

L *a calibration d'antenne*

Comparaison de la méthode du propagateur et de la méthode de Weiss-Friedlander pour la calibration d'une antenne

Comparison of Both the Propagator and the Weiss-Friedlander Methods

par **A. MARSAL** et **S. MARCOS**

*Laboratoire des Signaux et Systèmes, CNRS-ESE,
Plateau de Moulon, F-91192 Gif-sur-Yvette cédex*

Résumé

Nous comparons dans cet article deux méthodes pour l'auto-calibration d'une antenne déformée. Il s'agit de deux méthodes qui permettent d'estimer conjointement la forme de l'antenne et les directions d'arrivées des fronts d'ondes. La première utilise les propriétés du propagateur. La seconde utilise des projections successives tantôt sur le sous-espace des directions d'arrivées, tantôt sur le sous-espace des paramètres géométriques de l'antenne; elle repose sur l'algorithme MD-Music. Nous mettons notamment en évidence les domaines d'application et les limitations de ces deux méthodes.

Mots clés : traitement d'antenne, Localisation de sources, Calibration d'antenne.

Abstract

The purpose of this article is to compare two methods for the self-calibration of a distorted array. These methods allow to estimate both the array shape and the bearing angles. The first one uses the properties of the propagator. The second one uses successive projections, on the bearing angles subspace and then on the array geometrical parameters subspace; it is based on the MD-Music algorithm. We take a particular interest in the validity domains and in the limitations of both methods.

Key words : array processing, Sources bearings estimation, Array calibration.

1. Introduction

Nous comparons ici deux méthodes d'auto-calibration utilisées pour estimer la forme d'une antenne. Il s'agit des méthodes dites « du Propagateur » [Marcos89a, Marcos91] et « de Weiss-Friedlander » [Weiss88, Weiss91] qui ont été présentées d'une manière générale dans le chapitre 1 de la partie III.

La méthode du Propagateur fournit, à partir de plusieurs observations du signal, une estimée de la géométrie de l'antenne qui peut être utilisée ensuite par un algorithme d'analyse spatiale. La méthode de Weiss-Friedlander fournit simultanément une estimée des directions d'arrivées (DDA) et de la géométrie de l'antenne; elle est basée sur une extension paramétrique de l'algorithme Music.

Après une description des fondements et des hypothèses propres à chaque méthode, nous présentons des illustrations de leurs com-

portements respectifs à l'aide de simulations. Ceci nous permet de mieux cerner leurs limites quand les hypothèses requises ne sont pas rigoureusement respectées.

2. La Méthode du Propagateur

2.1. Définition du Propagateur

Le Propagateur est un opérateur linéaire qui ne dépend que des paramètres du modèle de propagation et des DDA des sources (il ne dépend pas des amplitudes complexes des sources). Sa définition découle exclusivement des propriétés algébriques de la matrice des vecteurs directionnels.

Considérons les partitions suivantes :

$$\forall p \in [1, P] \quad \mathbf{a}_p = \left[\begin{array}{c} \mathbf{a}_p^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_p^{(2)} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} P \\ \} M - P \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$\text{ou} \quad \mathbf{A} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{A}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{(2)} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} P \\ \} M - P \end{array} \right\}, \quad (1)$$

où $\mathbf{a}_p^{(1)}$ et $\mathbf{a}_p^{(2)}$ sont les P (respectivement $M - P$) premières (respectivement dernières) composantes de \mathbf{a}_p et où $\mathbf{A}^{(1)}$ et $\mathbf{A}^{(2)}$ sont des matrices de dimensions respectives (P, P) et $(M - P, P)$. Sous l'hypothèse que la matrice $\mathbf{A}^{(1)}$ de dimension (P, P) est non singulière, le Propagateur est l'opérateur linéaire unique \mathbf{P} de \mathbb{C}^{M-P} dans \mathbb{C}^P , défini de façon équivalente par les trois propositions suivantes :

$$\mathbf{P}^* \mathbf{a}_p^{(1)} = \mathbf{a}_p^{(2)} \quad \forall p \in [1, P], \quad (2)$$

ou

$$\mathbf{P}^* \mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{A}^{(2)}, \quad (3)$$

ou

$$[\mathbf{P}^*, -\text{Id}_{M-P}] \mathbf{A} \triangleq \mathbf{Q}^* \mathbf{A} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

où $*$ représente le transposé-conjugué, Id_{M-P} la matrice identité de dimension $(M - P)$, $\mathbf{0}$ la matrice nulle de dimension $(M - P, P)$; \mathbf{P} et \mathbf{Q} sont des matrices de dimensions respectives $(M - P, P)$ et $(M, M - P)$.

La première remarque est que l'hypothèse nécessaire à la définition du Propagateur n'est pas contraignante. En effet, partant de l'hypothèse, indispensable pour la plupart des méthodes d'estimation des DDA, que les vecteurs sources sont indépendants linéairement, il existe au moins une sous matrice de la matrice des vecteurs sources, de dimension (P, P) , qui est non singulière. Les sorties des capteurs peuvent donc être ordonnées de façon à tenir compte du choix de la matrice non singulière. Notons que dans le cas d'une antenne rectiligne uniforme à capteurs équidistants, où la matrice des vecteurs sources est une matrice de Vandermonde, toute sous matrice de dimension (P, P) est non singulière dès lors que deux sources ne soient pas vues dans la même direction. La seconde remarque est que la partition de la matrice des vecteurs sources ainsi que la définition du Propagateur sont valables pour n'importe quel modèle de propagation et en particulier pour n'importe quelle forme d'antenne. Par exemple, la définition du Propagateur n'exige pas que l'antenne ait une invariance de déplacement dans sa forme comme ceci est nécessaire pour la méthode Esprit [Roy89] pour l'estimation des DDA. Le Propagateur dérive simplement de propriétés algébriques.

