

# *L* La calibration d'antenne

## Dégradation du gain d'une antenne linéaire due à des déformations du type « à accroissement constant »

### *Gain Degradation of a Linear Array Due to Random Deformations*

par **Patrice RAVAZZOLA, Robert LAVAL\***

AERO, allée Jean Giono,  
chemin de Léry - 83500 La Seyne-sur-Mer

\* Ingénieur conseil

1, rue Émile Duclaux - 75015 Paris.

#### Résumé

Cet article présente une méthode qui permet de calculer la dégradation de gain d'une antenne linéaire lorsque la cohérence spatiale du signal se trouve limitée par les déformations aléatoires qui peuvent affecter la linéarité de l'antenne.

Lorsqu'on se trouve en présence d'un signal imparfaitement cohérent le gain est réduit par un certain « facteur de dégradation » que l'on peut calculer à partir de la fonction de cohérence spatiale du signal et de la fonction de pondération de l'antenne.

Dans le cas des déformations aléatoires de l'antenne, une fonction de cohérence spatiale apparente du signal peut être calculée à partir du modèle stochastique qui caractérise ces déformations. On peut en déduire l'expression du facteur de dégradation en fonction de paramètres réduits qui dépendent de la longueur de l'antenne, de la fréquence, de la direction du signal, et des paramètres statistiques qui caractérisent les déformations.

**Mots clés :** Antenne linéaire, déformations d'antenne, dégradation du gain.

#### Abstract

*This paper deals with the gain degradation of a linear array when the signal spatial coherence is reduced by the random deformations of the line supporting the array. When the signal is imperfectly coherent, the gain is reduced by a so called « gain degradation factor » which can be evaluated from the signal spatial coherence function and the array weighting function.*

*In the case of random deformations of the array, an apparent signal spatial coherence function may be calculated from the stochastic model which characterizes the deformations. An expression of the gain degradation factor can then be deduced as a function of some reduced parameters which depend on frequency, array length, signal direction of arrival and the statistical parameters which characterize the deformations.*

**Key words :** Linear array, array deformations, gain degradation.

## 1. Introduction

Les antennes linéaires remorquées (ALR) permettent de réaliser des dimensions linéaires d'antenne très supérieures à celles des groupements hydrophoniques susceptibles d'être installés sur la coque d'un bâtiment (navire ou sous-marin) ou d'un poisson sonar remorqué. Elles permettent ainsi d'obtenir des directivités importantes dans le domaine des fréquences basses ou même très basses. Aux fréquences plus élevées, les ALR peuvent atteindre des « longueurs acoustiques »  $\frac{L}{\lambda}$  considérables.

La longueur acoustique d'une antenne est néanmoins limitée par les trois considérations pratiques suivantes :

- le nombre d'hydrophones, qui doit être au moins égal à  $\frac{2L}{\lambda}$ , ne saurait dépasser un certain chiffre sans augmenter de façon prohibitive la complexité du système,
- la corrélation des signaux reçus par des hydrophones éloignés peut être limitée par les défauts de cohérence du milieu de propagation [1]. Au-delà d'une certaine valeur de  $\frac{L}{\lambda}$ , le gain de l'antenne n'augmente plus en  $10 \log L$  mais suivant une loi plus lente qui dépend de la puissance de traitement du signal

mise en œuvre. Le rapport coût/efficacité des antennes dont le rapport  $\frac{L}{\lambda}$  est trop grand risque d'être assez défavorable,

- de par leur principe même, les ALR ne sont pas des droites parfaites, mais subissent de petites déformations aléatoires dont l'amplitude doit rester faible devant la longueur d'onde. Cette condition est d'autant plus difficile à réaliser que  $\frac{L}{\lambda}$  est plus grand.

## 2. Antenne idéale dans un milieu idéal

En situation idéale, les antennes sont parfaitement rectilignes et tous leurs hydrophones identiques sont exactement placés à leur position assignée. Le milieu de propagation est isotrope et cohérent et le champ sonore produit par une source ponctuelle éloignée peut être assimilé à une onde plane au niveau de l'antenne. On peut alors caractériser l'antenne par son diagramme de directivité et calculer le gain en rapport signal/bruit qu'elle apporte vis-à-vis du bruit de fond dont on connaît les propriétés de directivité.

L'antenne linéaire possède un diagramme de directivité de révolution autour de son axe, qui présente donc une ambiguïté droite-gauche. Il s'exprime en fonction de la seule variable  $u$  :  $u = \frac{f}{c}(\sin \theta_0 - \sin \theta_s)$ , où  $f$  est la fréquence,  $c$  la vitesse de propagation du son,  $\theta_0$  et  $\theta_s$  les directions de pointage électronique de l'antenne et de la source par rapport à la normale à l'antenne.

