

## Analyse spatio-temporelle haute résolution à l'aide d'une antenne active

### *High Resolution Space-Time Analysis by an Active Array*

par Patrick GOUNON

Cephag – Domaine Universitaire  
Ensieg, rue de la Houille Blanche – BP 46  
F-38402 St Martin d'Hères cedex

#### Résumé

Nous présentons dans cet article une méthode haute résolution d'estimation conjointe de directions et de temps d'arrivée. Cet algorithme s'applique aux antennes actives pour lesquelles le signal émis par certaines sources est connu. Après un rappel des méthodes haute résolution utilisées en passif, nous montrons comment introduire la connaissance du signal dans la méthode MUSIC. La méthode proposée est commentée, notamment dans ses relations avec le traitement passif et avec l'analyse en actif du signal reçu sur un capteur unique. Les performances de la méthode sont ensuite illustrées par des résultats de simulation.

**Mots clés :** Traitement d'antenne, Sonar actif, Large-bande, Estimation de retards.

#### Abstract

*We present in this paper a high resolution method for the joint estimation of direction and time of arrival. This algorithm applies to active antenna for which the emitted signal of some sources is known. After a brief recall of high resolution methods used in passive localization, we show how to introduce the knowledge of the signal in the MUSIC method. The proposed method is commented, particularly versus passive processing and active analysis of the signal received on one sensor. Performances of the method are then illustrated by simulation results.*

**Key words :** Array Processing, Active Sonar, Wide Band, Time Delay Estimation

## 1. Introduction

Le problème de la localisation de sources rayonnantes dans un milieu de propagation se pose dans de nombreuses applications (sonar, radar, sismique, ...). En général, la localisation est effectuée à partir de l'analyse des signaux reçus sur un réseau de capteurs.

De nombreuses méthodes ont été proposées dans ce but. Chacune de ces méthodes dépend des connaissances a priori que l'on a, ou que l'on s'impose, sur le signal reçu : nature des sources, du bruit, de la géométrie de l'antenne, etc. ...

Depuis plusieurs années, des méthodes dites à haute résolution ont été développées pour séparer des sources spatialement proches [3]. Elles reposent sur une modélisation fine des signaux reçus sur l'antenne (ondes planes, sources décorréélées,...). Toutes ces méthodes ont été conçues pour des antennes passives, dans le sens où l'on n'a pas d'information sur la forme temporelle du signal

reçu. Le signal est alors supposé aléatoire et stationnaire, le cas le plus simple à analyser étant celui de signaux à bande étroite.

Pour prendre en compte une certaine information a priori sur la nature du signal (i.e. son étendue spectrale), les méthodes bande étroite ont été étendues aux signaux large-bande. Mais, que ce soit par une analyse fréquentielle [17] [16] [5] ou temporelle [6] [7] du signal, ces méthodes large-bande considèrent toujours un signal aléatoire et n'utilisent donc pas d'informations sur les caractéristiques fréquentielles (module et phase du spectre) ou temporelles (forme de l'onde) du signal.

Plus récemment, des méthodes ont été proposées pour des signaux cyclostationnaires (en bande étroite [8] [10] puis en large-bande [19]). Elles introduisent ainsi une connaissance a priori sur la nature du signal et les performances en localisation en sont sensiblement améliorées.

Dans certaines applications comme le sonar actif ou la tomographie acoustique océanique, le signal émis est connu. Cette connaissance du signal a été introduite dans l'analyse du signal reçu

sur un capteur unique pour l'estimation haute résolution de retards [11] mais elle est peu ou pas employée dans les méthodes d'analyse spatiale [12], [15]. La méthode que nous proposons ici a pour objectif d'utiliser cette connaissance a priori du signal et de l'introduire dans les méthodes haute résolution d'analyse spatiale ou spatio-temporelle.

Cet article est organisé de la façon suivante : le chapitre 2 rappelle les notations et les idées principales conduisant aux traitements haute résolution. Le chapitre 3 présente un nouvel algorithme de localisation dans le cas d'antennes actives. Le principe en est donné puis nous discutons les similitudes avec l'analyse passive ainsi qu'avec l'estimation de retards. Le chapitre 4 illustre sur des simulations les caractéristiques et les performances de la méthode proposée.

## 2. Traitement passif

### 2.1. MODÈLE ET NOTATIONS

On s'intéresse ici à l'analyse d'un champ acoustique constitué d'un nombre fini de sources ponctuelles. Ce champ est observé par un réseau de capteurs. On notera  $M$  le nombre de capteurs du réseau et  $P$  le nombre de sources.

Le signal reçu sur l'antenne se modélise de la façon suivante :

$$\begin{aligned} x_m(t) &= \sum_{p=1}^P a_p \cdot e_p(t - \tau_{m,p}) + b_m(t) \\ &= \sum_{p=1}^P s_p(t - \tau_{m,p}) + b_m(t) \end{aligned} \quad (1)$$

avec :

- $x_m(t)$  : signal reçu sur le capteur  $m$  en fonction du temps.
- $s_p(t) = a_p e_p(t)$
- $e_p(t)$  : signal émis par la source  $p$
- $a_p$  : amplitude de la source  $p$
- $\tau_{m,p}$  : retard lié à la propagation entre la source  $p$  et le capteur  $m$
- $b_m(t)$  : bruit additif reçu sur le capteur  $m$ .

Les méthodes classiques de traitement d'antenne considèrent généralement le signal  $e_p(t)$  comme un signal à bande étroite. Cette hypothèse permet de simplifier le modèle mathématique du signal reçu, le retard de propagation se traduisant alors, en fréquence, par un simple déphasage.

À la fréquence  $\nu_1$  du signal, l'expression (1) s'écrit :

$$x_m(\nu_1) = \sum_{p=1}^P s_p(\nu_1) \cdot e^{-2i\pi\nu_1\tau_{m,p}} + b_m(\nu_1) \quad (2)$$

ce qui peut être compacté dans l'écriture matricielle :

$$\mathbf{x}(\nu_1) = \mathbf{A}(\nu_1) \cdot \mathbf{s}(\nu_1) + \mathbf{b}(\nu_1) \quad (3)$$

avec :

- $\mathbf{x}(\nu_1) = [x_1(\nu_1), x_2(\nu_1), \dots, x_M(\nu_1)]^T$
- $\mathbf{b}(\nu_1) = [b_1(\nu_1), b_2(\nu_1), \dots, b_M(\nu_1)]^T$
- $\mathbf{s}(\nu_1) = [s_1(\nu_1), s_2(\nu_1), \dots, s_P(\nu_1)]^T$
- $\mathbf{A}(\nu_1) = \begin{bmatrix} e^{-2i\pi\nu_1\tau_{1,1}} & e^{-2i\pi\nu_1\tau_{1,2}} & \dots & e^{-2i\pi\nu_1\tau_{1,P}} \\ e^{-2i\pi\nu_1\tau_{2,1}} & & \ddots & \\ \vdots & & & \ddots \\ e^{-2i\pi\nu_1\tau_{M,1}} & e^{-2i\pi\nu_1\tau_{M,2}} & \dots & e^{-2i\pi\nu_1\tau_{M,P}} \end{bmatrix}$

La matrice  $\mathbf{A}(\nu_1)$  caractérise les fonctions de transfert entre les sources et les capteurs. Le vecteur  $\mathbf{s}(\nu_1)$  représente les amplitudes complexes des sources.