Enfin, la relation (4) indique clairement que les colonnes de la matrice \mathbf{Q} forment une base du sous-espace bruit. Cette propriété

a été utilisée pour estimer les DDA sans avoir à décomposer la Matrice Interspectrale (MIS) des signaux reçus en éléments propres [Marcos90a, Marcos90b, Marsal91, Munier91].

Dans un premier temps nous expliquons comment on peut estimer le Propagateur à partir des données puis nous exposons la méthode d'estimation de la position des capteurs à partir du Propagateur.

2.2. Estimation du Propagateur

En absence de bruit, le Propagateur peut être extrait directement de la MIS des signaux reçus sur l'antenne Γ . Pour cela, nous introduisons la décomposition suivante de Γ :

$$\Gamma = \left[\mathbf{G} \quad \mathbf{H} \right], \quad (5)$$

où \mathbf{G} et \mathbf{H} sont des matrices de dimensions respectives (M, P) et $(M, M - P)$. Compte-tenu de la partition (1) de la matrice des vecteurs sources et de la définition (3) du Propagateur, il vient alors immédiatement

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}\mathbf{P}. \quad (6)$$

Cette relation représente donc un système d'équations linéaires surdéterminé où les inconnues sont les composantes de \mathbf{P} . Sous l'hypothèse que \mathbf{G} est de rang P , ce qui revient à faire l'hypothèse que les sources ne sont pas totalement corrélées, alors

$$\mathbf{P} = (\mathbf{G}^* \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^* \mathbf{H}. \quad (7)$$

Remarquons que dans le cas de sources totalement corrélées, la relation (6) est toujours valable (en fait on a vu que la définition du Propagateur ne dépend pas des caractéristiques statistiques des sources mais uniquement du modèle de propagation); c'est la résolution de l'équation par un processus de moindres carrés (MC) qui est remis en cause (non unicité de la solution).

En présence de bruit, la partition (5) est toujours possible, mais la relation (6) reliant les $M - P$ dernières colonnes de \mathbf{G} aux P premières ne définit plus le Propagateur. Cependant on obtient une estimation du Propagateur en minimisant la fonction de coût

$$T(\hat{\mathbf{P}}) = \|\mathbf{H} - \mathbf{G}\hat{\mathbf{P}}\|_{\mathbb{F}}^2, \quad (8)$$

où $\|\cdot\|_{\mathbb{F}}$ représente la norme de Frobenius. Ceci conduit à la solution

$$\hat{\mathbf{P}} = (\mathbf{G}^* \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^* \mathbf{H}. \quad (9)$$

Contrairement à (7), \mathbf{G} et \mathbf{H} contiennent les composantes du bruit et l'estimation de \mathbf{P} se trouve biaisée bien que le processus MC cherche à affaiblir l'effet du bruit. Une estimation du Propagateur, au sens des moindres carrés totaux (*Total Least Squares*), a été proposée dans [Marsal91].

Par ailleurs, une minimisation adaptative de (8) a été donnée dans [Marcos89b], permettant la poursuite de sources lentement mobiles.

Remarquons que la détermination du Propagateur suppose que le nombre de sources est connu. Une procédure a été proposée dans [Marcos90b] pour estimer conjointement le nombre de sources, la variance du bruit supposé blanc et le Propagateur. Ici, on supposera simplement que le nombre de sources a été préalablement déterminé par l'une quelconque des méthodes existantes.

2.3. Critère de moindre dispersion des modules des composantes du vecteur d'analyse

Nous présentons ici la méthode du Propagateur qui a été introduite dans [Marcos89a] pour estimer la forme géométrique de l'antenne. Cette méthode utilise directement les propriétés du Propagateur contrairement à celles proposées dans [Munier88] et [Nejjar91], qui pourraient être aussi bien appliquées à partir d'autres méthodes d'estimation de DDA.

Cette méthode repose sur la constatation suivante : si le modèle de propagation est connu pour un nombre de capteurs égal au nombre de sources P , c'est à dire, si un modèle pour lequel $\mathbf{a}_p^{(1)}$ est connu, et si le Propagateur est connu, alors le modèle de propagation pour les $M - P$ autres capteurs, c'est à dire pour $\mathbf{a}_p^{(2)}$, se déduit de (2). Remarquons que les sorties des capteurs peuvent être réordonnées en fonction de l'information dont on dispose sur la position de certains capteurs. Cette propriété du Propagateur est évidemment d'autant plus intéressante que le nombre de sources est petit devant le nombre de capteurs. Soit $\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r})$ un vecteur d'analyse, dépendant d'un paramètre angulaire θ et d'un paramètre de position \mathbf{r} , et que l'on partitionne suivant

