

# Non stationnarité et problèmes de détection/communication

## On non stationarity and detection/communication problems

par Geneviève JOURDAIN

Laboratoire des Images et des Signaux  
BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex

### *résumé et mots clés*

Cet article discute d'abord de modèles de signaux aléatoires non stationnaires et de différentes façons d'engendrer ces signaux. Dans un système de détection ou de transmission, le signal aléatoire non stationnaire peut être le signal utile, ou encore le bruit perturbateur. On présente comme exemple du premier cas la transmission à travers un canal dispersif, et comme exemple du second cas la détection en présence de réverbération.

Signaux aléatoires non stationnaires, transmission dispersive, réverbération, détection.

### *abstract and key words*

First several non stationary random signals models are discussed. Different signals generation processes are presented. In detection or transmission systems, these non stationary signals can be either the useful signals or the disturbing noises. The first case is illustrated by communication through fading dispersive channels and the second case by detection in presence of reverberation.

Non stationary random signals, dispersive transmission, reverberation, detection.

Le propos de ce papier est d'abord de présenter un éventail de modèles de signaux non stationnaires auxquels on fait appel dans différentes situations de détection ou de transmission. Le vocabulaire est dédié à des signaux *aléatoires* (ou bruits) *non stationnaires*. Ceux-ci peuvent être engendrés de différentes façons.

Un signal aléatoire non stationnaire peut être naturellement un bruit perturbateur dans un système de détection ou d'estimation. Mais ce peut être aussi l'information utile que l'on cherche à retrouver ou estimer (par exemple en communication après un milieu dispersif). En termes de bruit perturbateur, nous nous sommes particulièrement intéressés à un bruit très gênant dans les systèmes de radar ou sonar actif : le bruit de réverbération, qui outre sa non stationnarité présente la particularité d'être lié au signal utile émis.

Nous évoquons ensuite la situation de *traitement en présence de non stationnarités*, que ce soit pour retrouver les informations transmises, ou pour détecter un écho en présence de réverbération. Les structures optimales sont alors rarement réalisables. Nous présenterons quelques exemples en situation de communication évolutive et en détection en présence de réverbération.

Dans tous ces problèmes la notion d'échelle de temps<sup>1</sup> de la non stationnarité est primordiale et influe directement sur le modèle et sur le traitement.

## 1. non stationnarité, modèles et génération

Depuis les origines de la Théorie et du Traitement du Signal, une bonne partie des modèles de signaux et des traitements utilisés font l'hypothèse de *stationnarité*. Cette notion – par ailleurs assez intuitive lorsqu'il s'agit de phénomènes physiques et qui représente une certaine permanence dans l'évolution des phénomènes – fait l'objet de nombreux développements dans les chapitres consacrés aux modèles de signaux aléatoires dans la plupart des ouvrages de référence anciens ou récents [1, 2]. La stationnarité peut être vue sous différents sens, ou de façon plus

1. On utilise ici implicitement le vocabulaire temporel.

ou moins stricte. Elle est en fait d'abord et surtout un concept théorique, difficile à vérifier dans la pratique, où on parlera alors plutôt de stationnarité locale. Mais en tout état de cause elle est définie très précisément de façon théorique.

Tandis que la non stationnarité est, elle, moins bien définie, ou plutôt définie par une non propriété.

### 1.1. signaux certains

La théorie du signal distingue les signaux certains des signaux aléatoires même si là encore pratiquement le choix entre les 2 catégories n'est pas toujours évident. Mais restons ici sur le plan de la modélisation où les concepts sont bien distincts.

De façon évidente un signal certain, dont la représentation temporelle (ici à une dimension<sup>2</sup>) est  $s(t)$ , pourrait être qualifié de non stationnaire puisque par essence son amplitude évolue au cours du temps. Dans ce cas-là on parlera plutôt d'analyse évolutive suivant que l'analyse du signal se fait sur tout ou partie de la durée du signal.

L'un des précurseurs en la matière est D. Gabor [3] qui décompose le signal en « atomes temps-fréquence ». A la même période, l'analyse de signaux modulés conduit à différentes notions comme celle de la fréquence instantanée  $\nu_i(t)$ , qui caractérise la loi d'évolution de la modulation.

Face à l'analyse d'un signal certain  $s(t)$ , on peut imaginer faire une Transformée de Fourier (TF) globale de  $s(t)$ , soit  $S(\nu)$ . Mais on peut aussi faire des TF évolutives, s'intéresser à  $\nu_i(t)$ , à différentes représentations temps/fréquence de  $s(t)$ ,... ce qui revient à exhiber la « non stationnarité » de  $s(t)$  en particulier de son contenu fréquentiel.

Nous ne traiterons pas de cette question ici.

### 1.2. signaux aléatoires

C'est là que la non stationnarité prend tout son sens en faisant directement référence aux propriétés statistiques du signal aléatoire  $s(t)$ . Celui-ci sera toujours supposé centré  $E\{s(t)\} = 0$  (Sinon sa valeur moyenne serait un signal certain, à traiter comme tel).

La stationnarité est liée à l'invariance, dans une translation temporelle, des propriétés statistiques du signal. En particulier la covariance du signal est stationnaire

$$E\{s(t)s^*(t-u)\} \triangleq \Gamma_s(t, u) = \Gamma_s(t-u) \tag{1.1}$$

En nous contentant donc par exemple de la « Non stationnarité au second ordre<sup>3</sup> », on dira que  $s(t)$  est non stationnaire si

$$\Gamma_s(t, u) \neq \Gamma_s(t-u) \tag{1.2}$$

2. On restera à 1 dimension dans tout le papier.  
3. On pourrait évidemment travailler sur la loi du processus  $s(t)$ . Nous nous contenterons ici du second ordre.

