) = \sqrt{\frac{P}{2}} \nu_{K,i}(\tau_k) \quad (19)$$

est la contribution du  $k$ -ième signal (associée à la  $k$ -ième séquence d'étalement) sur la sortie  $Z_i$  de corrélation associée à  $s_i(t)$  et

$$Z_i = \sqrt{\frac{P}{2}} \left\{ b_{i,0} T + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K \nu_{k,i}(\tau_k) \right\} + \int_0^T n(t) a_i(t) \cos(\omega_c t) dt \quad (20)$$

A  $\tau_k$  fixé, celle-ci dépend uniquement :

- de  $\phi_k$ ,
- des données  $b_{k,-1}$  et  $b_{k,0}$
- et des fonctions aperiodiques (ou, ce qui est strictement équivalent, des fonctions d'intercorrélations paires et impaires).

L'équation (20) permet d'effectuer la décision symbole via l'évaluation du signe de  $Z_i$  :

- $\sqrt{\frac{P}{2}} b_{i,0} T$  est ainsi l'information utile;
- $\sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{k=1}^K \nu_{k,i}(\tau_k)$  est le bruit d'accès multiple dû à la présence simultanée des  $K-1$  autres messages;
- enfin,  $\int_0^T n(t) a_i(t) \cos(\omega_c t) dt$  est l'influence du bruit de canal.

L'optimisation d'une séquence est alors discutée en fonction de deux critères opposés (se reporter à la référence [2], mais le lecteur pourra également se référer à [4]) :

- soit l'étude des seules performances du système, où l'on distingue généralement deux analyses : celle du pire cas et celle du rapport signal-à-bruit moyen;
- soit l'étude conjointe des performances et de la synchronisation.

## 2.2. la recherche de séquences optimales et les critères d'optimisation

### 2.2.1. performance au pire cas [2]

L'idéal est de trouver des séquences telles que les probabilités  $\Pr(Z_i > 0 | b_{i,0} = -1)$  et  $\Pr(Z_i < 0 | b_{i,0} = +1)$  soient aussi

faibles que possible pour tout jeu de paramètres  $\tau_k$ ,  $\phi_k$ ,  $b_{k,-1}$  et  $b_{k,0}$ .

Par symétrie, il est clair que l'ensemble des valeurs que l'une des deux probabilités prend est identique pour la deuxième. En particulier, elles présentent la même valeur  $P_{\max}^{(i)}$ , valeur maximale de la probabilité pour la meilleure famille de séquences possible.

Une méthode de sélection va donc consister à choisir les séquences minimisant  $P_{\max}^{(i)}$ . Cette approche est bien entendu critiquable - comme toute méthode basée sur le Minimax - car elle est focalisée sur des valeurs de paramètres au pire cas.

Si  $b_{i,0} = -1$ ,  $P_{\max}^{(i)}$  va dépendre de la valeur maximale de la somme des  $\nu_{k,i}(\tau_k)$  sur tous les  $k \neq i$ , et vaut  $T_c[b_{k,-1}C_{k,i}(u - N) + b_{k,0}C_{k,i}(u)]$ , pour  $u \in \{0, 1, 2, \dots, N - 1\}$ . A  $u$  fixé, cette quantité admet 4 valeurs possibles :  $\pm\theta_{k,i}(u)$  et  $\pm\hat{\theta}_{k,i}(u)$ , et admet comme maximum :

$$\lambda_{k,i} = \max\{\gamma_{k,i}, \hat{\gamma}_{k,i}\}, \quad (21)$$

où

$$\gamma_{k,i} = \max_u |\theta_{k,i}(u)| \quad (22)$$

et

$$\hat{\gamma}_{k,i} = \max_u |\hat{\theta}_{k,i}(u)| \quad (23)$$

De tout ceci, l'on peut déduire que lorsque  $b_{i,0} = -1$ , la probabilité d'erreur maximum associée au  $i$ -ième récepteur correspond à la maximisation de  $\nu_{k,i}(\tau_k)$ , pour chaque  $k \neq i$ , qui vaut  $\lambda_{k,i}$ . Les mêmes arguments sont toujours valides pour  $b_{i,0} = +1$ , et la probabilité d'erreur maximum associée au  $i$ -ième récepteur correspond à la valeur minimale de  $\nu_{k,i}(\tau_k)$ , pour chaque  $k \neq i$ , qui vaut  $-\lambda_{k,i}$ .

Par conséquent,  $P_{\max}^{(i)}$  est minimisée lorsque la quantité  $\Lambda = \sum_{k \neq i} \lambda_{k,i}$  (24) est minimale. Cette grandeur est associée aux seules intercorrélations paires et impaires entre les séquences.

Si les valeurs les plus grandes associées aux intercorrélations sont peu nombreuses, il est plus significatif de considérer les performances moyennes plutôt que celles au pire cas [5]. Parmi les mesures considérées, on choisit généralement le rapport signal-à-bruit moyen, dont l'analyse est présentée dans les lignes suivantes.

### 2.2.2. rapport signal-à-bruit moyen [2]

Ici, on revient sur l'expression donnant la sortie de filtrage adapté  $Z_i$  (10) et l'on traite le jeu de paramètres  $\tau_k$ ,  $\phi_k$ ,  $b_{k,-1}$  et  $b_{k,0}$  comme des variables aléatoires mutuellement indépendantes. Les termes d'interférence apparaissant dans

cette équation,  $\sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K [b_{k,-1}R_{k,i}(\tau_k) + b_{k,0}\hat{R}_{k,i}(\tau_k)] \cdot \cos(\phi_k)$

et  $\int_0^T n(t)a_i(t) \cos(\omega_c t) dt$ , sont alors également considérés comme des variables aléatoires et traités comme du bruit blanc.