On appelle généralement  $\theta$  le vecteur des paramètres physiques associés à une source (son azimut, son site, etc. ...). Le but du traitement d'antenne est d'estimer ce vecteur de paramètres. Ceci est effectué en identifiant les colonnes de  $\mathbf{A}(\nu_1)$  afin d'accéder aux retards de propagation  $\tau_{m,p}$ . On peut alors, connaissant les retards  $\tau_{m,p}$  et la géométrie du réseau de capteurs, déterminer la répartition spatiale des sources composant le champ étudié. Il est important de noter que l'estimation du vecteur de paramètres découle directement de l'estimation des retards. C'est par exemple l'indétermination sur ces retards qui entraîne l'indétermination angulaire (repliement spatial) lorsque l'antenne est sous-échantillonnée spatialement.

### 2.2. MUSIC BANDE ÉTROITE

Certaines méthodes de traitement d'antenne, comme la formation de voies, ne font pas d'hypothèses particulières sur la nature des sources et du bruit additif. Il en résulte une grande robustesse, mais ceci au détriment des performances en résolution.

D'autres méthodes ont été développées afin d'améliorer la résolution. En effectuant des hypothèses supplémentaires sur les corrélations des sources et du bruit, ces méthodes « haute résolution » possèdent un pouvoir de résolution asymptotiquement illimité.

La plus classique d'entre elles est la méthode MUSIC qui a été introduite par Schmidt [13], [14] et indépendamment par Bienvenu et Kopp [2], [3] sous le nom de goniomètre. Cette méthode utilise la matrice interspectrale des signaux reçus  $\Gamma_x(\nu_1)$  qui est définie par :

$$\Gamma_x(\nu_1) = E\{\mathbf{x}(\nu_1) \cdot \mathbf{x}^*(\nu_1)\}$$

Si les sources sont décorréliées du bruit,  $\Gamma_x(\nu_1)$  s'écrit, d'après la relation (3) :

$$\begin{aligned} \Gamma_x(\nu_1) &= \mathbf{A}(\nu_1) \cdot \Gamma_s(\nu_1) \cdot \mathbf{A}^*(\nu_1) + \Gamma_b(\nu_1) \\ &= \Gamma_y(\nu_1) + \Gamma_b(\nu_1) \end{aligned} \quad (4)$$

avec :

- $\Gamma_s(\nu_1) = E\{s(\nu_1) \cdot s^*(\nu_1)\}$  : Matrice de corrélation des sources.
- $\Gamma_y(\nu_1) = A(\nu_1) \cdot \Gamma_s(\nu_1) \cdot A^*(\nu_1)$  : Matrice interspectrale de l'observation non bruitée.
- $\Gamma_b(\nu_1) = E\{b(\nu_1) \cdot b^*(\nu_1)\}$  : Matrice interspectrale du bruit.
- le signe \* signifiant transposé conjugué.

De plus, si les sources sont décorréliées entre elles, on peut noter, d'après la relation (3), que l'observation non bruitée reste confinée à un sous-espace vectoriel de dimension  $P$ . Par suite, la matrice interspectrale des signaux non bruités (de dimension  $M \times M$ ) est de rang  $P$ . On peut alors distinguer deux sous-espaces vectoriels en somme directe : un sous-espace signal, l'image de  $\Gamma_y(\nu_1)$ , et son complémentaire, appelé le sous-espace bruit.

Le bruit étant supposé blanc spatialement,  $\Gamma_b(\nu_1)$  est proportionnelle à l'identité. Les vecteurs propres de  $\Gamma_x(\nu_1)$  ne sont donc pas modifiés par rapport au cas non bruité et permettent donc de définir le sous-espace signal.

On appelle généralement  $a(\theta)$  le vecteur directionnel correspondant au modèle théorique des déphasages sur les différents capteurs pour une source de paramètres  $\theta$ . Lorsque ces paramètres correspondent aux paramètres effectifs d'une source enregistrée sur l'antenne,  $a(\theta)$  est orthogonal au sous-espace bruit.

La méthode MUSIC utilise cette propriété et consiste à tester cette orthogonalité avec tous les vecteurs propres du sous-espace bruit ce qui revient à maximiser la fonctionnelle suivante :

$$d(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=P+1}^M |a^*(\theta) \cdot v_i|^2} \quad (5)$$

avec :

$v_i$  : ième vecteur propre de  $\Gamma_x(\nu_1)$  (i.e. associé à la ième plus grande valeur propre).

## 2.3. MUSIC LARGE-BANDE

L'hypothèse bande étroite effectuée précédemment permet de transformer les retards de propagation en déphasage et, par là, de simplifier la modélisation mathématique du problème. Cependant, les signaux effectivement reçus sur l'antenne sont souvent à large-bande. Les traitements bande étroite ont donc été généralisés pour prendre en compte cette largeur de bande et utiliser le maximum de l'information disponible, améliorant ainsi les performances des estimateurs.

On peut regrouper ces méthodes haute résolution en deux catégories principales [5] selon la façon dont est effectuée l'analyse de la bande. On distingue :

Des méthodes utilisant le *sous-espace signal incohérent* dans lesquelles la bande du signal est décomposée en plusieurs bandes étroites [18] [4]. Ces bandes sont ensuite analysées séparément. La moyenne des différents résultats obtenus pour chaque fréquence

conduit au résultat final. Il s'agit donc ici d'un traitement multi-bandes étroites. C'est en cela que l'on parle de sous-espace signal incohérent.

Des méthodes utilisant le *sous-espace signal cohérent* [17] [16] [5]. Le sous-espace signal est rendu cohérent par l'utilisation d'un opérateur de focalisation ce qui permet de moyennner les mesures sur la bande utile du signal avant d'effectuer les traitements bande étroite.

Il faut toutefois noter que ces traitements large-bande ne prennent pas en compte l'information relative à la forme du signal émis par les sources; c'est-à-dire que l'on n'utilise pas les relations de phase entre les différentes fréquences du signal.