$$\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r}) = \left[\begin{array}{c} \mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)}) \\ \dots \\ \mathbf{a}^{(2)}(\theta, \mathbf{r}^{(2)}) \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} P \\ \} M - P \end{array} \right. , \quad (10)$$

où $\mathbf{r} = [\mathbf{r}^{(1)}, \mathbf{r}^{(2)}]$ contient les paramètres de position $\mathbf{r}^{(1)}$ et $\mathbf{r}^{(2)}$ respectivement des P premiers et $M - P$ derniers capteurs, où $\mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)})$ est le vecteur d'analyse correspondant à la sous antenne dont on suppose connus les paramètres du modèle de propagation $\mathbf{r}^{(1)}$, et où $\mathbf{a}^{(2)}(\theta, \mathbf{r}^{(2)})$ est inconnu. On peut construire à partir de \mathbf{P} et de $\mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)})$, la variété des fronts d'onde possibles

$$\mathcal{V}_P = \left\{ \mathbf{a}(\theta, \mathbf{r}) : \mathbf{a}^{(2)}(\theta, \mathbf{r}^{(2)}) = \mathbf{P}^* \mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)}); \theta \in]-\pi, +\pi[\right\}. \quad (11)$$

Autrement dit, les vecteurs sources que l'on cherche appartiennent à la variété (11) pourvu que l'on connaisse la position des P premiers capteurs ($\mathbf{r}^{(1)}$). Remarquons que le Propagateur permet de diminuer la dimension de la variété des fronts d'onde possibles qui est au départ

$$\mathcal{V} = \{ \mathbf{a}(\theta, \mathbf{r}) : \theta \in]-\pi, +\pi[; \mathbf{r} \in \mathbb{R}^M \}. \quad (12)$$

Afin d'identifier les vecteurs sources \mathbf{a}_p parmi les vecteurs de la variété (11), la méthode proposée suppose que les modules des composantes de \mathbf{a}_p sont les mêmes d'un capteur à l'autre; ceci entraîne que les modules des gains des capteurs sont supposés égaux. Dans ce cas, les vecteurs sources recherchés sont identifiés comme étant les vecteurs appartenant à la variété (11) des fronts d'onde possibles et dont la dispersion des modules est minimale. Les détails de cette procédure sont donnés dans [Marcos91] et ne sont pas repris ici. On définit la dispersion des modules des vecteurs sources possibles $\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r})$ comme la fonction

$$\sigma[\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r})] = \frac{\sqrt{\sum_{m=1}^M |a_m(\theta, \mathbf{r})|^2 - \left(\sum_{m=1}^M |a_m(\theta, \mathbf{r})| \right)^2}}{\sum_{m=1}^M |a_m(\theta, \mathbf{r})|}, \quad (13)$$

où $a_m(\theta, \mathbf{r})$ est la m^e composante du vecteur $\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r})$ de (10) appartenant à la variété (11).

Ce critère donne autant de minima qu'il y a de sources, et par là-même une première estimation $\hat{\theta}_p$ des DDA des fronts d'ondes [Marcos89a, Marcos91]. Pour chaque estimation $\hat{\theta}_p$, une estimation de la forme $\hat{\mathbf{r}}_p$ de l'antenne peut être obtenue en identifiant

$$\mathbf{a}(\hat{\theta}_p, \hat{\mathbf{r}}_p) = \left[\begin{array}{c} \mathbf{a}^{(1)}(\hat{\theta}_p, \mathbf{r}^{(1)}) \\ \dots \\ \mathbf{a}^{(2)}(\hat{\theta}_p, \hat{\mathbf{r}}_p^{(2)}) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{a}^{(1)}(\hat{\theta}_p, \mathbf{r}^{(1)}) \\ \dots \\ \mathbf{P}^* \mathbf{a}^{(1)}(\hat{\theta}_p, \mathbf{r}^{(1)}) \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} P \\ \} M - P \end{array} \right. , \quad (14)$$

$$\text{si } \hat{\mathbf{r}}_p = [\mathbf{r}^{(1)}, \hat{\mathbf{r}}_p^{(2)}]^T.$$

L'ensemble des estimations de la forme de l'antenne réalisées pour toutes les DDA estimées fournit une estimation moyenne de la forme de l'antenne. Ceci permet de construire un vecteur d'analyse exploitable pour l'estimation des directions d'arrivées par une méthode à haute résolution (par exemple Music).

3. Méthode de Weiss-Friedlander

3.1. Calibration par optimisation d'une fonction de coût multidimensionnelle

La méthode est basée sur l'algorithme Music multidimensionnel (MD-Music) [Cadzow88], où l'on cherche le vecteur des DDA

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_P]^T, \quad (15)$$

tel que

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{p=1}^P \|\mathbf{V}_B^* \mathbf{a}(\theta_p)\|^2, \quad (16)$$

où V_B est la matrice de dimension $(M, M - P)$, des $M - P$ vecteurs propres de Γ correspondant aux valeurs propres minimales.