Le rapport signal-à-bruit  $RSB_i$  en sortie de la corrélation associée au  $i$ -ième utilisateur est l'une des plus importantes mesures de performance d'un système à étalement de spectre. Celle-ci est bien entendu une moyenne - au sens des probabilités - sur tous les décalages de phase, les délais et les données. Ces moyennes peuvent aussi bien être vues comme des moyennes temporelles, car les variables concernées sont des fonctions variant généralement lentement avec le temps, lesquelles peuvent donc être modélisées par des processus stationnaires, ergodiques et aléatoires.

On peut alors, sans perte de généralité, considérer que  $\phi_i = 0$  et  $\tau_i = 0$  et  $b_{i,0} = +1$ . La composante signal de  $Z_i$  est alors :

$$E\{Z_i\} = T\sqrt{\frac{P}{2}} \quad (25)$$

et la variance de sa composante bruit est :

$$\text{Var}\{Z_i\} = \left(\frac{P}{4T}\right) \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K \int_0^T (R_{k,i}^2(\tau) + \hat{R}_{k,i}^2(\tau)) d\tau + \frac{N_0T}{4}, \quad (26)$$

où  $N_0$  désigne la densité spectrale de puissance du bruit blanc gaussien de canal ( $n(t)$  de l'expression (6))

$$\text{Var}\{Z_i\} = \frac{PT^2}{12N^3} \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K r_{k,i} \right) + \frac{N_0T}{4} \quad (27)$$

où

$$r_{k,i} = 2\mu_{k,i}(0) + \mu_{k,i}(1) \quad (28)$$

et

$$\mu_{k,i}(n) = \sum_{u=1-N}^{N-1} C_{k,i}(u)C_{k,i}(u+n) \quad (29)$$

La probabilité d'erreurs d'un système DS-CDMA s'écrit alors :

$$Q(RSB_i) = Q\left(\frac{E\{Z_i\}}{\sqrt{\text{var}\{Z_i\}}}\right) = Q\left(\frac{1}{6N^3} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K r_{k,i} + \frac{N_0}{2PT}\right) \quad (30)$$

où

$$Q(x) = (2\pi)^{-0.5} \int_x^{-\infty} \exp(-t^2/2) dt \quad (31)$$

Améliorer cette probabilité revient alors à minimiser la somme dans la parenthèse, qui dépend uniquement des corrélations aperiodiques.

Toutefois, on peut montrer que le premier membre de la somme entre parenthèses dans l'expression (30) vaut environ  $\frac{K-1}{3N}$  (se reporter à la référence [6]) et ceci indépendamment des séquences utilisées - pourvu qu'elles soient proches de séquences aléatoires, ce qui est la propriété habituelle des séquences d'étalement utilisées. La Théorie de l'Information a alors proposé d'autres pistes pour l'optimisation de séquences, qui ne sont plus basées

sur la modélisation probabiliste et la seule probabilité de bonne détection.

Jusqu'à présent, nous avons en effet supposé la synchronisation parfaite, or il est manifeste que les systèmes à étalement de spectre par séquence directe doivent résoudre le problème de la synchronisation avant la détection proprement dite.

### 2.2.3. synchronisation de séquences [7]

Il est bien évident que cette étape est cruciale au niveau de la réception de signaux à étalement de spectre par séquence directe. En effet, il est illusoire de faire des traitements sophistiqués (décodage de Viterbi ou détection multi-utilisatrice, par exemple) si le rythme des utilisateurs asynchrones n'est pas acquis.

La synchronisation tire profit, de manière classique, des *sorties de corrélation* (c'est le principe *corrélateurs coulissants* ou sliding correlators, en anglais). Elle consiste en la maximisation du rapport signal-à-bruit au niveau du corrélateur; pour chaque intervalle de durée symbole  $T$ , on détermine :

$$\hat{\tau}_k = \max_{(T)} \{|Z_i|\} \quad (32)$$

qui maximise l'ouverture du diagramme de l'œil et qui doit correspondre au délai associé au trajet le plus énergétique pour chacun des utilisateurs.

La détection consiste alors à déterminer  $\text{sgn}[Z_i(\hat{\tau}_k)]$  sur cet intervalle. Illustrons ce principe. Soit, dans un premier temps, un système mono-utilisateur. Pour une séquence  $(a^{(k)}) = \{a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \dots, a_{N-1}^{(k)}\}$ , deux fonctions d'autocorrélation du décalage  $u$  sont à considérer :  $\theta_{k,k}$ , fonction d'autocorrélation paire, et  $\hat{\theta}_{k,k}(u)$ , fonction d'autocorrélation impaire.

Si la valeur absolue de ces fonctions de  $u$  présente un pic central ( $u \equiv 0[N]$ ) plus important que les autres ( $u \neq 0$ ) – se reporter à la figure 4 –, il est facile de constater que les perturbations provoquées par des répliquas – typiquement provoquées par des trajets multiples ici – seront atténuées. Par conséquent, le mécanisme de synchronisation, qui consiste à se focaliser sur les maxima des sorties de corrélation sur une fenêtre de durée symbole, se trouve à la fois simplifié et amélioré.

Pour un système DS-CDMA multi-utilisateurs, c'est-à-dire lorsque plusieurs séquences ou utilisateurs différents cohabitent dans la même bande de fréquence, l'interférence globale entre canaux décroît à mesure que les valeurs des fonctions d'intercorrélation entre deux séquences quelconques diminuent, et ce pour toute valeur du décalage  $u$ .

Pour deux séquences quelconques  $(a^{(k)} = \{a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \dots, a_{N-1}^{(k)}\})$  et  $(a^{(l)} = \{a_0^{(l)}, a_1^{(l)}, \dots, a_{N-1}^{(l)}\})$ , ces fonctions sont notées :  $\theta_{k,l}(u)$ , fonction d'intercorrélation paire, et  $\hat{\theta}_{k,l}(u)$ , fonction d'intercorrélation impaire.