## 3. MUSIC Actif Large bande

Dans de nombreuses applications (sonar actif, tomographie acoustique, ...), le signal émis par certaines sources est connu. La méthode que nous proposons ici a pour objectif d'utiliser cette connaissance a priori et de l'introduire dans les méthodes haute résolution.

### 3.1. PRINCIPE DE L'ALGORITHME

La prise en compte de toute la connaissance du signal nécessite de reformuler l'expression (2). Sans l'hypothèse bande étroite, le signal reçu sur le capteur  $m$  s'écrit :

$$x_m(\nu) = \sum_{p=1}^P a_p \cdot e_p(\nu) \cdot e^{-2i\pi\nu\tau_{m,p}} + b_m(\nu) \quad (6)$$

Par rapport à l'expression (2),  $s_p(\nu)$  est décomposé en d'une part l'amplitude complexe  $a_p$  et d'autre part le spectre  $e_p(\nu)$ . Nous n'effectuons pas d'hypothèses sur  $a_p$  pour l'instant. Le terme  $e_p(\nu)$  est certain. Il comporte un module et une phase traduisant la connaissance a priori du signal. Par transformée de Fourier inverse de  $e_p(\nu)$ , on retrouve la forme temporelle de l'onde émise par la source  $p$ .

De même que pour l'expression (2), on peut compacter (6) dans l'écriture matricielle :

$$\mathbf{x}_g = \mathbf{H} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{b}_g \quad (7)$$

avec (en conservant les notations de (3)) :

- $\mathbf{x}_g = [\mathbf{x}^T(\nu_1), \mathbf{x}^T(\nu_2), \dots, \mathbf{x}^T(\nu_F)]^T$
- $F$  : nombre de canaux fréquentiels du signal.
- $\mathbf{b}_g = [\mathbf{b}^T(\nu_1), \mathbf{b}^T(\nu_2), \dots, \mathbf{b}^T(\nu_F)]^T$
- $\mathbf{c} = [a_1, a_2, \dots, a_p]^T$
- $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_p]$
- $\mathbf{h}_p = [e_p(\nu_1) \cdot e^{-2i\pi\nu_1\tau_{1,p}}, \dots, e_p(\nu_1) \cdot e^{-2i\pi\nu_1\tau_{M,p}}, \dots, e_p(\nu_F) \cdot e^{-2i\pi\nu_F\tau_{1,p}}, \dots, e_p(\nu_F) \cdot e^{-2i\pi\nu_F\tau_{M,p}}]^T$

$\mathbf{x}_g$  est un vecteur de dimension  $M.F$  obtenu en effectuant la concaténation des vecteurs observations à chaque fréquence.  $\mathbf{b}_g$  est un vecteur de dimension  $M.F$  obtenu en effectuant la concaténation des vecteurs bruit à chaque fréquence.  $\mathbf{c}$  est un vecteur de dimension  $P$ .  $\mathbf{H}$  est une matrice de dimension  $(M.F, P)$ .  $\mathbf{H}$  regroupe les termes  $e^{-2i\pi\nu_i\tau_{m,p}}$  caractérisant les fonctions de transfert entre les sources et les capteurs, et le terme  $e_p(\nu_i)$  caractérisant la forme du signal émis par la source  $p$ .

Considérons  $\mathbf{X}$ , la matrice interspectrale « complète » des signaux reçus :

$$\mathbf{X} = E\{\mathbf{x}_g \cdot \mathbf{x}_g^*\}$$

Si les sources sont décorréliées du bruit, on a :

$$\mathbf{X} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{H}^* + \mathbf{B} = \mathbf{Y} + \mathbf{B} \quad (8)$$

avec :

- $\mathbf{C} = E\{\mathbf{c} \cdot \mathbf{c}^*\}$  : Matrice de corrélation des sources.
- $\mathbf{Y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{H}^*$  : Matrice interspectrale « complète » de l'observation non bruitée.
- $\mathbf{B} = E\{\mathbf{b}_g \cdot \mathbf{b}_g^*\}$  : Matrice interspectrale « complète » du bruit.

Le principe de l'algorithme se déduit alors très simplement de l'algorithme MUSIC classique. Si les sources sont décorréliées entre elle,  $\mathbf{C}$  est diagonale et  $\mathbf{Y}$  est de rang  $P$ . Si le bruit est blanc spatialement et temporellement (hypothèse supplémentaire par rapport au cas bande étroite),  $\mathbf{B}$  est proportionnelle à l'identité. On peut alors définir un sous-espace signal engendré par les  $P$  premiers vecteurs propres de  $\mathbf{X}$  et son complémentaire, le sous-espace bruit engendré par les  $M.F - P$  derniers vecteurs propres de  $\mathbf{X}$ .

L'algorithme proposé consiste à maximiser la fonctionnelle :

$$d(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=P+1}^{M.F} |\mathbf{a}^*(\theta) \cdot \mathbf{v}_i|^2} \quad (9)$$

avec :

- $\mathbf{a}(\theta)$  : vecteur directionnel large-bande.
- $\mathbf{v}_i$  :  $i$ ème vecteur propre de  $\mathbf{X}$ .

### 3.2. VECTEUR DIRECTIONNEL LARGE-BANDE

L'expression (9) nécessite de construire un vecteur directionnel large-bande. En pratique, le temps de propagation entre la source et le capteur de référence de l'antenne est inconnu, ce qui signifie que le signal  $e(t)$  n'est connu qu'à un terme de retard près. Cela se traduit par un déphasage linéaire en fonction de la fréquence. Il faut alors estimer simultanément le vecteur de paramètres  $\theta$  de la source et le temps d'arrivée  $T$  du signal sur le capteur de référence.

Le vecteur  $\mathbf{a}(\theta)$  est donc constitué comme suit :

$$\mathbf{a}(\theta, T) = [e(\nu_1) \cdot e^{-2i\pi\nu_1 T} \cdot \mathbf{d}^T(\nu_1, \theta), \dots, e(\nu_F) \cdot e^{-2i\pi\nu_F T} \cdot \mathbf{d}^T(\nu_F, \theta)]^T \quad (10)$$

avec :

- $\mathbf{d}(\nu_i, \theta) = [1, e^{-2i\pi\nu_i t_{1,2}(\theta)}, \dots, e^{-2i\pi\nu_i t_{1,M-1}(\theta)}]^T$
- $t_{1,m}(\theta)$  : temps de propagation entre le capteur 1 et le capteur  $m$  pour une source de paramètre  $\theta$ .

$\mathbf{d}(\nu_i, \theta)$  est le vecteur directionnel classique utilisé en bande étroite. Il contient les informations relatives aux déphasages entre capteurs à une fréquence donnée pour une source de paramètre  $\theta$ .  $\mathbf{a}(\theta, T)$  correspond à la concaténation de vecteurs  $\mathbf{d}(\nu_i, \theta)$  pondérés par les caractéristiques fréquentielles du signal.