Le gain d'une ALR vis-à-vis d'un bruit omnidirectionnel sphérique est pratiquement indépendant du gisement de la source et égal à  $10 \log \frac{2L}{\lambda}$  pourvu que la longueur acoustique  $\frac{L}{\lambda}$  soit suffisante et que l'écartement inter-hydrophonique soit inférieur ou égal à  $\frac{\lambda}{2}$ .

## 3. Influence des incohérences du milieu de propagation

Dans un milieu de propagation diffusant, la cohérence du champ sonore produit par une source lointaine est limitée à une certaine « distance effective de corrélation ».

Ce phénomène a pour corollaire le fait que le champ provenant d'une source lointaine n'est plus une onde plane au niveau de l'antenne, mais une onde perturbée en amplitude et en phase. Cette onde peut être décomposée en ondes planes élémentaires dont les directions de propagation sont étalées sur un certain secteur angulaire de part et d'autre de la direction réelle de la source. L'énergie provenant de la source se trouve donc diffusée dans le domaine angulaire sous la forme d'un halo dont on peut définir un « diamètre angulaire effectif ».

De façon plus rigoureuse, le phénomène de diffusion peut être caractérisé dans le domaine spatial par une « fonction de cohérence spatiale », ou dans le domaine angulaire par une « fonction de diffusion angulaire », ces deux fonctions se déduisant l'une de l'autre par transformation de Fourier [2].

La dégradation du gain d'antenne qui résulte de ce phénomène de diffusion peut être déduite d'une expression qui prend en compte la fonction de pondération de l'antenne et la fonction de corrélation spatiale du signal. Cette dégradation peut être caractérisée par un « facteur de dégradation »  $F_D$  dont la valeur est comprise entre 0 et 1 et qui est défini comme le rapport du gain d'antenne dégradé par le gain d'antenne dans le cas du signal parfaitement cohérent.

Les résultats présentés dans [3] sous la forme d'une courbe normalisée indiquent la valeur du facteur de dégradation du gain de l'antenne en fonction du rapport  $\frac{L}{\sigma_x}$  où  $L$  est la longueur de l'antenne et  $\sigma_x$  la distance effective de corrélation pour une modélisation donnée de la fonction de cohérence spatiale.

Lorsque le rapport  $\frac{L}{\sigma_x}$  est supérieur à 1, le lobe de directivité principal de l'antenne est plus étroit que le « diamètre angulaire effectif » du halo; l'antenne ne capte donc qu'une partie de l'énergie totale provenant de la source (puisque l'énergie provenant de la périphérie du halo reste à l'extérieur du lobe) et le gain effectif de l'antenne est inférieur à son gain théorique.

Pour de grandes valeurs  $\frac{L}{\sigma_x}$ , le gain « dégradé » tend vers une valeur limite indépendante de la longueur  $L$ . Si l'on s'en tient à un traitement d'antenne « classique », le facteur de dégradation sera de 3 dB pour une longueur d'antenne égale à environ quatre fois la distance effective de corrélation  $\sigma_x$  et pour des longueurs supérieures, le gain atteindra très rapidement sa valeur limite.

Il est cependant difficile de fixer une longueur maximale pour une antenne qui est destinée à être utilisée dans des conditions d'environnement très variées. Les mesures de cohérence spatiale qui ont été effectuées par différents organismes de recherche font apparaître une très grande dispersion dans les résultats obtenus par petits fonds, les valeurs mesurées de  $\sigma_x$  s'étalant de 4 ou 5  $\lambda$  à plusieurs centaines de  $\lambda$ .

## 4. Influence des déformations géométriques de l'antenne

### 4.1. INTRODUCTION

Le problème théorique de l'étude des dégradations du gain résultant des distorsions aléatoires qui affectent la linéarité de l'antenne se ramène au cas précédent si l'on considère qu'une distorsion de l'antenne produit le même effet que la distorsion identique (inversée) du front d'onde.

Comme dans le cas d'un milieu diffusant, les distorsions de l'antenne ont donc pour conséquence une dégradation des propriétés de cohérence du signal reçu par l'antenne.

On propose ici une méthode pour calculer la fonction de corrélation spatiale du signal reçu par l'antenne à partir des propriétés statistiques qui caractérisent les déformations de l'antenne. On peut ensuite déduire de cette fonction la valeur du facteur de dégradation qui affecte le gain de l'antenne.