Pour une famille  $F$  de séquences, deux mesures de performances sont ainsi considérées pour la synchronisation, prenant en compte

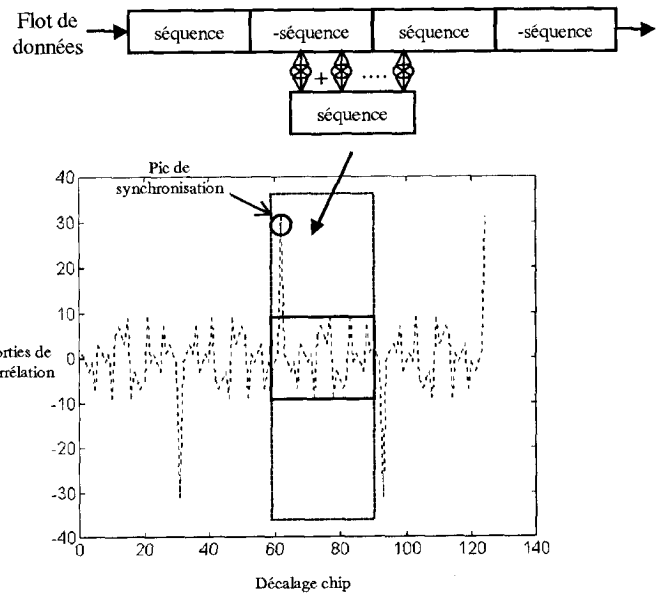


Figure 4. – Illustration du principe de synchronisation ( $N = 31$ ).

ces fonctions de corrélation : le *maximum  $\theta$*  – appelé également *Minimax* [8] – et la *moyenne quadratique de corrélation* – appelée également *Mean-Square Correlation Parameter  $\delta$*  – (que l'on simplifiera par la suite en MSCP) [9]. Ces paramètres s'écrivent :

$$\theta(u) = \text{Max}_{(a^{(k)}, a^{(l)}) \in F^2} \left\{ \text{Max}_{u \neq 0} (|\theta_{k,l}(u)|, |\hat{\theta}_{k,l}(u)|), \text{Max}_u (|\theta_{k,l}(u)|, |\hat{\theta}_{k,l}(u)|) \right\} \quad (25)$$

$$\delta = \sum_{((a^{(k)}, a^{(l)})) \in F^2} \left[ \sum_{u=1}^{N-1} ((\theta_{k,l}(u))^2 + (\hat{\theta}_{k,l}(u))^2) + \sum_{u=0}^{N-1} ((\theta_{k,l}(u))^2 + (\hat{\theta}_{k,l}(u))^2) \right] \quad (26)$$

Si l'on reprend la figure 4, il apparaît que l'information (le « pic » de corrélation) doit être d'amplitude supérieure aux bruits correspondant aux autres décalages pour amener une bonne synchronisation. La référence [8] présente une assez bonne présentation, très didactique, de ces deux critères.

On s'attache généralement :

- soit à minimiser le maximum des sorties de corrélation ne correspondant pas à l'information utile, c'est le Minimax,
- soit à minimiser globalement ces bruits, c'est le MSCP. Ce sont plus particulièrement ces critères que nous allons examiner dans la suite de cet article.

## 2.3. méthodes d'optimisation de séquences

### 2.3.1. constructions mathématiques

A l'origine - vers la fin des années 60, seul le premier critère a été étudié de manière analytique, *mais la Théorie des Corps de Galois permettait la seule prise en compte des fonctions de corrélation paire*. Différentes familles de séquences, optimales au sens des seules fonctions paires, ont été ainsi construites, telles les familles de *Gold* ou *Kasami* [9]. Malheureusement, leurs longueurs et cardinaux sont fixés par construction ( $N = 2^k - 1$  et  $K = 2^k + 1$  pour la famille de Gold -  $k$  étant un nombre entier - et  $N = 2^k - 1$  et  $K = 2^{k/2}$  pour celle de Kasami -  $k$  pair), et la dégradation au regard des fonctions de corrélation impaire est sensible (se reporter à la figure 5).

Jusqu'à récemment, une technique de choix de séquences consistait à mettre en évidence, pour un système mettant en œuvre  $K$  utilisateurs, les  $K$  meilleures séquences, formant le meilleur ensemble possible pour les critères impairs, parmi l'ensemble complet de séquences construites mathématiquement.

### 2.3.2. approches informatiques et heuristiques : l'algorithme de Recherche Taboue

Plus récemment encore - vers la fin des années 80, une approche informatique a permis l'optimisation du critère MSCP et l'algorithme de *Recuit Simulé*, proposé initialement dans la référence [10], a été utilisé par Deng dans la référence [11], où l'auteur avait considéré les seules intercorrélations paires et des problèmes de petite taille à cause de limitations matérielles.

Originellement proposée dans la référence [12], la mise en œuvre de l'algorithme dit de *Recherche Taboue* (ou *Tabu Search* -

abrégé en TS dans la suite) est évoquée dans l'article [13], en prenant en compte à la fois les critères de Minimax et de MSCP [14] pour la génération de séquences d'étalement pour le DS-CDMA. Approximativement 200K itérations permettent d'obtenir des résultats tout à fait satisfaisants, ce qui permet d'avoir une convergence intéressante plus rapidement que celle obtenue avec le Recuit Simulé et donc de proposer des solutions à des problèmes de taille plus importante.

La mise en œuvre de cet algorithme est présentée dans l'appendice pour l'optimisation de  $K$  séquences binaires de longueur  $N$  chips. Décrivons-le très sommairement.