Il s'agit, dans un premier temps, d'étendre cette optimisation aux paramètres du modèle. On aboutit ainsi à une fonction de coût dont le minimum global est atteint pour les vraies valeurs des DDA $\theta_1, \dots, \theta_P$ et des paramètres du modèle ξ :

$$F_1(\theta_1, \dots, \theta_P, \xi) = \sum_{p=1}^P \|V_B^* \mathbf{a}(\theta_p, \xi)\|^2. \quad (17)$$

Dans un deuxième temps, on transforme cette minimisation globale en deux minimisations exécutées de façon alternée, tantôt sur l'espace des θ , tantôt sur l'espace des ξ et jusqu'à la convergence. Suivant ce principe, une technique a été développée par Weiss et Friedlander [Weiss91]. Elle ne considère que des déformations d'antenne (erreurs sur les positions des capteurs $\xi = \mathbf{r}$) et suppose les gains uniformes. Elle repose sur les étapes suivantes :

- On se donne une valeur initiale des paramètres de l'antenne (ici, la forme nominale de l'antenne) : \mathbf{r}_0 .
- A partir de \mathbf{r}_0 , on cherche une première estimation des DDA : $\theta_{1,0}, \dots, \theta_{P,0}$, en minimisant (17) selon θ .
- Ensuite, il suffit de minimiser la fonction F_1 donnée en (17) selon \mathbf{r} (qui ne contient ici que les coordonnées des capteurs $x_m + \Delta x_m$ et $y_m + \Delta y_m$, pour $m = 2, \dots, M$), en fixant les $\theta_1, \dots, \theta_P$ à $\theta_{1,0}, \dots, \theta_{P,0}$ respectivement. Cette partie est détaillée dans la section suivante.
- Il ne reste plus qu'à refaire une recherche de DDA en utilisant les nouveaux paramètres de l'antenne, et ainsi de suite, jusqu'à convergence.

3.2. Approximation linéaire de l'influence des erreurs de position

\mathbf{r} étant, en pratique, un vecteur de grande dimension, une minimisation de type Gradient ou Newton peut s'avérer coûteuse. C'est pourquoi Weiss et Friedlander proposent une approximation linéaire de l'influence des erreurs de position sur le vecteur directionnel [Weiss91]. Sous l'hypothèse que les coordonnées réelles des capteurs, \mathbf{r}_v , ne sont « pas trop éloignés » des éléments de \mathbf{r}_0 (faibles déformations), ils procèdent à un développement au premier ordre des éléments $a_m(\theta_p, \mathbf{r})$ du vecteur d'analyse (dans lequel θ_p est cette fois connu) au voisinage de \mathbf{r}_0

$$\begin{aligned} a_m(\theta_p, \mathbf{r}) &= e^{j\pi[(x_m + \Delta x_m) \sin \theta_p + (y_m + \Delta y_m) \cos \theta_p]} \\ &\approx a_m(\theta_p, \mathbf{r}_0) \left(1 + j\pi(\Delta x_m \sin \theta_p + \Delta y_m \cos \theta_p) \right), \end{aligned} \quad (18)$$

où x_m et y_m sont exprimés en demi-longueur d'onde.

En étendant (18) à tous les éléments du vecteur $\mathbf{a}(\theta_p, \mathbf{r})$, qui s'exprime alors comme la somme d'un terme nominal et d'un terme de perturbation, puis en donnant une forme matricielle à l'expression obtenue, (17) devient

$$F_1(\theta_1, \dots, \theta_P, \mathbf{r}) = \sum_{p=1}^P \|z_p - W_p \delta_{xy}\|^2, \quad (19)$$

avec

$$W_p \triangleq -j\pi V_B^* \left(\text{diag}[\mathbf{a}(\theta_p, \mathbf{r}_0) \sin \theta_p], \text{diag}[\mathbf{a}(\theta_p, \mathbf{r}_0) \cos \theta_p] \right) \quad (20)$$

$$\text{et } z_p \triangleq V_B^* \mathbf{a}(\theta_p, \mathbf{r}_0). \quad (21)$$

Le vecteur z_p et le vecteur $W_p \delta_{xy}$, de dimensions $(M - P)$, représentent respectivement les projections du terme nominal et du terme de perturbation sur le sous-espace bruit. Le vecteur z_p et la matrice W_p , de dimension $(M - P, 2M - 2)$, dépendent de l'estimation des DDA faite à l'étape précédente. Enfin, seul

$$\delta_{xy} \triangleq [\Delta x_2, \dots, \Delta x_M, \Delta y_2, \dots, \Delta y_M]^T. \quad (22)$$

dépend des paramètres de l'antenne.

La solution réelle qui minimise (19) découle d'un résultat classique :

$$\delta_{xy} = [\text{Re}\{W^* W\}]^{-1} \text{Re}\{W^* Z\}, \quad (23)$$

où W et Z sont définies par

$$W \triangleq [W_1^T, \dots, W_P^T]^T \quad (24)$$

$$\text{et } Z \triangleq [z_1^T, \dots, z_P^T]^T. \quad (25)$$

Une procédure analogue a été développée par les mêmes auteurs [Weiss88] pour une optimisation de la fonction de vraisemblance.

4. Resultats de Simulation

Nous étudions ici, par le biais de simulations, les performances des méthodes du Propagateur et de Weiss-Friedlander définies ci-dessus, pour la reconstruction de la forme de l'antenne.