On obtient ainsi la fonctionnelle :

$$d(\theta, T) = \frac{1}{\sum_{i=P+1}^{M.F} |\mathbf{a}(\theta, T) \cdot \mathbf{v}_i|^2} \quad (11)$$

Remarque : Le temps d'arrivée  $T$  du signal sur le capteur de référence de l'antenne est un paramètre supplémentaire de la source et pourrait donc être inclus dans le vecteur  $\theta$ ,  $\mathbf{d}(\nu_i, \theta)$  étant modifié en conséquence. Cependant,  $\theta$  représente généralement les paramètres de localisation spatiale des sources. Il nous semble plus intéressant de dissocier le temps d'arrivée  $T$  du vecteur  $\theta$  car ainsi,  $\mathbf{d}(\nu_i, \theta)$  conserve sa signification classique de vecteur de déphasage entre les capteurs et  $e(\nu_i) \cdot e^{-2i\pi\nu_i T}$  traduit entièrement la forme du signal.

La méthode que nous proposons est donc l'extension de MUSIC aux antennes Actives en Large-bande (MUSICAL). Elle consiste à maximiser la fonctionnelle (11) en balayant l'espace des paramètres  $\theta$  et  $T$ . Elle permet d'estimer simultanément la localisation angulaire de source émettant en signal connu et le temps de propagation entre la source et l'antenne.

### 3.3. LIEN AVEC L'ESTIMATION HAUTE RÉOLUTION DE RETARDS

Telle qu'elle a été présentée ici, cette méthode est une extension des méthodes de traitement d'antenne passif à un problème de traitement en actif. C'est l'introduction de la connaissance du signal qui effectue ce passage du passif vers l'actif.

On peut aussi considérer cette méthode comme une généralisation des techniques hautes résolution d'estimation de retards [11]. Ces méthodes, classiques en identification de canal, ont pour objet d'estimer les temps de propagation entre une source et un récepteur unique. On peut modéliser (en fréquence) le signal reçu sur un capteur par :

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{b}$$

où  $\mathbf{x}$  représente le signal reçu sur le capteur, les composantes de ce vecteur correspondant au spectre du signal.  $\mathbf{b}$  est le bruit additif

(supposé blanc temporellement).  $s$  correspond aux amplitudes complexes des différents trajets empruntés par le signal. Les colonnes de  $A$  sont des exponentielles complexes traduisant les retards associés aux différents temps de propagation.

On peut utiliser l'expression (5) pour estimer les paramètres décrivant les trajets, le paramètre  $\theta$  étant remplacé ici par le temps de propagation  $T$  [1].

Si le signal est reçu sur un réseau de capteur, on accède alors à une dimension spatiale. On peut estimer, en plus du retard  $T$ , l'angle d'incidence de l'onde sur le réseau. La généralisation du traitement effectué sur un seul capteur à l'antenne conduit alors à l'expression (11).

La fonctionnelle (11) peut donc être vue indifféremment comme une introduction de la connaissance du signal dans des méthodes de traitement spatial ou comme l'introduction du traitement spatial dans des méthodes utilisant la connaissance du signal pour l'estimation de retards.

### 3.4. LIEN AVEC LE CAS PASSIF

Il est intéressant de comparer MUSIC bande étroite ou large-bande avec MUSICAL. Pour cela, on peut écrire (7) sous la forme :

$$\mathbf{x}_g = \mathbf{A}_g \cdot \mathbf{s}_g + \mathbf{b}_g$$

avec :

- $\mathbf{x}_g$  et  $\mathbf{b}_g$  définis dans (7)
- $\mathbf{s}_g = [s^T(\nu_1), s^T(\nu_2), \dots, s^T(\nu_F)]$
- $\mathbf{s}(\nu_i) = [a_1 \cdot s_1(\nu_i), a_2 \cdot s_2(\nu_i), \dots, a_p \cdot s_p(\nu_i)]^T$
- $\mathbf{A}_g = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\nu_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{A}(\nu_2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{A}(\nu_F) \end{bmatrix}$
- $\mathbf{A}(\nu_i)$  défini dans (3)

On retrouve dans l'expression de  $\mathbf{A}_g$  les termes des matrices interspectrales à chaque fréquence  $\mathbf{A}(\nu_i)$ . On a alors :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}_g \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}_g^*$$

avec :

- $\mathbf{S} = E\{\mathbf{s}_g \cdot \mathbf{s}_g^*\} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2}^* & \dots & S_{1,F}^* \\ S_{1,2} & & & \ddots \\ \vdots & & \ddots & \\ S_{1,F} & \dots & & S_{1,1} \end{bmatrix}$
- $S_{i,j} = E\{s(\nu_i) \cdot s(\nu_j)^*\}$

Avec cette notation,  $\mathbf{S}_{f,f} = \Gamma_s(\nu_f)$ . On peut identifier dans  $\mathbf{Y}$  des termes présents dans l'expression (4) :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \Gamma_y(\nu_1) & \Gamma_y(\nu_2, \nu_1) & \dots & \Gamma_y(\nu_F, \nu_1) \\ \Gamma_y(\nu_1, \nu_2) & \Gamma_y(\nu_2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \Gamma_y(\nu_1, \nu_F) & \dots & & \Gamma_y(\nu_F) \end{bmatrix}$$

avec

$$\Gamma_y(\nu_i, \nu_j) = E\{s(\nu_i) \cdot s^*(\nu_j)\}$$

En passif, le signal est considéré aléatoire. Il n'y a pas de relation entre les différentes fréquences du signal. Cette hypothèse se traduit par  $E\{s_i(\nu_f) \cdot s_j(\nu_g)^*\} = 0$  pour  $f \neq g$  et toutes les matrices  $\Gamma_y(\nu_f, \nu_g)$  (avec  $f \neq g$ ) sont nulles. L'expression (11) s'apparente alors aux méthodes large-bande utilisant le sous-espace signal incohérent [4].

S'il y a des relations entre les différentes fréquences du signal (cas des signaux certains) toutes les matrices  $\Gamma_y(\nu_f, \nu_g)$  sont non nulles et contiennent les informations relatives au spectre du signal émis. La différence entre le passif et l'actif est donc ici la prise en compte des termes extradiagonaux de  $\mathbf{Y}$ .