Pour implémenter un tel algorithme, nous avons besoin de formuler le problème en l'optimisation - la minimisation ici - d'une certaine fonction de coût. Nous avons choisi d'optimiser  $\theta$  ou  $\delta$  de manière indépendante, afin de mettre ces deux critères en balance dans le choix de séquences.

Un algorithme plus classique, de type *Descente*, démarre d'une solution aléatoire (ici, un ensemble de  $K$  séquences de longueur  $N$ , composées de bits  $+1$  et  $-1$ ) et parcourt une hypersurface de la fonction-coût, en faisant des transformations élémentaires sur la configuration courante, jusqu'à ce que plus aucune amélioration ne soit possible.

Les transformations élémentaires définissent l'espace de recherche; nous avons choisi les suivantes :

- soit une transformation d'un seul élément choisi aléatoirement (un bit  $+1$  devient  $-1$  ou vice versa)
- ou la transformation d'un ensemble de bits aléatoires - encore appelé voisinage.

*Le principal inconvénient de cette approche est sa rapidité à se retrouver piégée dans des minima locaux de mauvaise qualité.*

L'idée-force de l'algorithme TS est d'éviter de se retrouver piégé dans un minimum local en acceptant des transformations pénalisantes pour la configuration courante (se reporter à la figure 6). Même s'il n'y a pas de meilleurs états possibles atteignables en une transformation de la configuration courante, l'algorithme atteint la meilleure configuration possible en vue de diversifier l'exploitation de l'hypersurface des fonctions-coût.

Le danger de revenir sur des configurations déjà explorées existe et, pour éviter cette situation, *TS sauve les dernières transformations effectuées dans une liste appelée « liste taboue »*. Si une transformation est dans cette liste, cette dernière est interdite pendant un certain nombre,  $N_{TA}$ , d'itérations. Nous avons utilisé des procédures d'*intensification* et de *diversification* : par exemple, la valeur du paramètre  $N_{TA}$  et la taille du voisinage varie tout au long de la recherche de bonnes séquences (se reporter à l'appendice).

A cause du nombre fini d'itérations, il n'y a aucune garantie que l'algorithme trouve le minimum global. Le facteur de pénalisation  $N_{TA}$ , ainsi que sa loi de variation, sont établis via des essais successifs. De plus, une telle démarche est empirique comparée

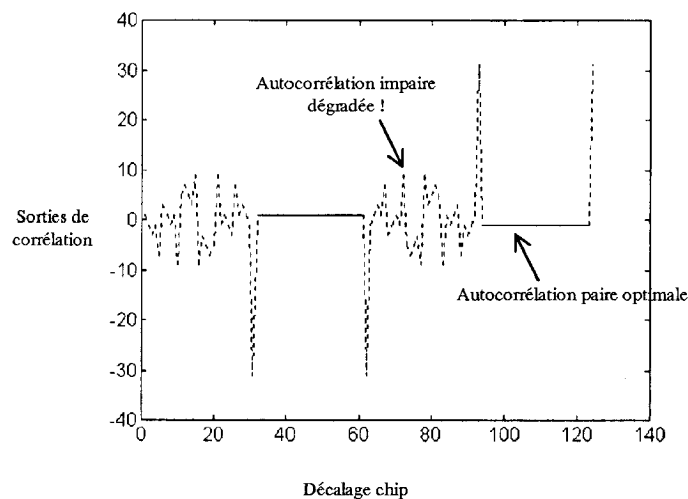


Figure 5. - Autocorrélation d'une m-séquence (utilisée dans la construction de familles classiques) ( $N = 31$ ).

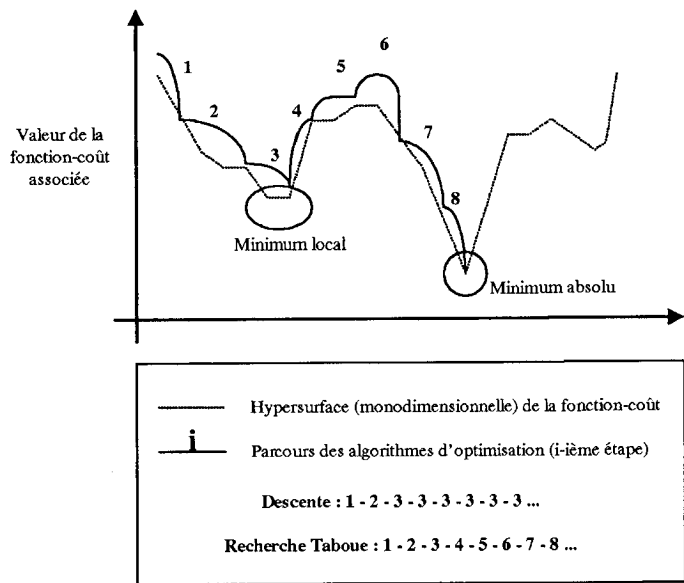


Figure 6. – Principe de la démarche de la Recherche Tabouée comparée à celle de la descente.

à celle du Recuit Simulé, dont les bases théoriques sont parfaitement posées, telle la convergence asymptotique [15]. Une telle démarche produit cependant généralement de très bons résultats, pour un investissement en temps de mise au point et un temps CPU limités.

### 3. résultats

#### 3.1. minimax

Les séquences obtenues avec TS et les familles de Gold correspondantes sont comparées en terme de Minimax sur la figure 7. Pour des cardinaux  $K$  inférieurs à  $2^k + 1$ , le meilleur ensemble pour les familles de Gold a été choisi.

L'algorithme TS permet l'obtention de meilleures performances en terme de Minimax parce qu'il permet la prise en compte des fonctions de corrélation impaires, ce qui n'est pas le cas des séquences de la Littérature. A mesure que  $N$  augmente, cette amélioration est moins nette, à cause du temps de simulation limité.