Pour les simulations, nous utilisons une antenne nominale rectiligne uniforme (la distance inter-capteur égale à une demi-longueur d'onde) de 20 capteurs. Cette antenne est éclairée par trois sources d'azimuts respectifs $-30, 5$ et 40 degrés. L'amplitude complexe des signaux, pour $p = 1$ à P est donnée par :

$$s_p(k) = e^{j(2\pi f_0 k T + \phi_{kp})}, \quad (26)$$

où k représente le temps et les ϕ_{kp} sont des variables aléatoires indépendantes et uniformément distribuées sur $]-\pi, \pi]$, f_0 la fréquence et T la période d'échantillonnage.

L'antenne est soumise simultanément à deux types de déformations : une déformation principale, selon un arc de cercle dont le centre est situé à la perpendiculaire du premier capteur, puis une déformation de plus faible amplitude affectant les coordonnées de chacun des capteurs. Cette déformation est tirée aléatoirement et une fois pour toute selon une loi gaussienne, centrée, d'écart-type $0.05\lambda/2$. Enfin, les coordonnées du premier capteur (qui sert de référence spatiale), ainsi que l'ordonnée du deuxième capteur (qui sert à orienter l'antenne), ne seront pas soumis aux perturbations décrites ci-dessus.

Ce modèle peut représenter, par exemple, la forme d'une antenne tractée par un bateau, alors que celui-ci vient de prendre un virage. Les courbes sur les figures 1, 3, 5, 7 et 9 illustrent la qualité de la reconstruction de l'antenne, tandis que les courbes sur les figures 2, 4, 6, 8 et 10 illustrent l'amélioration apportée par la reconstruction sur le pseudo-spectre de Music.

On constate, d'une manière générale, que la reconstruction, même imparfaite, de l'antenne améliore le gain en sortie de traitement.

La figure 1 montre la bonne qualité de la reconstruction quand les hypothèses requises par l'une et l'autre des méthodes sont respectées (positions des P premiers capteurs connues, pour la méthode du Propagateur, faibles déformations, pour la méthode de Weiss-Friedlander, et gains uniformes, pour les deux méthodes).

La figure 3 montre les limites de la méthode du Propagateur quand les positions des P premiers capteurs sont inconnues. On constate simplement que l'antenne est reconstruite à une rotation près, ce qui a pour effet de décaler les pics du pseudo-spectre, tandis que le gain de traitement n'est pas affecté (voir figure 4).

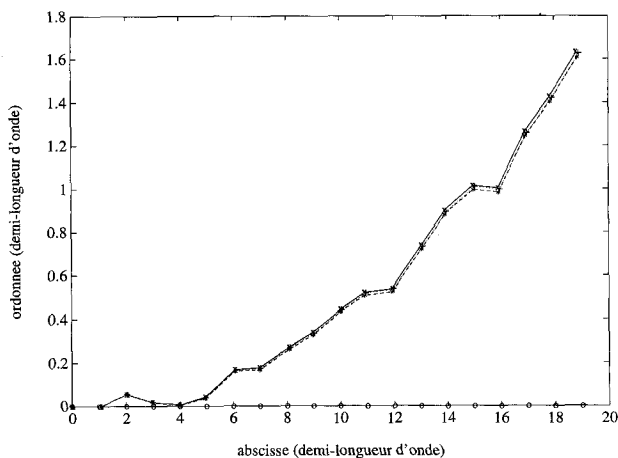


Figure 1. – Reconstruction de l'antenne (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations.

(o) : positions nominales des capteurs; — (x) : positions réelles des capteurs; - - (*) : positions des capteurs estimées par la méthode du Propagateur; ··· (+) : positions des capteurs estimées par la méthode de Weiss-Friedlander (les positions réelles des P premiers capteurs sont supposées connues).

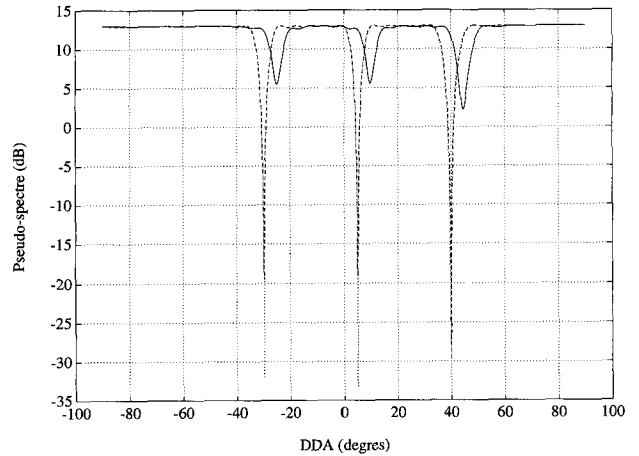


Figure 2. – Allure du pseudo-spectre après reconstruction (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations.

— : pseudo-spectre avant reconstruction; - - : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode du Propagateur; ··· : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode de Weiss-Friedlander (les positions réelles des P premiers capteurs sont supposées connues).