## 4. Caractéristiques de la méthode

Afin d'illustrer les performances de MUSICAL, nous avons effectué des simulations numériques. D'une façon générale, les simulations sont effectuées dans la configuration suivante :

- Le signal émis est de type BPSK, de produit  $BT$  égal à 15. Ce code est modulé par une porteuse de fréquence égale à 180 Hz. Le lobe principal du spectre de ce signal est donc compris entre les fréquences 120 Hz et 240 Hz.
- Les données sont générées en temps sur 512 échantillons.
- La fréquence d'échantillonnage est de 1920 Hz.
- La célérité du milieu est de 1500 m/s.
- L'antenne est rectiligne et constituée de 3 capteurs espacés de 6,25 mètres, ce qui correspond à une demi longueur d'onde de la fréquence basse du signal.
- La matrice interspectrale complète est estimée sur 100 réalisations.
- Le bruit additif est blanc temporellement et spatialement.
- Les figures sont tracées en échelle logarithmique.

#### 4.1. ESTIMATION SIMULTANÉE DE RETARDS ET DE POSITIONS ANGULAIRES

Comme nous l'avons signalé dans le chapitre 3.3, MUSICAL présente un aspect haute résolution à la fois sur l'estimation des positions angulaires et sur l'estimation des retards. Pour illustrer ceci, nous avons simulé deux sources :

- Une source de gisement 0 degrés, arrivant sur le capteur de référence de l'antenne à l'instant  $T_1 = 0$  ms.
- Une source de gisement 7 degrés, arrivant sur le capteur de référence de l'antenne à l'instant  $T_2 = 0,52$  ms (ce qui correspond à un retard de 1 échantillon).
- Le rapport signal sur bruit est de 10 dB.

La figure 1 représente le logarithme de la fonctionnelle définie par l'expression (11) pour  $\theta$  variant de  $-5$  à  $15$  degrés et  $T$  variant de  $-0,52$  à  $1,04$  ms (de  $-1$  à  $2$  échantillons). On distingue nettement les deux maxima de cette fonctionnelle aux points de coordonnées correspondant aux deux sources. Les retards simulés sont des multiples de la période d'échantillonnage pour simplifier les simulations mais les résultats restent identiques quelle que soit la valeur des retards.

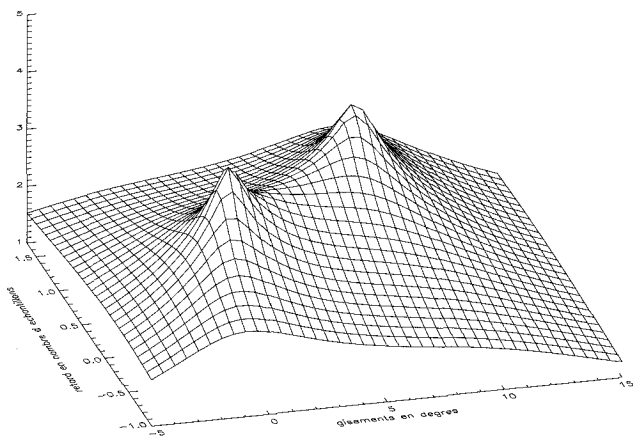


Figure 1. – Estimation simultanée de retards et de gisements.

Les retards simulés ici (à savoir un échantillon) sont très inférieurs à la limite de résolution que l'on peut obtenir par intercorrélacion du signal émis avec le signal reçu. Cette résolution, voisine de l'inverse de la bande du signal, est de l'ordre de 32 échantillons pour le signal simulé. On peut vérifier ceci sur la figure 2 où l'on a représenté l'enveloppe de la fonction d'autocorrélation du signal émis.

Compte tenu de la longueur de l'antenne (ici 3 capteurs seulement), il est impossible de distinguer les deux sources simulées par le traitement classique Formation de Voie – Filtrage Adapté. Le résultat obtenu par une telle analyse est montré sur la figure 3 où les deux sources ne sont pas résolues. Avec une telle antenne, les deux sources ne peuvent être résolues que si leur différence

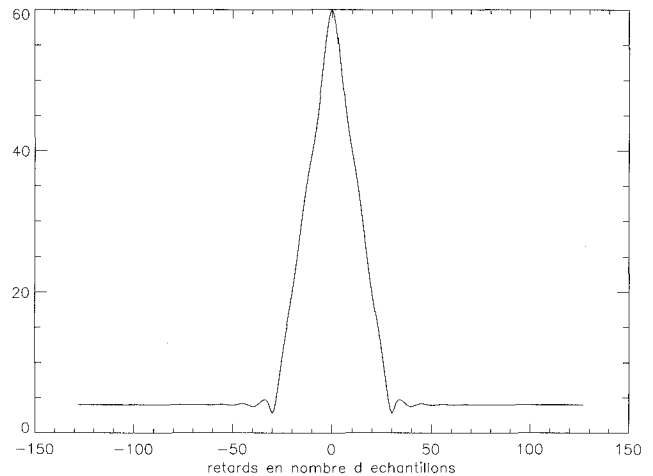


Figure 2. – Enveloppe de l'autocorrélation du signal émis.

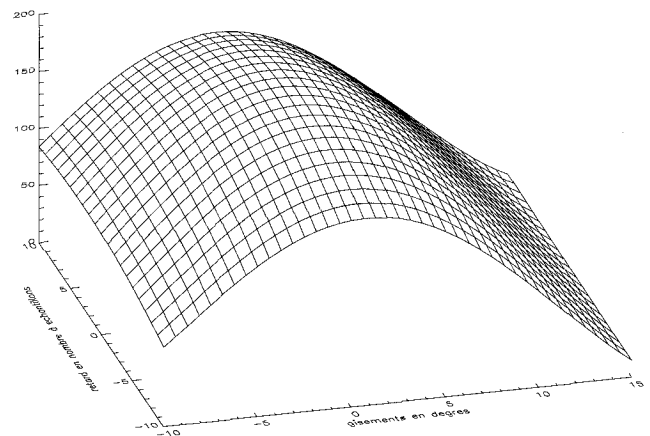


Figure 3. – Traitement classique : Formation de Voie - Filtrage Adapté.

de temps d'arrivée est supérieure à la résolution temporelle du signal.

Certains auteurs ont déjà proposé d'autres méthodes d'estimation conjointe de retards et de localisation angulaire [9], mais ces méthodes restent encore limitées par leur pouvoir de séparation des sources.

Remarque : Dans le cas d'antenne de grandes dimensions, la résolution spatiale du traitement classique devient suffisante pour séparer deux sources de gisements proches. Cependant, la résolution temporelle reste toujours limitée par la nature du signal, ce qui entraîne la non-séparation de deux sources de gisement identique et de temps de propagation voisins.

#### 4.2. CORRÉLATION DES SOURCES

En actif, les sources reçues sur l'antenne correspondent à des copies retardées d'un même signal émis. L'hypothèse de

décorrélation des sources n'est plus respectée. En pratique, les signaux se propagent dans le milieu par des trajets différents et les perturbations liées à la propagation entraînent des variations d'amplitude différentes d'un trajet à l'autre. La corrélation entre les sources n'est donc que partielle.