Des modèles hydrodynamiques de déformations aléatoires des antennes n'étant pas disponibles, on a été conduit à en imaginer deux correspondant à des lois statistiques assez différentes : un modèle simple, stationnaire et gaussien, et un modèle un peu plus complexe, de type à « accroissement constant » qui est probablement plus réaliste d'un point de vue physique.

Les résultats des calculs qui ont été effectués pour chacun de ces modèles peuvent être présentés sous la forme de courbes universelles qui permettent de calculer le « gain dégradé » en fonction de la longueur de l'antenne, de la fréquence et des paramètres qui caractérisent les déformations de l'antenne, en particulier l'écart-type de la déviation angulaire qui affecte sa tangente en un point quelconque.

On s'intéresse plus particulièrement ici au cas du modèle des déformations du type à accroissement constant.

## 4.2. PRINCIPE DE LA MÉTHODE DE CALCUL UTILISÉE

Nous pouvons définir les déformations d'une antenne linéaire par les deux fonctions  $y(x)$  et  $z(x)$  qui représentent les projections de l'antenne sur les plans  $xOy$  et  $xOz$ .

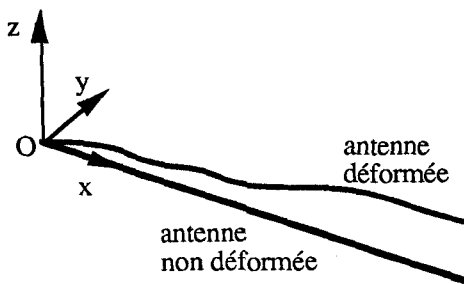


Figure 1

Nous considérons  $y(x)$  et  $z(x)$  comme des réalisations particulières d'un processus aléatoire normal de  $x$  qui s'étend de  $-\infty$  à  $+\infty$ , et que nous observons dans une fenêtre de largeur  $L$  qui correspond à la longueur de l'antenne.

Nous admettons également qu'un point donné de l'antenne ne subit pas de déplacement le long de l'axe  $Ox$ . Cette dernière hypothèse n'est pas rigoureusement vérifiée dans le cas d'une antenne remorquée souple dont l'extrémité est libre. Nous admettons toutefois que l'influence des déplacements longitudinaux

des senseurs n'intervient qu'au second ordre par rapport à celle des déplacements latéraux.

Supposons maintenant que l'antenne ainsi déformée reçoive une onde plane monochromatique de niveau unité, provenant de la direction  $\theta_s$  dans la plan  $xOy$ . Le signal complexe reçu au point du réseau d'abscisse  $x$  ne dépend que de  $y(x)$  et il a comme expression :

$$s(f, x) = \exp\{2\pi j \frac{f}{c} (x \sin \theta_s + y(x) \cos \theta_s)\} \quad (1)$$

que l'on peut écrire sous l'une des formes suivantes :

$$s(f, x) = \exp j\{2\pi u_s x + \varphi(x)\} \quad (2a)$$

ou encore :

$$s(f, x) = \exp j\{2\pi (u_s + \delta u)x + \varphi_0\} \quad (2b)$$

avec :

$$u_s = \frac{f}{c} \sin \theta_s, \quad \varphi(x) = 2\pi \frac{f}{c} \cos \theta_s y(x)$$

et :

$$\delta u = \frac{f}{c} \cos \theta_s \frac{\partial y}{\partial x}$$

La première expression représente  $s(f, x)$  comme un signal harmonique de  $x$ , de fréquence  $u_s$  dont la phase  $\varphi(x)$  est elle-même une fonction de  $x$  par l'intermédiaire de la fonction aléatoire  $y(x)$ , c'est-à-dire comme une fonction harmonique de  $x$  modulée en phase par  $y(x)$ .

La deuxième expression représente  $s(f, x)$  comme un signal harmonique de  $x$  dont la fréquence  $u_s + \delta u$  est elle-même une fonction de  $x$ , alors que la phase  $\varphi_0$  est constante. Il s'agit donc d'un processus de modulation de fréquence, la fonction de modulation étant représentée par la fonction aléatoire de  $\frac{\partial y}{\partial x}$ .

Les modulations de phase et de fréquence par des processus aléatoires normaux ont fait l'objet d'études de la part de D. Middleton [4] et N. Abramson [5].