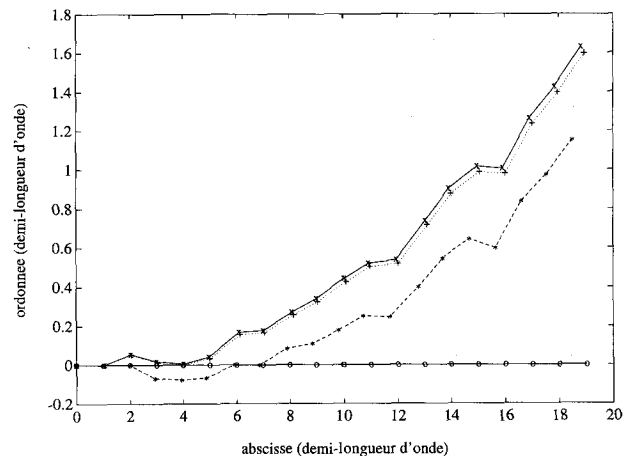


Figure 3. – Reconstruction de l'antenne (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations

(o) : positions nominales des capteurs; — (x) : positions réelles des capteurs; - - (*) : positions des capteurs estimées par la méthode du Propagateur; ··· (+) : positions des capteurs estimées par la méthode de Weiss-Friedlander (aucune information sur la position des P premiers capteurs).

La figure 5 montre les limites de la méthode de Weiss-Friedlander quand les déformations sont trop importantes. L'approximation linéaire (18) n'est plus valide et (23) ne fournit plus une solution à la minimisation de (17) selon les paramètres du modèle.

Les figures 7 et 8 montrent la faible robustesse des deux méthodes, qui ne sont d'aucune utilité quand le gain complexe de chaque capteur n'est plus identique mais distribué aléatoirement le long de l'antenne selon une loi gaussienne complexe, centrée, de variance 0.2.

Un des inconvénients de la méthode du propagateur apparaît clairement sur la figure 7. En effet, contrairement à la méthode de Weiss-Friedlander, qui travaille directement sur les coordonnées

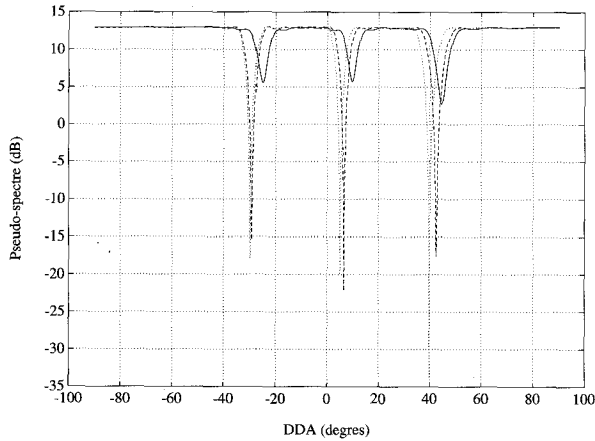


Figure 4. – Allure du pseudo-spectre après reconstruction (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations

— : pseudo-spectre avant reconstruction; - - : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode du Propagateur; ··· : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode de Weiss-Friedlander (aucune information sur la position des P premiers capteurs).

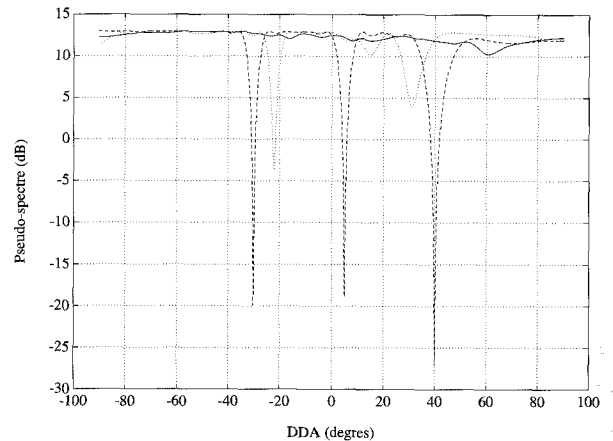


Figure 6. – Allure du pseudo-spectre après reconstruction (rayon de courbure de $20 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations

— : pseudo-spectre avant reconstruction; - - : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode du Propagateur; ··· : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode de Weiss-Friedlander (les positions réelles des P premiers capteurs sont supposées connues).

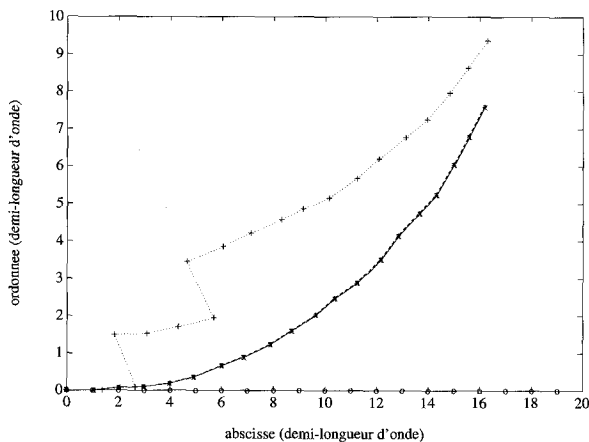


Figure 5. – Reconstruction de l'antenne (rayon de courbure de $20 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations.

(o) : positions nominales des capteurs; — (x) : positions réelles des capteurs; - - (*) : positions des capteurs estimées par la méthode du Propagateur; ··· (+) : positions des capteurs estimées par la méthode de Weiss-Friedlander (les positions réelles des P premiers capteurs sont supposées connues).