Lorsque les sources sont partiellement corrélées, la matrice  $C$  de l'expression (8) n'est plus diagonale mais de rang  $P$ . Les méthodes basées sur la décomposition en éléments propres de  $X$  sont encore applicables. Cependant, cette corrélation partielle entraîne une diminution des performances de la méthode en terme de résolution.

Pour illustrer ceci, nous avons simulé deux sources de gisements 0 et 7 degrés avec un rapport signal sur bruit de 10 dB. Le coefficient de corrélation est défini par :

$$c = \frac{E\{a_1 \cdot a_2^*\}}{\sqrt{E\{|a_1|^2\} E\{|a_2|^2\}}}$$

Sur la figure 4, les deux sources sont fortement corrélées (coefficient de corrélation = 0,99) mais leurs temps d'arrivée sur le capteur de référence de l'antenne sont différents :  $T_1 = 0$  ms et  $T_2 = 8,32$  ms (16 échantillons). On constate que, malgré la forte corrélation des sources, celles-ci sont bien résolues.

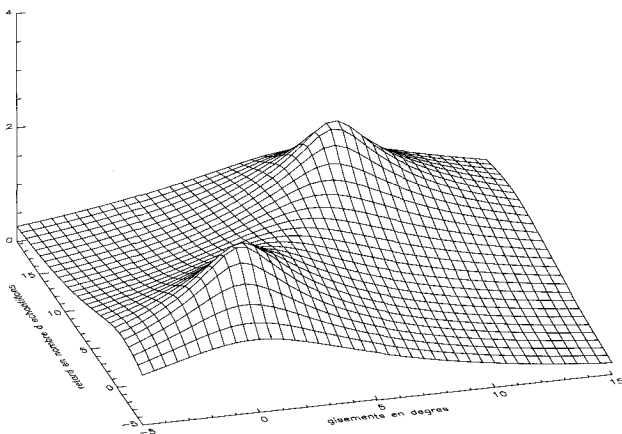


Figure 4. – Sources corrélées :  $c = 0.99$ ,  $T_1 = 0$  ms et  $T_2 = 8.32$  ms.

Les sources sont de moins en moins résolues lorsque l'écart de temps d'arrivée diminue. Sur la figure 5, les temps d'arrivée respectifs des deux sources sont  $T_1 = 0$  ms et  $T_2 = 0,52$  ms (1 échantillon). Les sources ne sont alors plus résolues. Avec cette différence de temps d'arrivée, on ne peut distinguer la présence des deux sources que si leur coefficient de corrélation est au plus égal à 0,95 (figure 6).

Ces trois simulations ne constituent pas une étude exhaustive de la robustesse vis-à-vis de la corrélation des sources mais indiquent que l'algorithme proposé peut être utilisé en présence de sources même fortement corrélées.

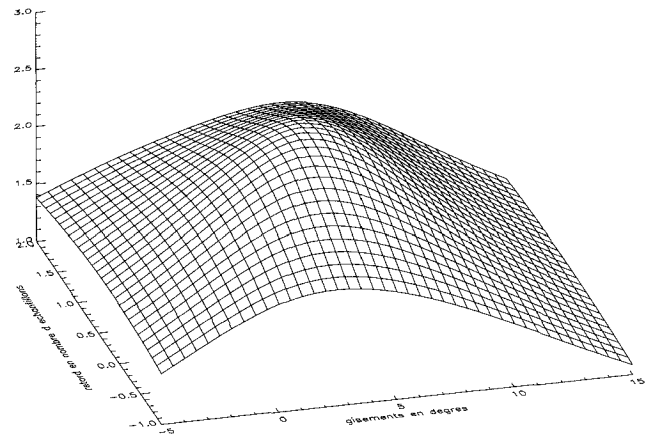


Figure 5. – Sources corrélées :  $c = 0.99$ ,  $T_1 = 0$  ms et  $T_2 = 0.52$  ms.

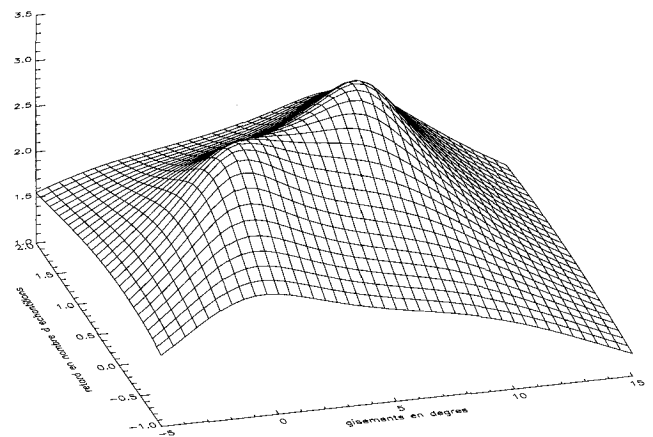


Figure 6. – Sources corrélées :  $c = 0.95$ ,  $T_1 = 0$  ms et  $T_2 = 0,52$  ms.

### 4.3. SUPPRESSION D'UN BRUTEUR

Parmi toutes les sources reçues sur une antenne, certaines correspondent au signal que l'on connaît, les autres sont considérées comme des bruiteurs. C'est par exemple le cas lorsqu'un émetteur immergé est relié à un navire. L'émetteur propage un signal connu alors que le porteur est considéré comme un bruiteur parasite. Dans une telle situation, l'émetteur et le bruiteur, qui peuvent avoir la même bande de fréquence, sont vu comme deux sources par les méthodes classiques de traitement d'antenne.

L'algorithme proposé, qui prend en compte la forme du signal émis, est alors à même de faire la distinction entre les deux sources comme le montrent les figures 7 et 8. Dans cette nouvelle simulation, nous considérons :

- Une source connue dans le gisement 0 degrés.
- Un bruiteur dans le gisement 15 degrés, de même puissance que la source connue.
- Le rapport signal sur bruit est de 3 dB.

- 10 essais ont été effectués afin de juger de la dispersion des résultats en fonction des différents tirages de bruit.

Remarque : Pour ces simulations et les suivantes, nous supposons connu le temps d'arrivée du signal sur le capteur de référence. Nous ne nous intéressons donc qu'à la partie analyse spatiale de la méthode afin de la comparer aux méthodes classiques d'analyse spatiale.