De même, plus le gain de traitement est important et meilleure devient la performance en Minimax pour les séquences de Gold et les séquences obtenues avec l'algorithme TS. La référence [16] présente d'autres résultats, notamment quant à la comparaison avec les séquences optimisées suivant le MSCP. TS se révèle ici d'une grande efficacité si on le compare aux approches précédentes quant à l'obtention de bons jeux de séquences suivant à la fois les critères de Minimax et de MSCP.

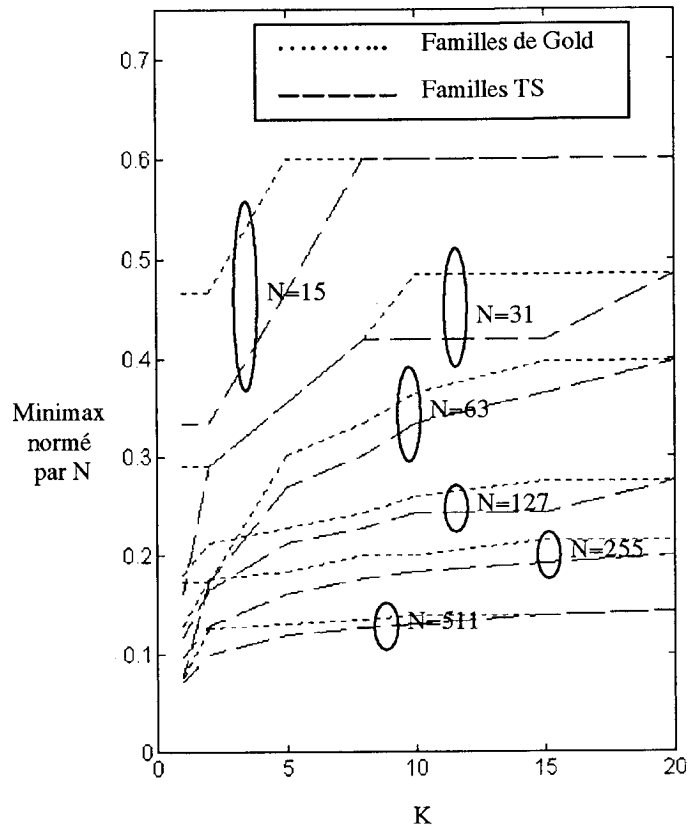


Figure 7. – Comparaison des résultats obtenus en terme de Minimax pour les séquences TS et les familles de Gold, pour différentes longueurs de séquences  $N$  en fonction du nombre d'utilisateurs  $K$ .

#### 3.2. taux d'erreurs bit simulés - comparaison entre MSCP et minimax

Le cas ( $K = 5 - N = 63$ ) est ici plus particulièrement considéré. On sait construire de manière analytique 65 séquences de Gold de longueur 63 - nous avons utilisé le polynôme générateur 14551, en représentation octale - et on choisit alors le meilleur ensemble possible au regard du critère considéré pour comparaison avec les séquences obtenues avec l'algorithme TS.

Puis, nous avons simulé le comportement de ces séquences afin de comparer, séquences de Gold et séquences TS d'une part, Minimax et MSCP d'autre part, avec deux configurations de simulation bien distinctes :

- avec synchronisation parfaite; c'est donc plus la détection qui va être évaluée;
- avec synchronisation obtenue en réception, via le principe de la corrélation glissante. Ici, ce sont les deux décisions, synchronisation et ensuite détection, qui interviennent dans la comparaison.

Le canal est supposé blanc gaussien (AWGN en anglais, pour Additive White Gaussian Noise) et la modulation/démodulation DQPSK (pour Differentially Phase Shift Keying, en anglais).



### 3.2.1. synchronisation parfaite

Dans un premier temps, des transmissions asynchrones parfaitement synchronisées à la réception sont considérées et les meilleures séquences de Gold suivant les critères Minimax et MSCP ont été choisies – *en ne considérant que les seules intercorrélations paires et impaires* – et les séquences TS correspondantes.

Les distributions des corrélations obtenues sont présentées sur les figures 8 et 9 ( $\delta_{norm}$  est la valeur de  $\delta$  divisée par le nombre de décalages considérés) et l'on peut remarquer que l'algorithme TS permet de générer de meilleures séquences. Les familles de Gold étant optimales suivant la borne de Welch en corrélation paire [9], ce gain est dû essentiellement à la prise en compte *pour la première fois* des critères de corrélation impaire. Cent différentes configurations, avec des délais  $\tau_k$  différents, comprenant 10.000 symboles chacune, ont été alors utilisées dans des simulations de Monte-Carlo pour évaluer les performances de tels systèmes.

Les performances obtenues en terme de taux d'erreurs binaires – se reporter à la figure 10 – permettent d'apprécier le meilleur

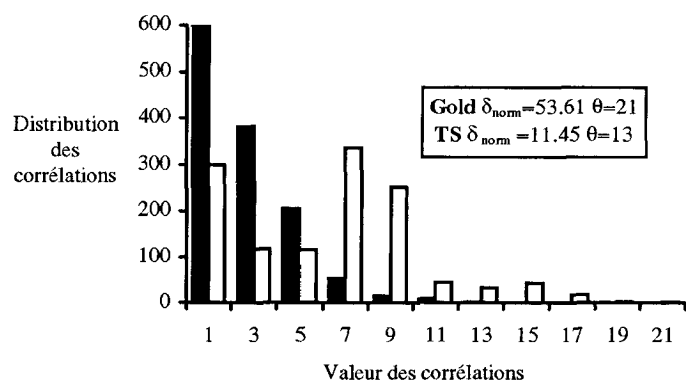


Figure 8. – Histogramme des valeurs absolues des valeurs de corrélation obtenues pour les séquences TS (en noir) comparées à celles de Gold (en blanc) Mise en œuvre du critère MSCP - Sont présentées les seules fonctions d'intercorrélation paires et impaires.