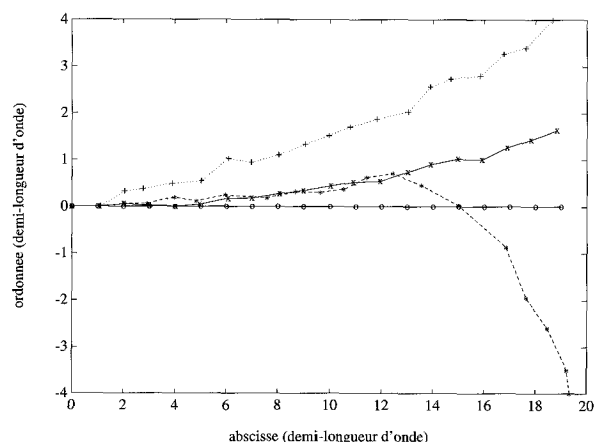


Figure 7. – Reconstruction de l'antenne (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations. Gains non uniformes.

(o) : positions nominales des capteurs; — (x) : positions réelles des capteurs; - - (*) : positions des capteurs estimées par la méthode du Propagateur; ··· (+) : positions des capteurs estimées par la méthode de Weiss-Friedlander (les P premiers capteurs sont supposés situés sur un arc de cercle).

des capteurs, la méthode du Propagateur estime d'abord les phases qui ne sont définies qu'à 2π près. Une procédure de déroulement des phases doit donc être mise en œuvre, en faisant une hypothèse « variation lente » de la phase le long de l'antenne. Cette hypothèse est mise à mal quand les déformations évoluent rapidement d'un capteur à l'autre ou bien en présence de variations du gain complexe d'un capteur à l'autre.

La figure 9 montre le comportement des deux méthodes quand la MIS est fortement perturbée (bruit de mesure et bruit d'estimation). Les P premiers capteurs sont supposés situés, pour l'initialisation des algorithmes, sur l'arc de cercle correspondant à la déformation principale, ce qui se rapproche de la réalité pratique où l'on possède une information sur la courbure du virage.

5. Conclusion et Perspectives

Nous avons comparé la méthode du Propagateur [Marcos89a, Marcos91] à celle de Weiss-Friedlander [Weiss91]. La première reconstruit le modèle de l'antenne pour une analyse spatiale en aval. Ses contraintes sont les suivantes :

- le gain des capteurs doit être uniforme d'un capteur à l'autre,
- la position de P capteurs doit être connue.

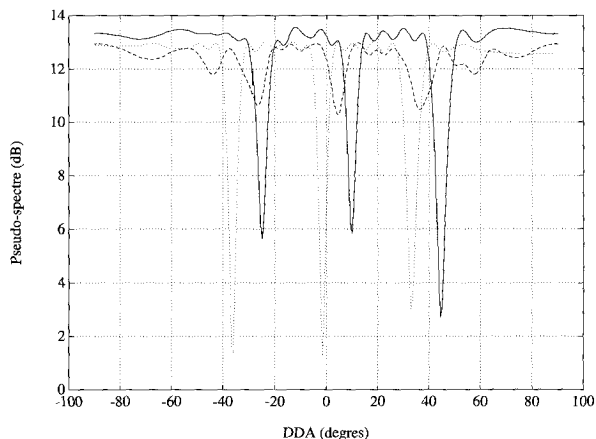


Figure 8. – Allure du pseudo-spectre après reconstruction (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 20 dB. 500 réalisations. Gains non uniformes.

— : pseudo-spectre avant reconstruction; - - : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode du Propagateur; ··· : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode de Weiss-Friedlander (les P premiers capteurs sont supposés situés sur un arc de cercle).

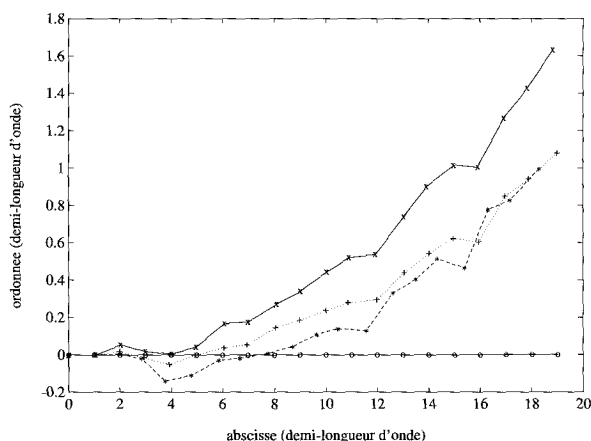


Figure 9. – Reconstruction de l'antenne (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 0 dB. 100 réalisations.

(o) : positions nominales des capteurs; — (x) : positions réelles des capteurs; - - (*) : positions des capteurs estimées par la méthode du Propagateur; ··· (+) : positions des capteurs estimées par la méthode de Weiss-Friedlander (les P premiers capteurs sont supposés situés sur un arc de cercle).

Elle utilise le critère de moindre dispersion des modules et nécessite le calcul du Propagateur. Ses principaux avantages sont les suivants :

- le calcul du Propagateur ne requiert pas de décomposition en éléments propres et peut être rendu adaptatif [Marcos89b],
- le critère de moindre dispersion des modules fournit une pré-estimation grossière des DDA qui peut être utilisée pour initialiser une optimisation itérative, par exemple celle de la fonctionnelle (17),
- le Propagateur peut être utilisé pour l'estimation des DDA par une méthode haute-résolution [Marcos90b].