La figure 7 montre les résultats obtenus en utilisant la méthode de focalisation proposée par Bourennane [5]. L'opérateur de focalisation utilisé dans [5] est construit à partir des vecteurs propres des matrices spectrales estimées. La figure 8 montre les résultats obtenus lorsque l'on utilise MUSICAL. On constate que le traitement actif ne fait apparaître que la source de gisement 0 degrés alors que pour le traitement passif, les deux sources sont vues de la même façon.

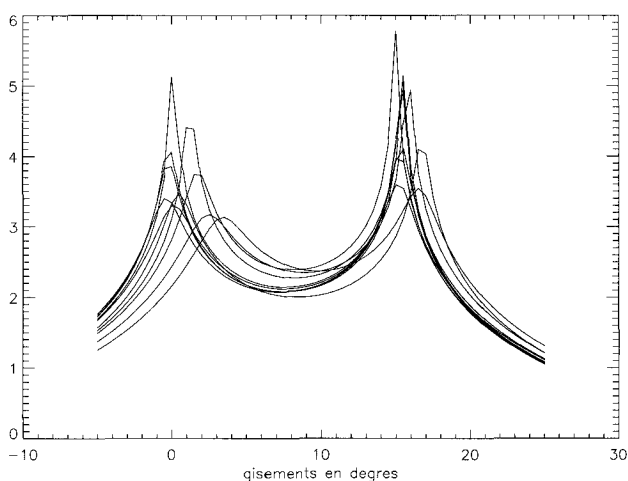


Figure 7. – Localisation angulaire avec MUSIC après focalisation.

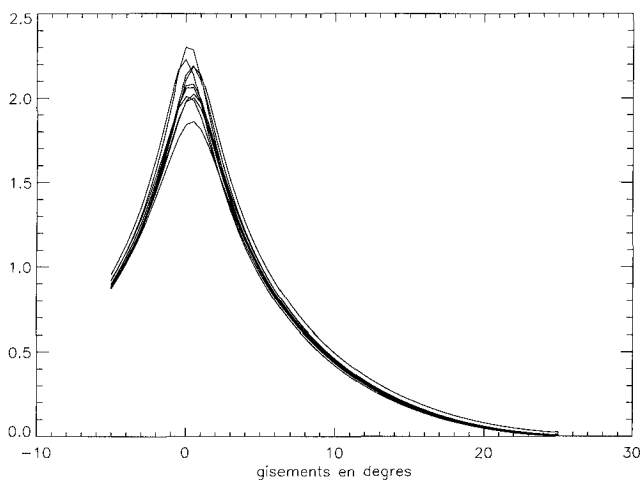


Figure 8. – Localisation angulaire avec MUSIC Actif Large-bande.

Un résultat similaire peut être obtenu en utilisant le traitement classique Formation de Voies – Filtrage Adapté, le bruitier étant alors atténué. Cependant, comme indiqué au § 4.1, les

résolutions, spatiale et temporelle, restent limitées respectivement par la longueur de l'antenne et par les caractéristiques du signal. L'algorithme proposé ici présente donc l'avantage d'être à haute résolution tout en restant adapté au signal recherché (traitement actif).

#### 4.4. GAINS LIÉS L'ANALYSE LARGE-BANDE

Du fait de l'analyse large-bande du signal, plusieurs caractéristiques intéressantes sont associées à la méthode. Tout d'abord, le nombre de sources n'est plus limité, comme c'est le cas en bande étroite, par le nombre de capteurs. Compte tenu de la dimension de la matrice  $X$ , il est possible de localiser théoriquement jusqu'à  $M \cdot F - 1$  sources. La figure 9 illustre cette caractéristique. Nous avons simulé 4 sources de gisements respectifs  $-22, 0, 22$  et  $49$  degrés, reçues sur une antenne de 3 capteurs. Le rapport signal sur bruit est de 10 dB. Les 4 sources sont correctement identifiées, ce qui n'est pas réalisable avec les méthodes passives de localisation.

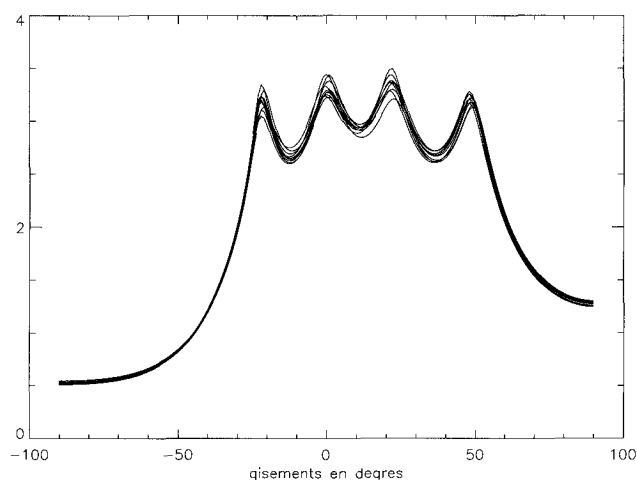


Figure 9. – Localisation d'un nombre de sources supérieur au nombre de capteurs.

D'autre part, l'estimation du gisement des sources repose directement sur l'estimation des retards de propagation. En bande étroite, ces retards sont traduits en déphasages. Les déphasages étant déterminés modulo  $2\pi$ , les retards sont indéterminés si l'antenne est sous-échantillonnée spatialement, d'où une indétermination sur les gisements.

Avec MUSICAL, ce problème ne se pose pas, l'indétermination sur les déphasages étant levée par l'analyse large-bande : le paramètre estimé est un retard, ce qui se traduit par une variation linéaire des déphasages en fonction de la fréquence. Par contre, le traitement passif, même large-bande, estime des déphasages à une seule fréquence et l'ambiguïté demeure.

Ceci est illustré sur les figures 10 et 11 pour lesquelles nous avons simulé une source de gisement 30 degrés. Les résultats de la



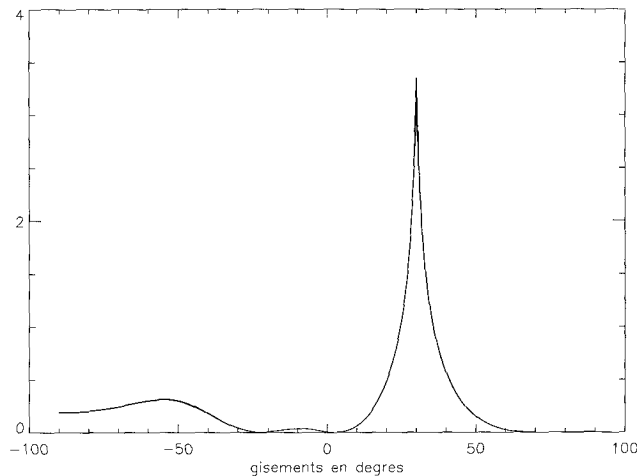


Figure 10. – Localisation par MUSIC Actif Large-bande.