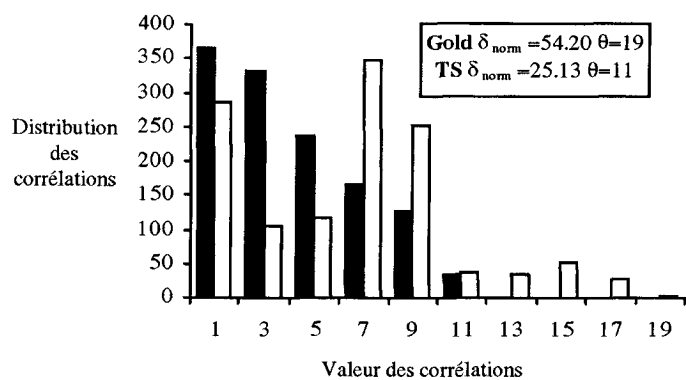


Figure 9. – Histogramme des valeurs absolues des valeurs de corrélation obtenues pour les séquences TS (en noir) comparées à celles de Gold (en blanc) Mise en œuvre du critère Minimax - Sont présentées les seules fonctions d'intercorrélation paires et impaires

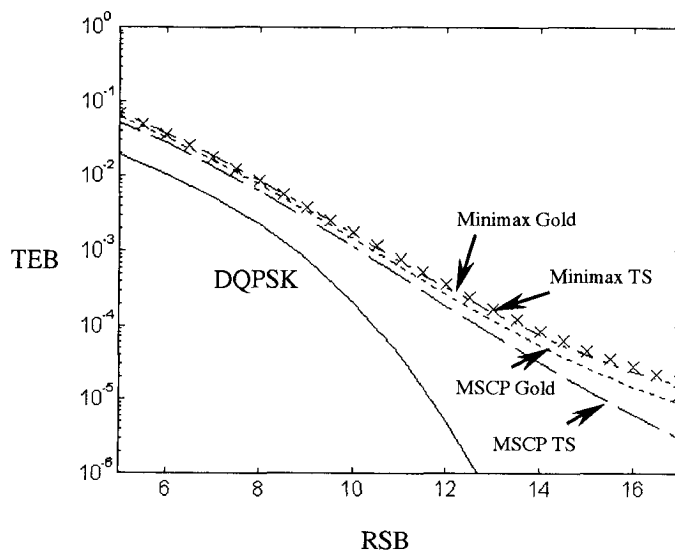


Figure 10. – Taux d'erreurs binaires (TEB) de la structure conventionnelle pour un canal AWGN et différents rapports signaux-à-bruit (RSB). La synchronisation est supposée parfaite et les récepteurs n'ont pas besoin de l'acquérir – Les performances des séquences de Gold et des séquences TS sont comparées – Les critères Minimax et MSCP sont également comparés – Une borne DQPSK mono-utilisatrice, tirée de la référence [17], est également présentée à titre de comparaison.

comportement des séquences optimisées, ce qui est une conséquence directe des remarques précédentes. Lorsque la synchronisation est parfaite, le MSCP apparaît alors comme le meilleur critère de choix (ceci rejoint la référence [8]).

### 3.2.2. synchronisation obtenue à la réception

Un système DQPSK analogue est alors considéré, mais *utilisant un signal de synchronisation obtenu à la sortie de démodulation différentielle*, afin d'améliorer l'amplitude des « pics » de décision sur le bruit.

Les deux critères sont encore comparés ici – *les fonctions d'auto-et d'intercorrélation paire et impaire sont considérées ici*, mais nous présentons des résultats pour les seules séquences TS (des comparaisons avec les séquences de Gold sont présentées dans la référence [16] et permettent de confirmer les avantages des séquences optimisées sur les séquences de la Littérature). La distribution des fonctions de corrélation est donnée en figure 11 et les performances du système en figure 12. Dans ce cas, le critère *Minimax* permet l'obtention de meilleurs résultats que le critère MSCP.

## 4. conclusion

L'apport de l'algorithme TS est indéniable au vu des résultats obtenus à la fois sur le Minimax, sur le MSCP et sur les performances simulées de structures de réception conventionnelle par

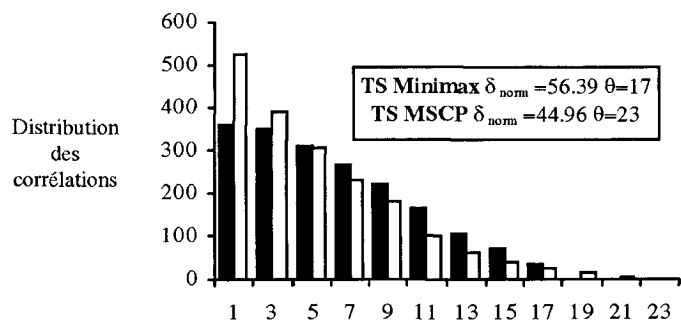


Figure 11. – Histogramme des valeurs absolues des valeurs de corrélation obtenues pour les séquences TS optimisées en le Minimax (en noir) comparées aux séquences analogues optimisées en le MSCP (en blanc) Toutes les fonctions d'auto- et d'intercorrélation paires et impaires sont considérées ici.