Une des toutes premières non stationnarités dont on peut vouloir rendre compte est celle de la puissance du signal aléatoire :  $\Gamma_s(t, t)$  varie avec  $t$ . Mais il peut y avoir aussi une évolution, au cours du temps, de la largeur de bande du signal...

— Avant d'envisager les différentes façons d'engendrer un signal aléatoire non stationnaire, voyons quelques cas particuliers de modèles non-stationnaires :

i) le modèle à accroissements stationnaires. Le signal  $s(t)$  n'est pas stationnaire mais ses accroissements  $s(t + \tau) - s(t) = \Delta s(t, \tau)$  le sont.

ii) le modèle « sphériquement invariant » qui peut être introduit en multipliant un signal aléatoire stationnaire  $x(t)$  par une fonction aléatoire  $a(t)$  positive (traduisant de la modulation de puissance).

$$s(t) = \sqrt{a(t)} \cdot x(t) \tag{1.3}$$

$a(t)$  est alors souvent à variations lentes devant le temps de cohérence de  $x(t)$ .

B. Picinbono a particulièrement étudié les modèles ci dessus [2,3]. Notons aussi les développements récents concernant le premier modèle [5].

iii) les signaux cyclostationnaires qui exhibent une certaine périodicité naturellement. Cette périodicité est liée à un rythme spécifique au signal et intervient par exemple dans les systèmes de communications numériques où on à transmettre des données discrètes  $a_n$  toutes les  $T$  secondes. Le signal en bande de base est :

$$s(t) = \sum a_n h(t - nT) \tag{1.4}$$

où  $h(t)$  est la forme d'impulsion choisie (tenant aussi compte de la réponse de l'émetteur). Dans un schéma simple, les  $a_n$  sont des variables aléatoires à valeurs complexes, de même loi, indépendantes, et de puissance  $\sigma^2$ .

En calculant  $E\{s(t)s^*(t-\tau)\} = \Gamma_s(t, \tau)$ , il vient

$$\Gamma_s(t, \tau) = \sigma^2 \sum_n h(t - nT)h^*(t - nT - \tau) = \Gamma_s(t + kT, \tau) \tag{1.5}$$

et  $\Gamma_s(t, \tau)$  est périodique en  $t$  et donc non stationnaire. En échantillonnant toutes les  $T$  secondes, le processus échantillonné redevient stationnaire.

La non stationnarité se manifeste encore en prenant la TF de  $\Gamma_s(t, \tau)$  vis-à-vis de  $t$  : on obtient la corrélation cyclique  $C_s(\alpha, \tau)$ , laquelle n'est définie que pour  $\alpha = k/T$ . Le cas stationnaire correspond à  $\alpha = 0$ .

N.B. Le cas de non stationnarités brusques, dit encore de « ruptures » ne sera pas envisagé ici.

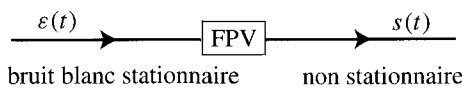
— Voyons maintenant différentes façons de modéliser ou d'engendrer un signal aléatoire non stationnaire.

1.2.1.

Une première façon consiste à se donner directement, comme nous l'avons fait ci-dessus, les propriétés statistiques non stationnaires du signal (par exemple sa covariance). Il s'agit de description *externe directe* du signal.

1.2.2.

On peut considérer que le signal aléatoire non stationnaire est engendré par le *filtrage*, par un *filtre variable au cours du temps*, d'un *bruit stationnaire*. On sépare alors dans cette représentation « interne », l'aspect aléatoire (entrée stationnaire) de l'aspect non stationnaire (issu du filtre variable, noté FPV, lequel reste ici linéaire).



Dans cet esprit, le filtre est souvent supposé rationnel et causal et les équations de modélisation (équation d'état et d'observation) sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= F(t)x(t) + G(t)\varepsilon(t) \\ s(t) &= C(t)x(t) \end{aligned} \quad (1.6)$$

L'état  $x(t)$  est supposé vectoriel. Le bruit  $\varepsilon(t)$  est blanc, scalaire, de puissance donnée.  $F(t)$  est la matrice de transition du système,  $G(t)$  la matrice colonne de l'entrée,  $C(t)$  la matrice ligne de la sortie.

On se donne aussi la covariance initiale  $P_0$  du vecteur d'état  $X$ . De l'ensemble de ces données se déduit la covariance du signal aléatoire  $s(t)$ .

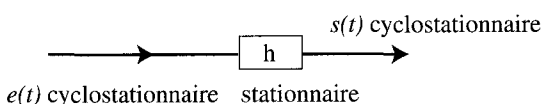
Utilisés à *temps discret*, ces modèles non stationnaires étendent les représentations très classiques AR, MA, ARMA, en leur ajoutant la complexité de la non stationnarité; la référence[4] a ainsi étudié des modèles ARMA(p,q) non stationnaires décrits par l'équation suivante :

$$s(t) + \sum_{i=1}^p a_i(t-i)s(t-i) = \sum_{k=0}^q b_k(t-k)\varepsilon(t-k) \quad (1.7)$$

où  $\varepsilon(t)$  est un bruit centré blanc gaussien de variance 1. Les coefficients  $a_i$  et  $b_k$  variables au cours du temps induisent la non stationnarité de  $s(t)$ .

1.2.3.

On peut considérer le modèle (1.4) comme le *cas dual* du cas I.2.2). Dans (1.4) le filtre de réponse impulsionnelle (*r.i.*)  $h(t)$  est invariant, et l'entrée  $e(t) = \sum_n a_n \delta(t-nT)$  est non stationnaire, en fait cyclostationnaire.



1.2.4.