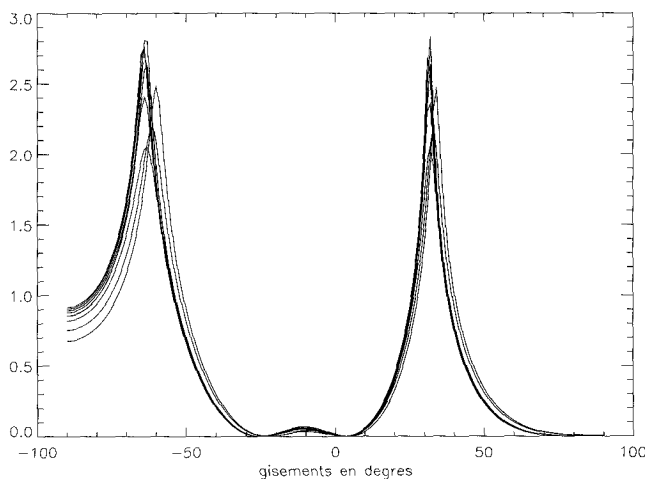


Figure 11. – Localisation par MUSIC passif large-bande.

figure 11 sont perturbés par la présence d'une source parasite au voisinage de  $-50$  degrés. Cette source, qui est liée au sous-échantillonnage spatial de l'antenne, n'existe pas avec la méthode proposée (figure 10).

## 5. Conclusion

Nous avons présenté une méthode haute résolution pour l'estimation conjointe des gisements et des temps d'arrivée en actif. L'algorithme proposé, que nous appelons MUSICAL, est une extension de la méthode MUSIC dans lequel nous prenons en compte toute l'information a priori disponible sur le signal. Nous avons montré que cet algorithme peut aussi être considéré comme une extension des méthodes haute résolution d'estimation de retard.

MUSICAL peut être vue indifféremment comme une introduction de la connaissance du signal dans des méthodes de traitement spatial ou comme l'introduction du traitement spatial dans des méthodes d'estimation de retards utilisant la connaissance du signal.

L'hypothèse de décorrélation des sources, déjà présente dans les méthodes haute résolution en passif, limite les performances de ce nouvel algorithme mais l'utilisation de l'information a priori dans le traitement permet d'améliorer significativement les performances de l'estimateur. Ces performances ont été illustrées sur des simulations.

Nous avons mis en évidence les gains liés à l'analyse large-bande cohérente. L'aspect large-bande permet d'une part de détecter plus de sources que de capteurs et d'autre part de supprimer les problèmes d'ambiguïté spatiale même si l'antenne est sous-échantillonnée. De plus, l'analyse cohérente permet de supprimer l'influence de bruiteurs parasites.

Cet algorithme nous semble très bien adapté à certaines situations, telles que la tomographie acoustique océanique, dans lesquelles la localisation spatiale est complémentaire du temps de propagation.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. Ammirati, D. Neveu, « Classification de signaux sonar en mode actif », *12ème colloque GRETSI*, p. 391-394, 1989.
- [2] G. Bienvenu, L. Kopp, « Principe de la goniométrie passive adaptative », *7ème colloque GRETSI*, p. 106/1-106/10, 1979.
- [3] G. Bienvenu, L. Kopp, « Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach », *IEEE ASSP*, ASSP-31, n° 5, p. 1235-1247, 1983.
- [4] G. Bienvenu, « Eigensystem properties of the sampled space correlation matrix », *Proc IEEE, ICASSP'83*, p. 332-335, 1983.
- [5] S. Bourennane, B. Faure, J.L. Lacoume, « Traitement d'antenne pour des sources à large-bande », *Annales des Télécommunications*, vol. 45, n° 7-8, p. 384-392, 1990.
- [6] K.M. Buckley, « Broad-Band Signal-Subspace Spatial-Spectrum (BASS-AL) Estimation », *IEEE ASSP*, vol. 36, n° 7, p. 953-964, 1988.
- [7] J.J. Fuchs, « Méthode large-bande de localisation dans le domaine temporel », *12ème colloque GRETSI*, p. 477-480, 1989.
- [8] W.A. Gardner, « Simplification of MUSIC and ESPRIT by Exploitation of Cyclostationarity », *Proc. of IEEE*, vol. 76, n° 7, p. 845-847, 1988.
- [9] J.P. Henrioux, G. Jourdain, E. Collet, E. Lecoq, « Estimation de paramètres de cibles mobiles en sonar actif large-bande », *14ème colloque GRETSI*, p. 265-268, 1993.
- [10] L. Izzo, L. Paura, G. Poggi, « An Interference-Tolerant Algorithm for Localization of Cyclostationary-Signal Sources », *IEEE trans. on Signal Processing*, vol. 40, n° 7, p. 1682-1686, 1992.
- [11] M.A. Pallas, « Identification active d'un canal de propagation à trajets multiples », Thèse de l'INPG, 1988.
- [12] G. Puzenat, « Mise en œuvre de traitements haute résolution bidimensionnel spatiaux et spatio-fréquentiel », *13ème colloque GRETSI*, p. 709-712, 1991.
- [13] R. O. Schmidt, « Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation », *Proceeding of RADCSpectral Workshop*, Rome, 3-5 octobre 1979, p. 243-258.

- [14] R. O. Schmidt, « Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation », *IEEE ASSP*, vol. 4, n° 3, p. 273-280, 1983.
- [15] R. C. Turner, « Resolving Line-Like Targets using MUSIC in Active Sonar », *Proc IEEE, ICASSP'91*, p. 1393-1396, 1991.
- [16] G. Vezzosi, F. Florin, B. Bouthemy, « Localisation de sources ponctuelles à large-bande », *12ème colloque GRETSI*, p. 449-452, 1989.
- [17] H. Wang, M. Kaveh, « Coherent signal subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources », *IEEE ASSP, ASSP-33*, p. 823-831, 1985.
- [18] M. Wax, T.J. Shan, T. Kailath, « Spatio temporal spectral analysis by eigenstructure method », *IEEE ASSP, ASSP-32*, p. 817-827, 1984.
- [19] G. Xu, T. Kailath, « Direction of Arrival Estimation via Exploitation of Cyclostationarity — A Combination of Temporal and Spatial Processing », *IEEE trans. on Signal Processing*, vol. 40, n° 7, p. 1775-1786, 1992.

*Manuscrit reçu le 3 mars 1994.*

**L' AUTEUR**

**Patrick GOUNON**



**Patrick Gounon est docteur de l'INPG (1990). Maître de conférence à l'ENSIEG depuis 1991, ses travaux de recherche concernent le traitement d'antenne et l'acoustique sous-marine.**