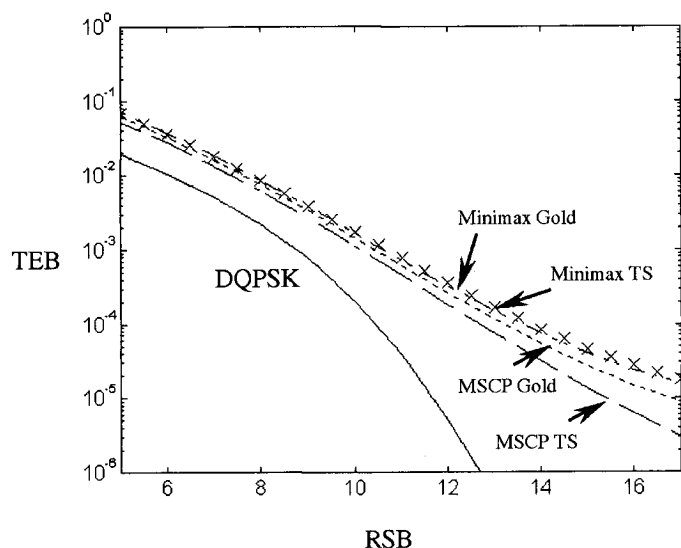


Figure 12. – Taux d'erreurs binaire de l'étage conventionnel pour un canal AWGN et différents rapports signaux-à-bruit La synchronisation est obtenue à la réception – Les performances des séquences TS sont proposées Les critères Minimax et MSCP sont comparés.

rapport aux familles de séquences utilisées habituellement dans l'UMTS ou dans les systèmes CDMA passés et présents (se reporter aux références [18] et [9]).

Une telle démarche est alors une excellente alternative à l'utilisation des séquences de l'Art, ceci d'autant plus que l'approche informatique mise en œuvre permet l'optimisation de séquences de longueur et de cardinal quelconques – ce qui est impossible pour les séquences classiques, construites mathématiquement. Plus de liberté est alors laissée aux concepteurs de systèmes qui doivent prendre en compte un certain nombre de contraintes (la longueur des séquences  $N$  est directement reliée à la vitesse de modulation des composants utilisées – contrainte matérielle – et au débit de transmission – contrainte sur les services offerts).

Quant à la comparaison entre les critères Minimax et MSCP, pour compléter ce qui avait été dit dans la référence [8] avec les seules familles de séquences classiques :

- lorsque la synchronisation est parfaite, le critère MSCP apparaît comme le plus adapté;

- si ce n'est pas le cas, le Minimax est le plus intéressant. Dans une démarche pratique, il est intéressant d'optimiser un jeu de familles de séquences aux performances similaires suivant ce critère; ensuite, il est judicieux de sélectionner le meilleur ensemble au sens du MSCP [16].

Ces remarques s'étendent pour des canaux réalistes via aussi bien des simulations que des tests expérimentaux avec des asics dédiés (se référer à [16] et [19] pour de plus amples informations). Cette proposition d'une méthode de synthèse originale permet de montrer l'apport de méthodes dérivées de l'optimisation combinatoire envers un vieux problème qui a tenu en haleine un certain nombre de théoriciens de l'information : la proposition de « bons » jeux de séquences d'étalement orthogonales.

Il faut bien reconnaître qu'elle décevra certainement ces derniers (ceux-ci préféreront sans doute les familles classiques « construites » de manière mathématique), car la convergence de l'algorithme TS n'est pour l'heure pas démontrée dans le cas asymptotique - néanmoins, sa mise en œuvre a été d'une grande efficacité car elle a permis d'aller au-delà des performances classiques des familles de séquences utilisées jusqu'à présent.

## 5. liste des acronymes

*ACTS* - Advanced Communications Technologies and Services (Technologies et services de communications avancées - 4<sup>ième</sup> PCRD)

*AMRC* - Accès Multiple à Répartition par les Codes (traduction de CDMA en français)

*AWGN* - Additif White Gaussian Noise (Bruit blanc additif gaussien)

*BPSK* - Binary Phase Shift Keying (Déplacement par saut de phase binaire)

*DQPSK* - Differentially Quaternary Phase Shift Keying (Déplacement par saut de phase quaternaire différentiel)

*DS-CDMA* - Direct Sequence Code-Division Multiple Access

*FRANS* - Fiber Radio ATM Networks Services

*GSM* - Global System Mobility

*MAI* - Multiple-Access Interference (Bruit d'accès multiple)

*MSCP* - Mean-Square Correlation Parameter (Moyenne quadratique des corrélations, en français)

*RSB* - Rapport Signal-à-Bruit

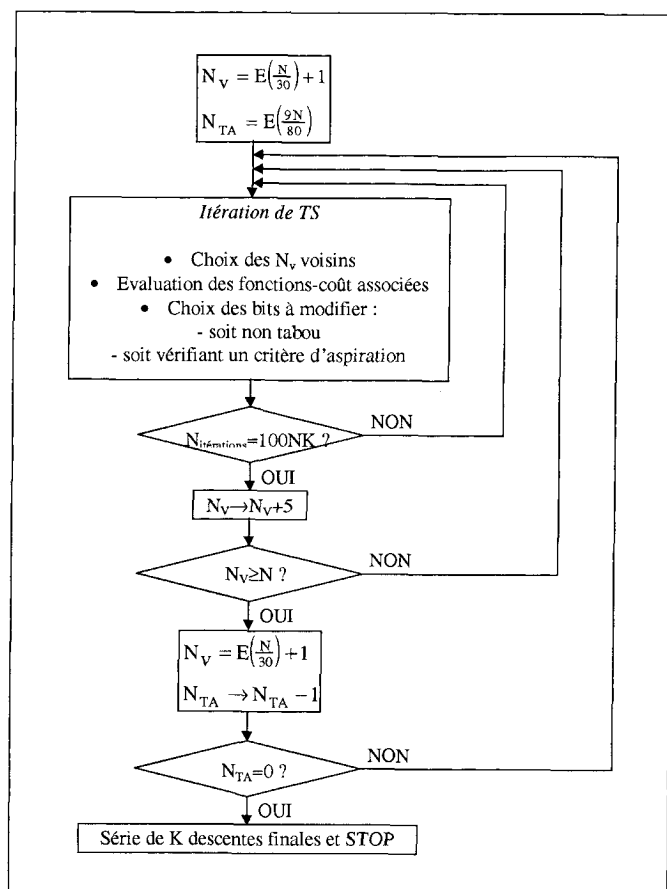
*TS* - Tabu Search (algorithme de Recherche Taboue)

*TEB* - Taux d'Erreur Binaire

*UMTS* - Universal Mobile Telecommunication System (Système de communications mobiles universelles)

## APPENDIX

Mise en œuvre de l'algorithme de Recherche Taboue pour l'optimisation de  $K$  séquences binaires de longueur  $N$ .