On peut définir la fonction d'autocorrélation spatiale du signal  $s(f, x)$  :

$$\Gamma(f, \delta x) = E\{s(f, x + \delta x)s^*(f, x)\} \quad (3)$$

En remplaçant  $s(f, x)$  par son expression et en supposant que  $[y(x + \delta x) - y(x)]$  est une variable aléatoire gaussienne centrée, on obtient :

$$\Gamma(f, \delta x) = \exp\{2\pi j u_s \delta x\} \exp\{-\frac{1}{2}(2\pi \frac{f}{c} \cos \theta_s)^2 \Omega(\delta x)\} \quad (4)$$

où  $\Omega(\delta x) = E\{[y(x + \delta x) - y(x)]^2\}$  est la « fonction de structure » de  $y(x)$ . Par analogie au cas de la distorsion du front d'onde [3], nous pouvons aussi définir une « fonction de cohérence » qui est la fonction enveloppe de  $\Gamma(f, \delta x)$ , soit :

$$G(\theta_0, f, \delta x) = \exp\{-\frac{1}{2}(2\pi \frac{f}{c} \cos \theta_s)^2 \Omega(\delta x)\} \quad (5)$$

ainsi qu'une fonction de diffusion angulaire qui est la transformée de Fourier de  $G(\theta_s, f, \delta x)$  par rapport à  $\delta x$ , soit :

$$R(\theta_s, f, u) = TF_{\delta x}\{G(\theta_s, f, \delta x)\} \quad (6)$$

L'opération de transformée de Fourier exige toutefois quelques précautions. En effet, si  $y(x)$  est une variable gaussienne stationnaire et centrée dont on peut définir un écart-type  $\sigma_y$  et une fonction d'autocorrélation normalisée

$$\rho_y(\delta x) = \frac{1}{\sigma_y^2} E\{y(x + \delta x)y(x)\}$$

où  $\sigma_y$  est l'écart-type de  $y(x)$ , la fonction de structure a pour valeur :

$$\Omega(\delta x) = 2\sigma_y^2[1 - \rho_y(\delta x)] \quad (7)$$

et possède la propriété :

$$\lim_{\delta x \rightarrow \infty} \Omega(\delta x) = 2\sigma_y^2 \quad (8)$$

On a alors pour  $G(\theta_s, f, \delta x)$  :

$$\lim_{\delta x \rightarrow \infty} G(\theta_s, f, \delta x) = \exp\{-\mu^2\} \quad (9)$$

avec  $\mu = 2\pi \frac{f}{c} \cos \theta_s \sigma_y$ .

La fonction de cohérence ne tend pas vers 0 mais vers une valeur finie, ce qui caractérise un phénomène de cohérence partielle. Nous pouvons introduire le « facteur de cohérence ».

$$\gamma(\theta_s, f) = \exp\{-\mu^2\} \quad (10)$$

qui tend vers 0 pour les grandes valeurs de  $\mu$ .

Par analogie avec la théorie de la modulation,  $\mu$  peut être appelé « index de modulation ». La fonction de diffusion angulaire  $R(\theta_s, f, u)$  qui est la transformée de Fourier de  $G(\theta_s, f, \delta u)$  se décompose alors en deux parties :

- un Dirac pour  $u = 0$ , c'est-à-dire dans la direction de la source,
- une partie continue, qui sera la transformée de Fourier de  $G(\theta_s, f, \delta x) - \gamma(\theta_s, t)$ .

L'image de la source déformée par les distorsions de l'axe  $Ox$  se présente donc comme un point brillant entouré par un halo de diffusion.

Le cas où  $y(x)$  est un processus stationnaire s'apparente au cas de la modulation de phase où il existe un résidu de porteuse, dont la valeur tend vers 0 lorsque l'index de modulation est très supérieur à 1.

Les conclusions sont différentes si la fonction aléatoire  $y(x)$  n'est pas elle-même stationnaire mais dérive d'un processus gaussien dit « à accroissement constant ». Ceci est le cas lorsque la dérivée  $\frac{\partial y}{\partial x}$  (autrement dit la déviation angulaire de l'antenne) est elle-même une fonction aléatoire stationnaire et centrée de  $x$  dont le spectre de puissance possède une valeur non nulle à l'origine.

Dans ce cas, on ne peut définir pour  $y(x)$ , ni valeur moyenne, ni écart-type, ni fonction de corrélation, mais il est toujours possible de définir sa fonction de structure  $\Omega(\delta x)$  qui, contrairement au cas précédent, tend vers l'infini avec  $\delta x$ . On a alors :

$$\lim_{\delta x \rightarrow \infty} G(\theta_s, f, \delta x) = 0 \quad (11)$$

La fonction de diffusion angulaire  $R(\theta_s, f, u)$  ne contient donc plus de Dirac et le signal reçu est totalement incohérent.