Enfin on peut engendrer un signal aléatoire non stationnaire *en filtrant un signal certain* (ou aléatoire) *dans un filtre lui-même aléatoire, et variable* au cours du temps. Nous avons particulièrement travaillé sur ce modèle de FAPV (Filtre Aléatoire à Paramètres Variables) [6].

$$s(t) = \int e(t-\zeta)h(t,\zeta)d\zeta \quad (1.9)$$

L'aspect nouveau est que maintenant l'opération de filtrage est elle-même aléatoire. C'est ce qui paraît le plus réaliste lorsqu'il s'agit de transmission dans un milieu naturel avec toutes les connaissances approximatives que l'on peut en avoir (ionosphère, océan, canal radiomobile...) tout en restant dans un cadre de linéarité des phénomènes physiques. Donc ici, même si l'entrée du filtre est certaine, la sortie est aléatoire, l'aspect non stationnaire est lié à la variation temporelle des phénomènes physiques de propagation et se traduit par le fait que la réponse impulsionnelle  $h(\cdot)$  du milieu dépend de  $t$ . Là encore plus que jamais, l'échelle de temps de la variation est importante et doit être reliée à la durée « caractéristique » de la transmission (durée d'un symbole s'il s'agit de transmission de données, durée du signal émis en radar ou sonar...)

La description statistique du signal de sortie est liée à l'entrée et à la description statistique du milieu lui-même. Dans les transmissions complètement aléatoires, la valeur moyenne de  $h$  vaut 0, et la description statistique à l'ordre 2 du filtre est donnée par la covariance de  $h$  :

$$\Gamma_h(t, t'; \zeta, \zeta') = E\{h(t, \zeta)h^*(t', \zeta')\}$$

La description devient vite inextricable si on n'admet pas certaines hypothèses simplificatrices dites WSSUS (Wide Sense Stationary Uncorrelated Scatterers). Celles-ci s'interprètent facilement en considérant un modèle de diffusion (aléatoire) par un grand nombre de réflecteurs non corrélés(US) et évoluant au cours du temps de façon stationnaire (WSS). Alors

$$\Gamma_h(t, t'; \zeta, \zeta') = \Gamma_h(t-t'; \zeta)\delta(\zeta-\zeta') \quad (1.10)$$

et la TF de  $\Gamma_h(t-t', \zeta)$  vis-à-vis de  $\tau = t-t'$  est appelée *Fonction de Diffusion* du milieu,  $D(\nu, \zeta)$ . Elle est assimilable à une densité spectrale de puissance moyenne dans le plan retard (liée à la mémoire du filtre, de support L) et fréquence (liée à la modulation créée par le filtre, de support B).

L'effet du milieu est particulièrement éloquent sur un signal monochromatique de fréquence  $\nu_0$  : il lui fait correspondre un signal aléatoire stationnaire large bande (de l'ordre de B autour de  $\nu_0$ ).

Malheureusement, même si  $\Gamma_h$  est stationnaire, cela ne veut pas dire que la sortie soit, elle, stationnaire. La stationnarité est

préservée dans l'exemple ci-dessus, et dans le cas où l'entrée est elle-même aléatoire, stationnaire de covariance  $\Gamma_e$  et indépendante du filtre. Il faut alors remarquer que la loi du signal  $s(t)$  devient compliquée. En particulier si le signal d'entrée - ou le filtre - est gaussien, la sortie ne le sera généralement pas. Ce cas rejoint le modèle sphériquement invariant (cf. [3]).

Mais dans le cas où l'entrée du filtre est certaine, un filtre FAPV WSSUS engendrera un signal  $s(t)$  non stationnaire de covariance

$$\Gamma_s(t, u) = \int e(t - \zeta) e^*(u - \zeta) \Gamma_h(t - u, \zeta) d\zeta \quad (1.11)$$

Par contre la loi de  $s$  sera encore gaussienne si  $h$  est gaussien.

*Lien avec les autres modèles.*

- Lorsque l'entrée est aléatoire, ce modèle FAPV généralise directement le cas sphériquement invariant en lui rajoutant la dimension temporelle (mémoire du filtre). On a vu ci-dessus les implications en termes de loi ou de stationnarité.

- Cas cyclostationnaire et transmission de données. L'intervention de la non stationnarité y est très différente. Par contre on pourrait aussi imaginer que le filtre de transmission de (1.4) devienne lui-même aléatoire, ou FPV, ou même FAPV. Là encore ce sont les échelles de temps des variations de  $h$  qui vont être déterminantes dans le choix du modèle.

## 2. illustration de 2 cas typiques de situations non stationnaires

### 2.1. caractérisation de milieux non stationnaires

C'est le milieu de transmission qui est lui-même aléatoire et variable.

Les figures suivantes illustrent des situations d'identification d'un milieu naturel évolutif : l'océan. Il s'agit donc de propagation acoustique sous-marine (ASM). Il est bien connu que ce type de transmission fait apparaître des trajets multiples, mais ceux-ci évoluent au cours du temps de façon aléatoire; le filtre évolutif que constitue le milieu est caractérisé par sa réponse impulsionnelle  $h(t, \zeta)$ . La figure 1 montre l'évolution de cette réponse (en bande de base) sur des durées de l'ordre de quelques minutes : cas a, transmission à une distance de l'ordre de 200 kms, manip AFAR[6], et cas b, transmission à une distance de 50 kms, projet européen LORACOM [7]. La couleur dans b) code les amplitudes des différents « trajets ».