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] A.J. Viterbi, *CDMA : principes of spread-spectrum communication*, Addison-Wesley, 1995.
- [2] M.B. Pursley, "Performance evaluation for phase-coded spread-spectrum multiple-access communication - Part I : system analysis", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 25, pp. 795-799, Août 1977.
- [3] J.L. Massey et J.J. Uhran, "Sub-baud coding", *Proceedings of the Thirteenth Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory*, pp. 539-547, Octobre 1975.
- [4] M.B. Pursley et D.V. Sarwate, "Performance evaluation for phase-coded spread-spectrum multiple-access communication - Part II : code sequence analysis", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 25, pp. 800-803, Août 1977.
- [5] K. Yao, "Error probability of asynchronous spread spectrum multiple access communication systems", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 25, pp. 803-809, Août 1977.
- [6] R.K. Morrow et J.S. Lehnert, "Bit-to-bit error dependence in slotted DS/SSMA packet systems with random signature sequences", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 37, pp. 1052-1061, Octobre 1989.
- [7] M.K. Simon, J.K. Omura, R.A. Scholtz et B.K. Levitt, *Spread spectrum communications*, vol. III, Computer science press, 6<sup>ième</sup> édition 1989.
- [8] K. Kärkkäinen, "Meaning of maximum and mean-square cross-correlation as a performance measure for CDMA code families and their influence on system capacity", *IEICE Transactions on Communications*, vol., pp. 848-854, Août. 1993.
- [9] D.W. Sarwate et M.B. Pursley, "Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences", *IEEE Proceedings*, vol. 68, pp. 593-619, Mai 1980.
- [10] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt et M.P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing", *Science*, vol. 220, pp. 671-680, 1983.
- [11] H. Deng, "Synthesis of binary sequences with good autocorrelation and crosscorrelation properties by simulated annealing", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, pp. 98-107, Janvier 1996.
- [12] F. Glover et M. Laguna, "Tabu Search", *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, pp. 1-61, Kluwer Publishers, 1992.
- [13] C. Boulanger, J.R. Lequepeys, L. Héroult et G. Loubet, "Nouvelles séquences binaires et quaternaires pour l'étalement de spectre par séquence directe obtenues via les méthodes de Recuit Simulé et de Recherche Taboue", *Colloque GRETSI'97*, pp. 1033-1036, 15-19 septembre 1997, Grenoble.
- [14] C. Boulanger and L. Ouvre, "Tabu search : an efficient tool for designing DS-CDMA spreading sequences", *IEEE ISSSTA 98 proceedings*, pp. 59-63, 2-4 Septembre 1998, Sun City.
- [15] B. Hajek, "Cooling schedules for optimal annealing", *Mathematics of Operations Research*, vol. 13, no. 2, pp. 3111-329, Mai 1988.
- [16] C. Boulanger, *Accès Multiple à Répartition par les Codes : optimisation des séquences d'étalement et architectures de réception associées*, Thèse de Doctorat de l'INPG, Septembre 1998.
- [17] J.G. Proakis, *Digital communications*, Mc Graw-Hill, 3<sup>ième</sup> édition, 1993.
- [18] Document ETSI, Référence DTR/SMG-023006U - TR 101146 (A1) 1997-12, UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) : *UMTS Terrestrial Radio Access (UTRA) Concept Evaluation (UMTS 30.00 version 3.0.0)*.
- [19] J.R. Lequepeys, N. Daniele, D.Lattard, B. Piaget, D. Varreau, L. Ouvre et C. Boulanger, "CESSIUM : a single component for implementing high data rates DSSS/CDMA interference cancellation receivers", *IEEE ISSSTA 98 proceedings*, pp. 888-892, 2-4 Septembre 1998, Sun City.

Manuscrit reçu le 18 février 1999.

## Séquences pour l'étalement de spectre par séquence directe

### LES AUTEURS

#### Christophe BOULANGER

Après sa thèse effectuée au CEA-LETI dans le domaine des communications numériques CDMA, a été embauché par SAGEM dans le centre de R&D de Paris. Il travaille actuellement sur les aspects traitement de signal de modems xDSL.

#### Jean-René LEQUEPEYS

Il exerce la fonction de chef de projet Transmissions au CEA-LETI Département systèmes. Il est en charge de l'ensemble des affaires ayant trait aux communications numériques, et en particulier à la conception et réalisation d'ASICs et de modems à étalement de spectre et CDMA.

#### Gérard LOUBET

Fait partie du laboratoire des Images et des Signaux (IIS - anciennement CEPHAG) de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG). Ses recherches portent sur les Communications essentiellement dans le domaine de l'Acoustique Sous-Marine (en particulier par des techniques d'étalement de spectre) et sur la Caractérisation du canal acoustique marin. L'auteur est maître de conférence au Département Génie des Télécommunications et Réseaux de l'IUT - Université Joseph Fourier de Grenoble

#### Laurent OUVRY

Il est responsable de projets au LETI en coopération avec des industriels européens. Son intérêt se porte sur le CDMA et plus particulièrement les techniques de traitement du signal en CDMA synchrone pour les modems câble, les modems pour ligne électrique, les télécommunications spatiales, la boucle locale et le LMDS. Il spécifie des ASICs pour le CDMA synchrone.