Ce cas s'apparente à la modulation de fréquence pour lequel il n'existe pas de résidu de porteuse.

### 4.3. INFLUENCE DES DISTORSIONS DE L'ANTENNE SUR SA FONCTION DE DIRECTIVITÉ

La déformation  $y(x)$  n'étant pas connue « a priori » nous supposons que le traitement d'antenne est effectué normalement comme s'il s'agissait d'une antenne parfaitement rectiligne. Tout se passe donc comme si cette antenne parfaitement rectiligne recevait le signal aléatoire  $s(f, x)$ . Il suffit de connaître la fonction de cohérence  $G(f, \delta x)$  ou la fonction de diffusion  $R(f, u)$  du signal  $s(f, x)$  pour pouvoir calculer le niveau énergétique moyen du signal délivré par l'antenne en fonction de son dépointage par rapport à la direction de la source, c'est-à-dire la fonction :

$$S(\theta_s, f, u) = R(\theta_s, f, u)^* D(f, u) \quad (12)$$

La fonction  $S(\theta_s, f, u)$  est le produit de convolution de la fonction de directivité de l'antenne idéale par la fonction de diffusion angulaire qui, dans ce cas, ne dépend pas des incohérences de la propagation, mais de la distorsion de l'antenne elle-même.

La fonction  $S(\theta_s, f, u)$  doit être considérée comme la fonction de directivité énergétique moyenne de l'antenne, qui tient compte à la fois des effets de la directivité idéale associée à sa fonction de pondération, et des effets de diffusion angulaire qui résultent de sa distorsion.

Plus précisément, s'il s'agit de déformations permanentes d'antennes rigides, le diagramme de directivité d'une antenne donnée peut s'écarter notablement de la fonction  $S(\theta_s, f, u)$  définie ci-dessus et celle-ci représente seulement le diagramme de directivité moyen d'un ensemble d'antennes. Par contre, s'il s'agit d'une antenne souple, dont les distorsions fluctuent à la fois dans le temps et dans l'espace,  $S(\theta_s, f, u)$  correspond alors effectivement au diagramme de directivité énergétique que l'on obtient après une intégration temporelle de l'énergie sur une durée très supérieure à la période temporelle des fluctuations.

C'est dans ce contexte que nous considérons  $S(\theta_s, f, u)$  comme la fonction de directivité énergétique « dégradée » par les distorsions aléatoires qui affectent la linéarité de l'antenne.

A cette fonction de directivité dégradée correspond un gain d'antenne dégradé  $GA_D(f, u_s)$ .

Partant du gain  $GA(f, u_0)$  d'une antenne idéale :

$$GA(f, u_0) = \frac{\int B(f, u) du D(f, u)|_{u=0}}{B(f, u)^* D(f, u)} \quad (13)$$

où :

$B(f, u)$  est le spectre de puissance spatio-temporel du bruit de fond sur l'axe des  $x$ ,

$u_0 = \frac{f}{c} \sin \theta_0$ ,  $\theta_0$  étant la direction de pointage de l'antenne,

le gain dégradé par les distorsions de la linéarité de l'antenne,  $GA_D(f, u_0)$ , s'obtient simplement en remplaçant  $D(f, u)$  par  $S(f, u)$  dans l'expression précédente.

On peut introduire le « facteur de dégradation du gain » :

$$F_D(f, u_0) = \frac{GA_D(f, u_0)}{GA(f, u_0)} \quad (14)$$

que l'on peut expliciter sous la forme :

$$F_D(f, u_0) = \frac{S(f, u_0, u)|_{u=0} B(f, u)^* D(f, u)|_{u=u_0}}{D(f, u)|_{u=0} B(f, u)^* S(f, u)|_{u=u_0}} \quad (15)$$

$F_D$  a la forme d'un produit de deux rapports :

- le premier de ces rapports représente la réduction apportée par les distorsions sur le niveau énergétique du signal délivré par l'antenne,
- le deuxième rapport représente la variation de niveau du bruit de fond à la sortie de l'antenne.

Cette variation de niveau de bruit peut s'expliquer sous la forme :

$$\frac{B(f, u)^* D(f, u)}{B(f, u)^* R(f, u)^* D(f, u)} \quad (16)$$

La valeur de ce rapport restera voisine de 1 tant que :

$$B(f, u)^* R(f, u) \approx B(f, u) \quad (17)$$

Cette condition est généralement vérifiée dans le cas des bruits de fond dont la distribution énergétique est une fonction continue et lentement variable de la direction. Elle est évidemment valable dans le cas d'un bruit sphérique, sauf au voisinage de la direction « end-fire » puisque la fonction  $B(f, u)$  s'annule à l'extérieur de l'intervalle des  $u$  correspondant aux directions d'arrivée réelles de l'énergie.