Pour estimer des grandeurs statistiques sur ces milieux, il faut définir des réalisations statistiques et donc utiliser pour cela par exemple la dimension temporelle, ou spatiale. Ainsi on peut

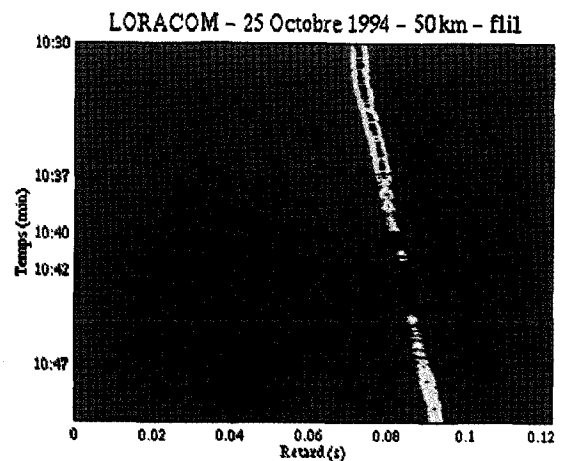
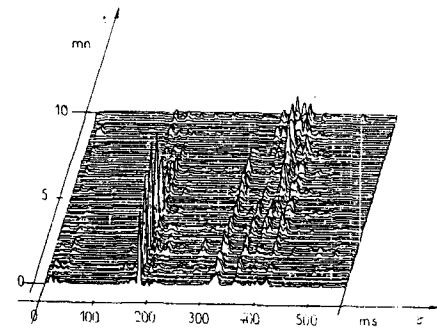


Figure 1. - Exemples de réponse impulsionnelle variable au cours du temps.

estimer par exemple une fonction de diffusion  $D(v, \zeta)$ . On ne détaille pas ici les choix et procédures mais on donne par exemple la fonction de diffusion estimée correspondant au cas a) [6].

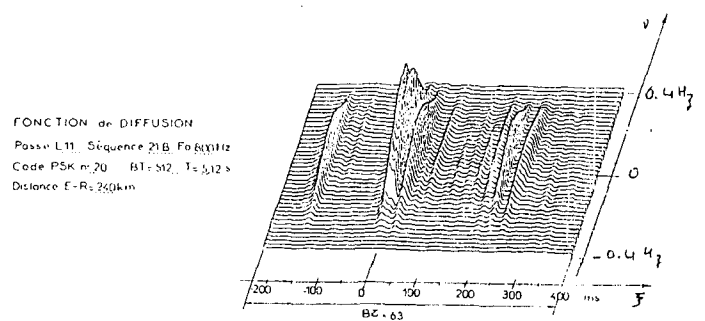


Figure 2. - Exemple de fonction de diffusion.

Les étalements temps et fréquence seront souvent les grandeurs intéressantes et utilisées. La non stationnarité est relative à l'étalement fréquence  $B$  et donne l'information sur la vitesse de variation du milieu, de l'ordre de  $1/B$ .

## 2.2. bruit non stationnaire particulier : la réverbération en ASM

Ce type de bruit est encore appelé « clutter » en radar et n'existe que dans les situations actives. Il ne peut être considéré comme du bruit *additif* classique, car c'est un bruit complètement lié au signal tant par son existence que par ses propriétés.

C'est encore le modèle général du § I.2.4 que l'on utilise : ici le bruit de réverbération est la sortie du milieu FAPV lorsque l'entrée est le signal certain émis par le radar ou le sonar.

Notons  $w(t)$  la réverbération.  $w(t)$  s'écrit comme en 1.9, dans lequel on fait maintenant intervenir la TF de  $h(t, \zeta)$  vis-à-vis de  $t$ .

$$w(t) = \int e(t - \zeta) h(t, \zeta) d\zeta = \int \int e(t - \zeta) U(\nu, \zeta) e^{i2\pi\nu t} d\nu d\zeta \quad (2.1)$$

L'interprétation en termes de somme de diffuseurs non corrélés est particulièrement éloquente, et la réverbération  $w(t)$  se présente comme une somme d'échos du signal  $e(t)$ , retardés de  $\zeta$ , et affectés d'un Doppler  $\nu^4$ , le poids correspondant au décalage retard-Doppler  $(\zeta, \nu)$  est la fonction aléatoire  $U(\zeta, \nu)$ . La fonction

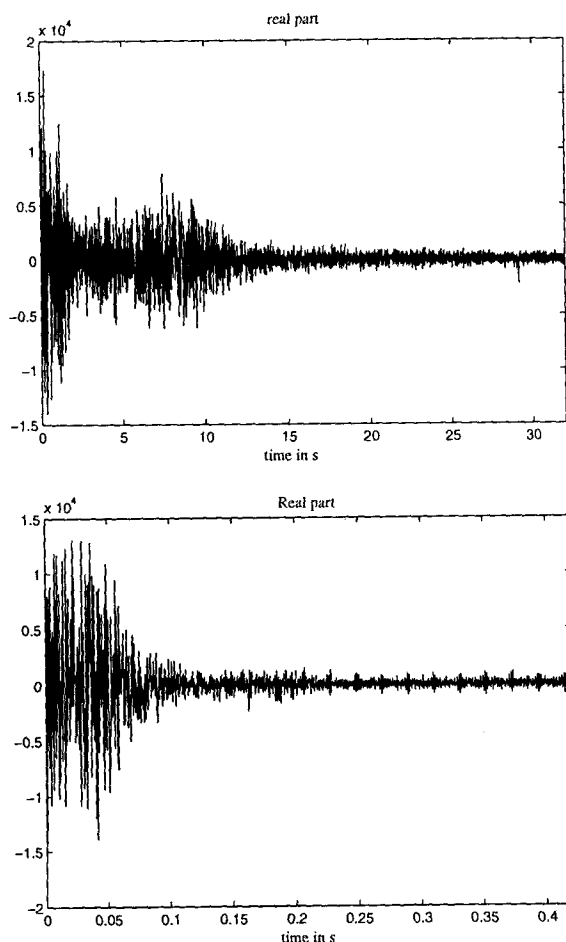


Figure 3. – Deux réalisations de réverbération.

de diffusion de la réverbération est  $E\{|U(\zeta, \nu)|^2\} = D(\nu, \zeta)$ . On donne ci-dessus des exemples de réverbération  $w(t)$  de surface ou de fond obtenue lors d'émissions sonar actif large bande. Les 2 exemples [8] correspondent à 2 types d'émissions différentes : HFM (Signal modulé hyperboliquement en fréquence) et BPSK (signaux particuliers codés en phase). Dans chaque cas la durée du signal émis est très courte (4s dans le premier cas et 20 ms dans le deuxième) vis-à-vis de la durée de la réverbération qui apparaît sur ces figures.