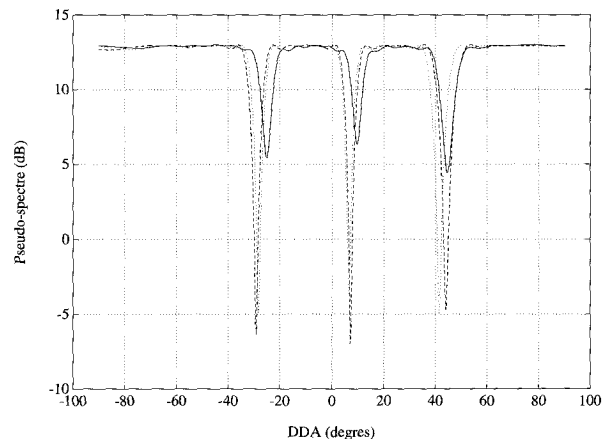


Figure 10. – Allure du pseudo-spectre après reconstruction (rayon de courbure de $100 \lambda/2$). SNR : 0 dB. 100 réalisations.

— : pseudo-spectre avant reconstruction; - - : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode du Propagateur; ··· : pseudo-spectre après reconstruction par la méthode de Weiss-Friedlander (les P premiers capteurs sont supposés situés sur un arc de cercle).

Ces trois caractéristiques contribuent à réduire considérablement la complexité d'un algorithme global où la reconstruction de l'antenne serait suivie d'une recherche des DDA.

La deuxième méthode estime les DDA par une analyse spatiale classique en supposant l'antenne dans sa position nominale. Ensuite, elle corrige les paramètres du modèle par une formule directe, établie au premier ordre et qui fait intervenir les DDA estimées. Après quelques itérations, l'algorithme converge vers la solution. Ses contraintes sont les suivantes :

- le gain des capteurs doit être uniforme d'un capteur à l'autre,
- la formule directe pour l'estimation des positions des capteurs n'est valable que pour de faibles déformations,

En terme de complexité de calcul, chaque itération de l'algorithme nécessite le calcul d'un pseudo-spectre et l'inversion d'une matrice de dimension (P, P) .

Pour compenser les erreurs de reconstruction par la méthode du Propagateur quand la position des P premiers capteurs est mal connue, on peut envisager, d'une part, leur estimation en amont, par une méthode inspirée de celle de Weiss-Friedlander (les déformations en début d'antenne étant généralement faibles), ou bien d'autre part, de chercher, en aval, la rotation optimale (par exemple au sens de (17)) à appliquer à l'antenne.

BIBLIOGRAPHIE

- [Cadzow88] J.A. CADZOW, «A High Resolution direction-of-Arrival algorithm for Narrow-Band Coherent and Incoherent Sources», *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 36, no. 7, July 1988, pp. 965-979.
- [Marcos89a] S. MARCOS, J. MUNIER, «Source Localization Using a Distorted Antenna», *Proceedings of ICASSP*, Glasgow, 1989, pp. 2756-2759.
- [Marcos89b] S. MARCOS, J. MUNIER, «Le Propagateur et son Estimation Adaptative», *Actes du Colloque GRETSI*, Juan-les-Pins, 1989, pp. 489-492.

- [Marcos90a] S. MARCOS, M. BENIDIR, «On a High Resolution Array Processing Method Non-based on the Eigenanalysis Approach», *Proceedings of ICASSP*, Albuquerque, 1990, pp. 2955–2958.
- [Marcos90b] S. MARCOS, M. BENIDIR, «Source Bearing Estimation and Sensor Positioning With the Propagator Method», *Proceedings of SPIE*, July 1990, pp. 312–323.
- [Marcos91] S. MARCOS, «Calibration of a Distorted Towed Array Using a Propagation Operator», *Journal of Acoustical Society of America*, Submitted in December 1991.
- [Marsal91] A. MARSAL, S. MARCOS, «Rapprochement de la Méthode du Propagateur et Music pour la Localisation de Sources», *Actes du Colloque GRETSI*, Septembre 1991, Juan-les-Pins, pp. 681–684.
- [Munier88] J. MUNIER, G. JOURDAIN, G.Y. DELISLE, «A new algorithm for the identification of distorted wavefronts», *Proceedings of NATO ASI Underwater Acoustics*, Kingston, 1988.
- [Munier91] J. MUNIER, G.Y. DELISLE, «Spatial Analysis Using New Properties of the Cross-spectral Matrix», *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 39, no. 3, March 1991, pp. 746–749.
- [Nejjar91] N. NEJJAR, «Utilisation du Propagateur en Traitement d'Antenne — Application en Acoustique Sous-marine», *Thèse 3^e Cycle*, I. N. P. G. de Grenoble, 1991, Chap. II, pp. 24–61.
- [Roy89] R. ROY, T. KAILATH, «Esprit : Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques», *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 37, no. 7, July 1989, pp. 984–995.
- [Weiss88] A.J. WEISS, B. FRIEDLANDER, «Array Shape Calibration Using Sources in Unknown Locations — A Maximum Likelihood Approach», *Proceedings of ICASSP*, New-York, 1988, pp. 2670–2673.
- [Weiss91] A.J. WEISS, B. FRIEDLANDER, «Array Shape Calibration Using Eigenstructure Methods», *Signal Processing*, vol. 22, April 1991, pp. 251–258.