Elle n'est pas vérifiée si le bruit comporte des sources discrètes provenant de directions bien définies. Dans ce cas, les effets de diffusion angulaire s'appliquent aux bruiteurs aussi bien qu'aux sources utiles de signal.

Dans ce qui suit, nous calculons  $F_D$  dans l'hypothèse d'un bruit présentant des caractéristiques de continuité angulaires telles que

l'on puisse effectivement négliger l'influence du deuxième terme. Dans ce cas :

$$F_D(f, u_0) = \frac{S(f, u_0, u)|_{u=0}}{D(f, u)|_{u=0}} = \frac{R(\theta_s, f, u)^* D(f, u)|_{u=0}}{D(f, u)|_{u=0}} \quad (18)$$

La formule est alors identique à celle que l'on obtient dans le cas des incohérences de la propagation [3]. On peut également exprimer  $F_D$  à partir de la fonction de cohérence du signal  $G(\theta_s, f, \delta x)$  et de la fonction d'antenne  $\gamma(f, \delta x)$  qui est l'auto-convolution de la fonction de pondération de l'antenne, soit :

$$F_D = \frac{\int_{-L}^{+L} G(\theta_s, f, \delta x) \gamma(f, \delta x) d(\delta x)}{\int_{-L}^{+L} \gamma(f, \delta x) d(\delta x)} \quad (19)$$

Celui-ci se réduit, dans le cas d'une antenne à pondération uniforme à l'expression :

$$F_D = \frac{2}{L} \int_0^L \left(1 - \frac{\delta x}{L}\right) G(\theta_s, f, \delta x) d(\delta x) \quad (20)$$

Ainsi que nous l'avons vu au paragraphe 4.2, la fonction de cohérence spatiale  $G(\theta_s, f, \delta x)$  est reliée à la fonction de structure  $\Omega(\delta x)$  qui caractérise les distorsions aléatoires de l'antenne :

$$G(\theta_s, f, \delta x) = \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(2\pi \frac{f}{c} \cos \theta_s\right)^2 \Omega(\delta x)\right\} \quad (21)$$

ce qui permet de calculer  $F_D$  connaissant  $\Omega(\delta x)$ .

Ce calcul peut être effectué pour différents modèles de distorsions correspondant à des lois asymptotiques différentes de la fonction  $\Omega(\delta x)$  lorsque  $\delta x \rightarrow \infty$ .

#### 4.4. REMARQUES SUR LA MODÉLISATION DES DÉFORMATIONS

Deux modèles ont été étudiés :

- le premier de ces modèles considère que la distorsion  $y(x)$  dérive d'un processus stochastique stationnaire en  $x$ , ce qui correspond à une fonction de structure tendant vers une limite pour  $\delta x \rightarrow \infty$ ,
- pour le second modèle, nous admettons que  $y(x)$  dérive d'un processus dit « à accroissement constant » pour lequel la fonction de structure tend vers l'infini avec  $\delta x$ .

La définition des propriétés statistiques de  $y$  demanderait une étude relativement poussée de la stabilité hydrodynamique de l'antenne elle-même et de son système de remorquage (câble et poisson).

Une telle étude devrait permettre de préciser lequel des deux modèles considérés se rapproche le plus de la réalité.

Quelques considérations physiques très simples semblent indiquer que le deuxième modèle pourrait être plus réaliste que le premier. En effet, si le premier modèle vient naturellement à l'esprit en raison de la simplicité de sa formulation, on imagine mal que la déviation de l'antenne autour d'une ligne idéale reste indépendante du point d'observation et ne dépende donc pas des déviations qui se produisent entre le point d'attache et le point d'observation. Ceci supposerait qu'il existe une force de rappel qui tendrait à ramener l'antenne vers cette ligne idéale lorsqu'elle s'en écarte. En fait, une telle force n'existe pas et on a tout lieu de penser que l'amplitude des déplacements aléatoires latéraux que peut prendre l'antenne sous l'influence des microturbulences tend à augmenter à mesure que l'on s'éloigne du point d'attache.

Par contre, il existe bien une force de rappel due à la traînée hydrodynamique qui tend à annuler l'angle de déviation  $\alpha$ , ce qui est compatible avec la stationnarité de  $\frac{\partial y}{\partial x}$  et de  $\frac{\partial y}{\partial t}$ .

L'analyse des dégradations du gain associée aux déformations de l'antenne dans le cas du premier modèle a été traitée dans [3]. On s'intéresse ici au deuxième modèle des déformations de l'antenne.