Là encore la non stationnarité est manifeste en particulier au niveau de la puissance de la réverbération.

## 3. détection ou communication en présence de non stationnarités

Le problème de détection/communication est l'un des plus anciens en même temps que des plus fondamentaux en théorie du signal [9]. Citons par exemple un récent papier de synthèse à ce sujet [10].

Le problème basique est bien sûr, disposant de l'observation  $r(t)$ , de décider entre les 2 hypothèses :

$$\begin{aligned} H_0 \quad r(t) &= n(t) \\ H_1 \quad r(t) &= n(t) + s(t) \quad t \in (0, T). \end{aligned} \quad (3.1)$$

$s(t)$  est le signal utile à détecter,  $n(t)$  est le bruit. On supposera toujours ici les bruits ou signaux aléatoires gaussiens, complexes et circulaires. Dans tous les cas, la décision optimale entre  $H_0$  et  $H_1$  fait appel à l'élaboration du rapport de vraisemblance (RV) entre les 2 hypothèses (ce RV peut être généralisé suivant les hypothèses sur  $s$  ou  $n$ ). Avec l'hypothèse gaussienne, le récepteur sera de type linéaire ou quadratique vis à vis de l'observation  $r(t)$ .

Intéressons-nous maintenant aux **situations non stationnaires**. Il faut dès le départ distinguer 2 types de problèmes suivant que la non stationnarité concerne le signal ou le bruit. Ce sont les 2 cas que nous allons rapidement évoquer.

### 3.1. détection de signaux aléatoires non stationnaires dans du bruit

Dans le modèle (3.1) le signal utile est maintenant supposé aléatoire, gaussien complexe et non stationnaire. C'est par exemple la *sortie d'un milieu de transmission dispersif*. Il s'agit de

4. On voit qu'ici l'effet Doppler est un simple décalage en fréquence (hypothèse dite à bande étroite). Il est possible d'étendre ceci au cas bande large [6].

communications à travers des milieux variables [11]. Pour simplifier on supposera alors le bruit  $n(t)$  stationnaire, blanc et bien sûr indépendant du signal.

Rappelons d'abord le cas stationnaire : la détection de signal aléatoire dans du bruit blanc se fait à l'aide d'un récepteur de type filtre, élévation au carré, et intégration.

On se retrouve dans ce cas stationnaire si par exemple le milieu est de type à trajets multiples idéaux (sans élargissement en fréquence) et si le signal transmis dans le milieu est stationnaire. Suivant les lois que l'on se donne pour les amplitudes complexes des trajets, on parlera de canaux de Rayleigh, ou de Rice (sur chaque trajet). Ce type de modèle est très couramment adopté pour le canal radiomobile par exemple, ou pour l'ASM dans certains cas. Tel quel, il ne tient pas compte de la non stationnarité.

Si maintenant on veut traiter le **cas non stationnaire**, cela signifie que, sur la durée  $T$  de (3-1), la covariance du signal  $s(t)$  – supposée donnée – est  $\Gamma_s(t, u)$ .

On sait qu'alors le récepteur optimal (r.o.) théorique effectue une opération quadratique sur l'observation du type

$$l = \int_0^T \int Q(t, u) r(t) r^*(u) dt du \quad (3.2)$$

où  $Q(t, u)$  est l'inverse de la covariance  $\Gamma_s(t, u)$ . La structure d'estimateur -corrélateur qu'exhibe (3.2) n'est en fait pas réalisable. La structure réalisable fait appel à un estimateur linéaire réalisable, solution d'une équation intégrale causale élaborant  $h_{or}(t, u)$ , et le schéma théorique du récepteur optimal est donné par

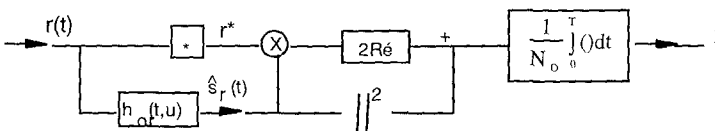


Figure 4. – Récepteur optimal en détection/communication.

La grande difficulté est l'élaboration du filtre à paramètres variables réalisable  $h_{or}(t, u)$ .

Voyons un exemple précis où le signal à détecter admet une représentation interne du type (1.6). Supposons que le signal est transmis dans un milieu de propagation de type *trajets multiples à amplitudes aléatoires variables* :

$$h(t, \zeta) = \sum_i a_i(t) \delta(\zeta - \zeta_i) \quad (3.3)$$

Ce cas correspond à une modulation aléatoire par trajet et induit une fonction de diffusion du type de la figure 2 :

$$D(\nu, \zeta) = \sum_i S_i(\nu) \delta(\zeta - \zeta_i) \quad (3.4)$$

Le modèle d'état s'établit pour chaque trajet : il est scalaire, et en prenant un élargissement fréquentiel de type lorentzien (1<sup>er</sup> ordre), le modèle interne devient  $(a(t) \equiv x(t))$  [12].

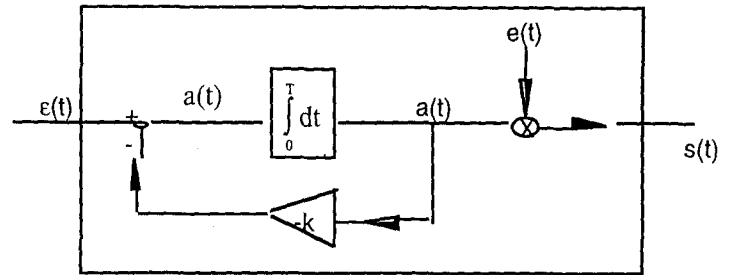


Figure 5. – Modèle interne du signal aléatoire.

Dans la structure de réception, l'estimateur optimal réalisable utilise maintenant directement ce modèle de sorte que, le récepteur étant toujours donné par la figure 4, le sous-ensemble  $h_{or}(t, u)$  devient  $z(t)$  est le gain de Kalman variable.

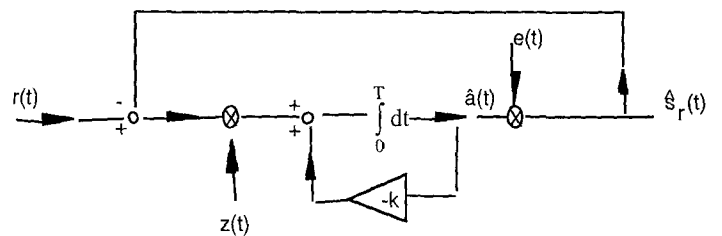


Figure 6. – Estimateur optimal réalisable pour le modèle de la figure 5.

On voit comment le fait de prendre en compte la non stationnarité des trajets complique de façon notable le récepteur. Il faut élaborer un filtre de Kalman variable pour chacun des trajets.

D'une part la complexité des systèmes et d'autre part la non connaissance précise des propriétés statistiques du signal font que l'on ne réalisera pas souvent en pratique ce type de récepteur. La stratégie quasiment toujours adoptée en situation non stationnaire sera de traiter la non stationnarité à l'aide de *systèmes adaptatifs*. Nous ne pouvons qu'évoquer ici cette classe de traitements très large. Il est alors plus difficile d'en définir l'optimalité [13].

C'est ce qui est couramment pratiqué dans tous les systèmes de communication à travers des milieux variables. La structure du récepteur est élaborée comme si le canal était constant, et on poursuit les variations du canal à l'aide d'algorithmes adaptatifs. Ceci veut dire encore que l'on ne prend plus en compte les propriétés statistiques du canal (on oublie *a priori* son aspect aléatoire), et on prend en compte la non stationnarité par l'intermédiaire de l'adaptativité.

En reprenant le cas montré au § 2.1 (propagation ASM variable à trajets multiples), il a été mis au point diverses structures sous-optimales de détection/communication qui poursuivent la non stationnarité du canal. Plusieurs systèmes d'égalisation par exemple, pilotés par des algorithmes adaptatifs, ont été mis en place et ont permis de détecter les données transmises ([7]). C'est encore dans ce type de situation que l'on a intérêt à

utiliser des algorithmes adaptatifs à *pas auto-ajustable* [14] qui permettent une adaptation encore plus souple et plus robuste aux non stationnarités.

### 3.2. détection de signal connu dans du bruit non stationnaire

Dans le problème (3.1), c'est maintenant le bruit qui est non stationnaire. La situation de *détection de signal connu dans du bruit* est au départ la plus classique. Le premier cas d'école est celui où le signal entièrement connu est à détecter dans du bruit *blanc stationnaire* de densité spectrale de puissance donnée. La solution du problème (3.1) consiste à élaborer le filtre adapté à  $s(t)$  ou encore à corrélérer l'observation avec la référence signal. Cette structure, dont le succès est patent, est connue depuis 1943 [15], et se généralise à divers cas où le signal est de forme connue mais avec certains paramètres inconnus. Souvent la puissance du bruit (blanc dans une bande donnée) est elle-même à estimer.

Dans ce cas le système de détection/estimation utilise un RV généralisé et on estime les paramètres en question avant d'injecter leurs estimées dans le RV.

– Lorsque le *bruit n'est pas blanc, mais reste stationnaire*, il faut « blanchir ». Ceci se fait théoriquement si la covariance du bruit coloré est connue et fait appel à la factorisation de la covariance. Le filtre adapté à élaborer est maintenant adapté au nouveau modèle de signal passé dans le filtre de blanchiment.

En pratique la covariance du bruit n'est pas forcément connue et il faudra l'estimer.

– Si maintenant le bruit est de plus *non stationnaire*, sa covariance est non stationnaire. Si elle est donnée, on connaît la solution formelle du blanchiment non stationnaire [9]. Si elle est à estimer, cela voudra presque toujours dire qu'il faut définir des plages de stationnarité. On retrouve le problème toujours sous-jacent de l'échelle de temps de la non stationnarité.

Nous reprenons ici, à des fins de détection, l'exemple pour lequel le bruit non stationnaire et coloré est encore plus complexe, puisque lié au signal émis. Ceci correspond au cas de réverbération traité au § II.2.

Reformulons le problème de *détection en présence de réverbération non stationnaire* :

$$\begin{aligned} H_0 \quad r(t) &= n(t) + w(t) \\ H_1 \quad r(t) &= n(t) + w(t) + s(t) \quad t \in (O, T). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Le bruit de réverbération  $w(t)$  existe sous les 2 hypothèses et sera donc particulièrement perturbateur pour la détection du signal  $s(t)$ .

$n(t)$  est le bruit blanc stationnaire « additif » indépendant de  $w(t)$ .  $s(t)$  est l'écho utile à détecter, de forme connue  $e(t)$  (c'est le signal émis par le sonar), mais en pratique certains de ses paramètres seront aussi à estimer. Prenons le cas où l'écho est

$$s(t) = Ae(t - \tau) \exp i2\pi f_d t$$

dans lequel l'amplitude  $A$ , le retard  $\tau$  et le Doppler  $f_d$  sont à estimer.

En ce qui concerne la réverbération, elle est non stationnaire et ses propriétés dépendent de  $e(t)$ . On peut imaginer qu'elle a été engendrée par un modèle de type (2.1); un exemple de réalisation de  $w(t)$  est donné par la figure 3 où la non stationnarité est manifeste.