#### 4.5. APPLICATION AU CAS DU MODÈLE DE DÉFORMATION DIT « À ACCROISSEMENT CONSTANT »

Pour ce modèle, c'est la dérivée  $y'$  de  $y(t, x)$  par rapport à  $x$  que l'on considère comme une fonction aléatoire gaussienne centrée, stationnaire en fonction de  $t$  et de  $x$ .

$$y'(t, x) = \frac{\partial y(t, x)}{\partial x} = tg\alpha(t, x) = \alpha(t, x) \quad (22)$$

$\alpha$  étant la déviation angulaire de l'antenne.

Dans ce cas, le signal  $s(f, x)$  défini au paragraphe 4.2 est un signal harmonique modulé en fréquence par un signal gaussien.

La fonction  $y'$  sera caractérisée par son écart-type  $\sigma_{y'} = \sigma_\alpha$  et par sa fonction d'autocorrélation normalisée  $\rho_{y'}(\delta x)$  telle que :

$$E\{y'(t, x + \delta x) y'(t, x)\} = \sigma_{y'}^2 \rho_{y'}(\delta x) \quad (23)$$

où  $\rho_{y'}(\delta x)$  est une fonction régulièrement décroissante en fonction de  $|\delta x|$ .

Dans ces conditions  $y(t, x)$  n'est plus une fonction stationnaire et il n'est pas possible d'en définir une valeur moyenne ou une fonction de corrélation.

En effet, le spectre de  $y$  s'obtient en divisant le spectre de  $y'$  par le carré de la pulsation spatiale  $(2\pi u)^2$ . Lorsque le spectre de  $y'$  a une valeur non nulle à l'origine, le spectre de  $y$  est infini à l'origine. On se trouve en présence d'un processus « à accroissement constant » dont on peut toujours définir une fonction de structure :

$$\Omega(\delta x) = E \{ [y(t, x + \delta x) - y(t, x)]^2 \} \quad (24)$$

qui ne s'exprime plus en fonction de  $E\{y\}^2$  et de  $\rho_y(\delta x)$ , comme dans le cas du premier modèle puisque ces grandeurs ne sont pas définies, mais qui peut se calculer à partir de  $\sigma_\alpha$  et de  $\rho_{y'}$  par la formule :

$$\Omega(\delta x) = 2\sigma_\alpha^2 \int_0^{\delta x} \rho_{y'}(\delta x') (\delta x - \delta x') d(\delta x') \quad (25)$$

Le calcul de  $\Omega(\delta x)$  nécessite de disposer d'un modèle pour  $\rho_{y'}$ . Sachant que  $\rho_{y'}$  est une fonction régulièrement décroissante en fonction de  $|\delta x|$ , on peut choisir de modéliser  $\rho_{y'}$  par une fonction gaussienne de la forme :

$$\rho_{y'}(\delta x) = \exp \left\{ -\frac{(\delta x)^2}{2\sigma_{\rho_{y'}}^2} \right\} \quad (26a)$$

l'écart-type  $\sigma_{\rho_{y'}}$  représentant la distance effective de corrélation. Ce calcul présente quelques difficultés si l'on choisit pour  $\rho_{y'}(\delta x)$  ce type de fonction. En choisissant de représenter  $\rho_{y'}(\delta x)$  par une fonction symétrique composée de deux branches d'exponentielle :

$$\rho_{y'}(\delta x) = \exp \left\{ -\frac{|\delta x|}{\sigma_{\rho_{y'}}} \right\} \quad (26b)$$

on obtient pour le facteur de dégradation du gain d'antenne :

$$F_D = \frac{2}{L} \int_0^L \left( 1 - \frac{\delta x}{L} \right) \exp \left\{ -\mu^2 \left[ \exp \left\{ -\frac{|\delta x|}{\sigma_{\rho_{y'}}} \right\} + \frac{\delta x}{\sigma_{\rho_{y'}}} - 1 \right] \right\} d(\delta x) \quad (27)$$

On peut effectuer le changement de variable  $X = \frac{\delta x}{L}$  ce qui donne :

$$F_D = 2 \int_0^1 (1-X) \exp \left\{ -\mu^2 \left[ \exp \left\{ -\frac{QX}{\mu} \right\} + \frac{QX}{\mu} - 1 \right] \right\} dX \quad (28)$$

avec

$$Q = 2\pi \frac{L}{\lambda} \sigma_\alpha \cos \theta_s$$

$$\mu = 2\pi \frac{f}{c} \sigma_\alpha \sigma_{\rho_{y'}} \cos \theta_s \text{ (index de modulation).}$$