Pour traiter de façon optimale le problème de détection (3.5), il faudrait connaître la fonction de diffusion qui, en moyenne, engendre  $w(t)$ . Il faudrait ensuite élaborer le filtre de blanchiment variable au cours du temps qui tient compte de cette fonction de diffusion. Ce filtre est théoriquement solution d'une équation intégrale avec un noyau variable, laquelle peut être résolue dans de rares cas.

Le récepteur optimal consistera ensuite à faire un filtre adapté au signal attendu passé dans ce filtre de blanchiment.

Pour les 2 raisons suivantes : difficulté à connaître la covariance de la réverbération et difficulté à élaborer le récepteur optimal - lequel est maintenant un filtre de blanchiment variable, on propose des stratégies sous optimales.

– La première stratégie, très classique, consiste simplement à faire le filtre adapté au signal  $s(t)$  en tenant compte de la seule non stationnarité de puissance du bruit (par le biais d'un contrôle automatique de gain). On la désigne sous le terme classique.

– Une autre stratégie développée récemment [16,8] veut être un peu plus performante tout en restant simple à réaliser : on retient la structure générale de blanchiment et filtrage adapté et on procède en simplifiant le modèle de réverbération de la façon suivante :

i) on utilise le fait que très souvent la réverbération est de durée longue par rapport au signal utile. (cf. figure 3). On postule donc une *stationnarité locale* de la réverbération sur des intervalles de temps égaux à la durée du signal, appelés blocs dans la suite. Et le processus de détection s'élabore bloc par bloc (dans cette première approche à affiner le retard de l'écho est quantifié).

Sur le bloc  $k + 1$ , le blanchiment du bruit  $w(t)$  est effectué en utilisant l'estimation de la covariance du bruit sur le bloc  $k$ . Cela implique maintenant la stationnarité de  $w(t)$  sur 2 blocs successifs.

Comme on l'a dit précédemment, tester une hypothèse de stationnarité est quelque chose de difficile. On propose dans [16,8] une première démarche et les exemples donnés n'infirmes pas cette hypothèse de stationnarité locale. Avec cette hypothèse le filtre de blanchiment peut être élaboré par inversion.

ii) pour simplifier maintenant l'étape de blanchiment on utilise un modèle AR pour représenter la réverbération. Le filtre inverse est alors de type MA et l'estimation de ses paramètres est très aisée.

On retrouve finalement sur chaque bloc un problème de détection d'un signal modifié par le filtre MA perturbé par un bruit blanc. Le récepteur élabore des opérations de type filtrage adapté au signal modifié, carré et normalisation.

On voit que l'ensemble du processus a en fait tenté de contourner les 2 difficultés liées au bruit de réverbération, la non stationnarité et la dépendance du signal émis. On peut cependant espérer faire intervenir certaines connaissances *a priori* moyennes sur la réverbération dans l'ordre du filtre AR, dans ses paramètres...

Pour terminer donnons un exemple de résultat de ceci sur des données réelles de réverbération sonar. Les signaux émis sont modulés large bande, soit en fréquence, soit en phase. La figure suivante donne une idée du résultat comparatif entre le récepteur dit classique, et celui qui procède comme indiqué ci dessus. Le signal est LFM. La statistique suffisante calculée par les récepteurs est affichée pour les différents blocs de durée égale au signal à détecter. L'estimation des paramètres de l'écho se fait en même temps.

On sait que la cible se trouve effectivement dans le bloc 4. On voit que le détecteur classique a beaucoup plus de fausses alarmes que le récepteur proposé. On peut d'ailleurs montrer que ce dernier est théoriquement à taux de fausses alarmes constant sur les différents blocs.

## 4. conclusion

La non stationnarité est un élément probablement toujours présent dans tous les phénomènes physiques auxquels le traiteur de signal s'intéresse. On a parlé ici de non stationnarité « temporelle », mais on pourrait aussi s'intéresser à la non stationnarité fréquentielle (sur une « grande » largeur de bande d'un canal de transmission par exemple, les propriétés du canal peuvent ne pas être les mêmes en moyenne en début de bande ou en fin de bande); ou à la non stationnarité spatiale (sur une « grande » antenne, les propriétés du champ d'ondes peuvent ne pas être les mêmes en moyenne en début d'antenne ou en fin d'antenne).

Clairement le maître mot est l'échelle de temps intéressante aussi bien pour le choix du modèle que pour le traitement. Adaptez-on le traitement au modèle ou alors le modèle au traitement? Le traitement est défini pour satisfaire un certain objectif lequel a présupposé un certain modèle. En termes théoriques, les stratégies optimales concernant les signaux aléatoires non stationnaires sont bien définies. En termes plus pratiques, cela exige

i) soit de connaître, soit d'estimer les grandeurs statistiques relatives au modèle. La question de l'estimation est essentielle et plus encore dans le cas de non stationnarité. En effet estimer des grandeurs statistiques exige de définir des réalisations statistiques. Souvent celles-ci utilisent l'axe temps et la non stationnarité ne peut alors être testée sur l'intervalle qui sert à la définition des réalisations...

ii) d'élaborer le récepteur optimal. Celui-ci n'est d'ailleurs souvent défini que si les propriétés statistiques sont connues. Et il reste difficile à faire. On a vu que l'on a souvent recours à des systèmes adaptatifs qui procèdent avec des modèles « certains »

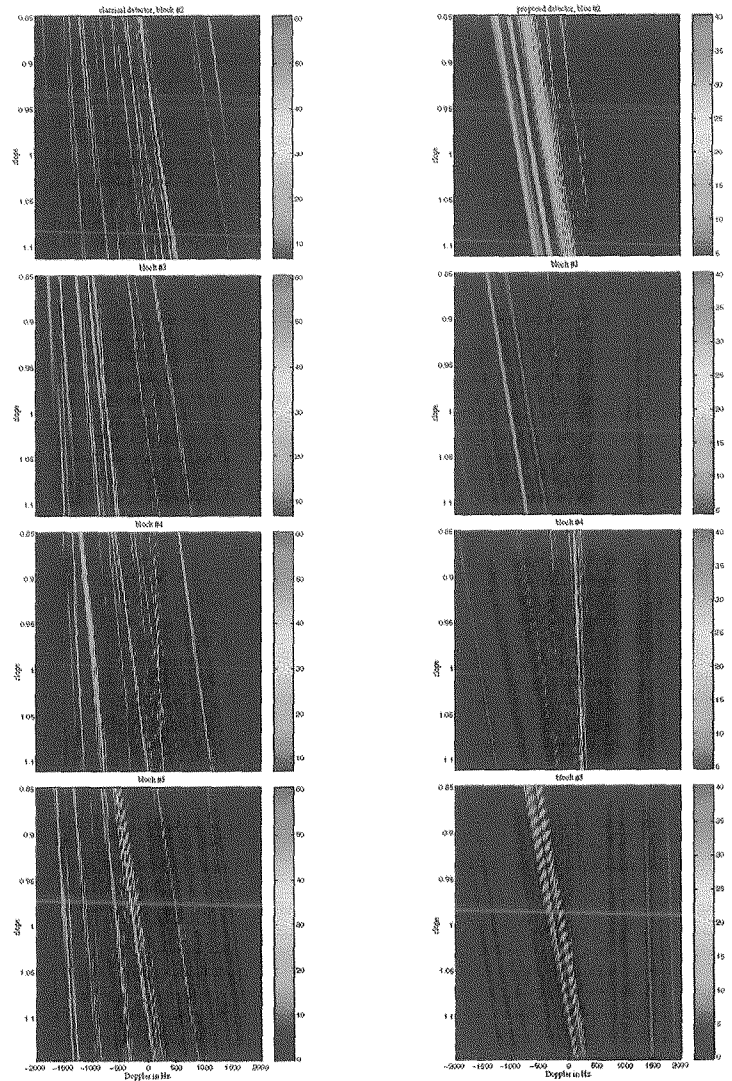


Figure 7. – Comparaison entre les sorties du récepteur classique (à gauche) et de celui proposé (à droite).

variables. Cela remet en cause en quelque sorte d'une part la non stationnarité et d'autre part le modèle aléatoire...

Cette discussion reste toujours très actuelle; on peut cependant y rajouter d'autres aspects :

- les propriétés statistiques permettront toujours de classer les phénomènes, de définir certains types de bruits ou signaux non stationnaires.

- la non stationnarité peut être très « utile » : en communication aveugle par exemple c'est un élément dont on tire largement partie.

## BIBLIOGRAPHIE

[1] A. Blanc Lapierre et B. Picinbono : Fonctions aléatoires, *Masson*, Paris, 1981.  
 [2] B. Picinbono : Signaux aléatoires T2 Fonctions aléatoires et modèles. *Dunod Université*, 1994.



- [3] D.Gabor. Theory of communication. *J. Inst. Elect. Eng.* Vol 903, p. 429. 1946.
- [4] Y. Grenier : Modèles ARMA à coefficients dépendant du temps : estimateurs et applications. *TS*, vol 3 n°4.5, 1986, pp. 219-233.
- [5] H.Krim et J.C.Pesquet. Multiresolution Analysis of a Class of Non Stationary Processes. *IEEE Trans. on Inf. Th.*, Vol 41, N°4 July 1995 pp. 1010-1020.
- [6] G. Jourdain : Advanced methods for the investigation of the UW channel UW Acoustics Data Processing, ed. by Y.T. Chan - Kluwer Ac. Publisher. (1989).
- [7] V. Capellano : Apport des traitements spatio temporels pour les transmissions numériques en présence de trajets multiples. *Thèse soutenue à l'INPG*, 6 mai 1998.
- [8] V. Carmillet, P.O. Amblard et G. Jourdain : Detection of wideband signals in reverberation noise. *A paraître dans JASA*, 1999.
- [9] H.L. Van Trees : Detection, Estimation & Communication theory. J. Wiley & sons, 1968, vol 1 et 3.
- [10] T. Kailat & V. Poor : Detection of stochastic processes. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol 44, n°6 Oct.1998.
- [11] R.S. Kennedy : Fading dispersive communications channels. *Wiley Interscience*, London 1969.
- [12] H. Cherifi : Contribution à l'étude de récepteurs bayésiens en sortie de canal dispersif en fréquence. *Thèse soutenue à l'INPG*, 1984.
- [13] B. Picinbono : Remarque sur les méthodes adaptatives en estimation et détection. *Colloque GretsI*, Nice, 26-30 avril 1977.
- [14] P. Bragard, G. Jourdain : A fast self optimized LMS algorithm for non stationary identification. Application to UW equalization. *Proceedings of ICASSP'89*, Glasgow U.K., pp. 1425-1428.
- [15] D.O. North : An analysis of the factors which determine signal/noise discrimination in pulsed-carrier systems. RCA lab rep. PTR.6C June 1943 (*Reprinted in Proc. IEEE*, vol 51 pp. 1016-1027 July 1963).
- [16] V. Carmillet : Contribution à la détection en présence de réverbération. Application en acoustique sous-marine. *Thèse soutenue à l'INPG*, le 15 janvier 1998.

*Manuscrit reçu le 5 mars 1999.*

### L' AUTEUR

Geneviève JOURDAIN



Geneviève Jourdain est Professeur à l'INPG dans la discipline Traitement du Signal. Ses activités de recherche recouvrent la modélisation des milieux de transmission à trajets multiples et les traitements optimaux correspondants pour la détection et la communication. Ses domaines d'application sont le sonar actif large bande, les communications acoustiques sous-marines et les communications radio-mobiles. Elle est auteur d'une centaine d'articles ou de conférences, est membre de diverses associations (GRETSI, IEEE...) et est referee pour divers journaux.