Nous pouvons calculer numériquement  $F_D$  pour une série de combinaisons des valeurs de  $Q$  et de  $\mu$ , et représenter le gain d'antenne dégradé sous la forme normalisée :

$$GA_D \sigma_\alpha \cos \theta_s = \frac{Q}{\pi} F_D(Q, \mu) \quad (29)$$

On voit facilement que si  $Q \gg \mu$  (en effectuant le changement de variable  $Y = \frac{Q}{\mu} X$ ), on obtient un majorant du facteur de dégradation :

$$\text{Majorant } (F_D) = 2 \frac{\mu}{Q} I(\mu) \quad (30)$$

avec :

$$I(\mu) = \int_0^{\infty} \exp \{ -\mu^2 [\exp\{-Y\} + Y - 1] \} dY \quad (31)$$

Le gain d'antenne dégradé est donc également majoré par :

$$\text{Majorant } (GA_D) = \frac{2}{\pi \sigma_\alpha \cos \theta_s} \mu I(\mu) \quad (32)$$

qui ne dépend plus de  $Q$ , mais seulement de  $\mu$ .

Pour analyser l'évolution du gain d'antenne dégradé en fonction de  $\mu$ , on représente un réseau de courbes (voir planche jointe) :

$$[GA_D]_{dB} + 10 \log_{10} [\sigma_\alpha^2 \cos \theta_s] \quad (33)$$

pour un certain nombre de valeurs de  $\frac{L}{\lambda} \sigma_\alpha^2 \cos \theta_s$  ( $\sigma_\alpha^2$  signifie que  $\sigma_\alpha$  est exprimé en degrés).

## 5. Conclusion

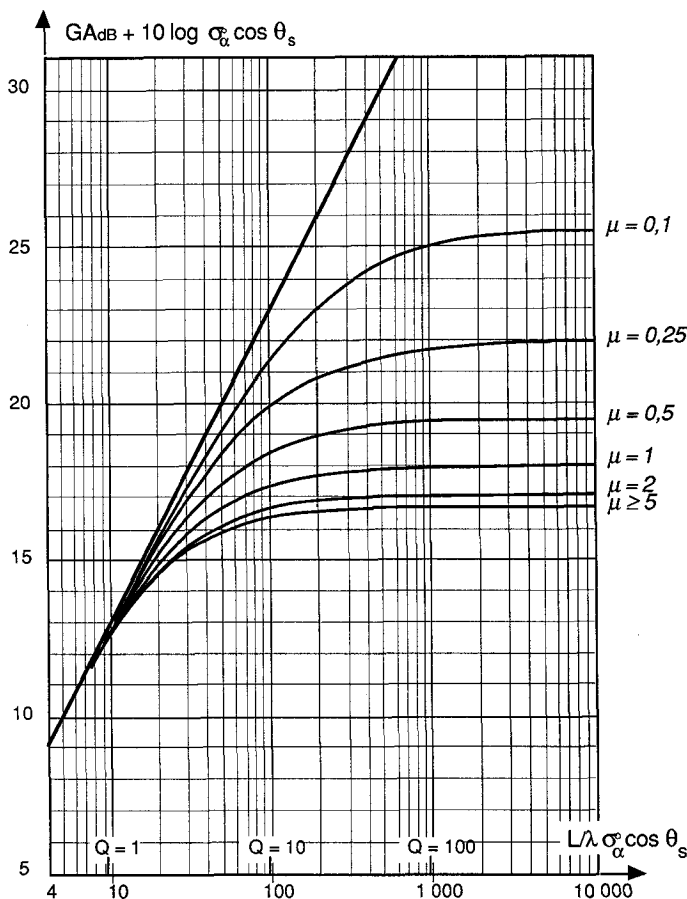
L'étude des dégradations de gain résultant des distorsions aléatoires de l'antenne repose sur la modélisation de ces déformations. Dans cet article, nous avons choisi de prendre pour modèle des déformations, un modèle à accroissement constant qui est sans doute plus réaliste du point de vue physique qu'un modèle stationnaire gaussien, mais qui est également plus pénalisant. En effet, les contraintes de linéarité sont plus fortes dans le cas du modèle stationnaire gaussien, qui impose à l'antenne une déviation d'écart-type donné par rapport à une ligne droite moyenne, que dans le cas du modèle à accroissement constant où cette déviation n'est pas limitée. De ce fait, le gain d'antenne ne bénéficie pas d'un phénomène de cohérence partielle qui lui permettrait de croître avec la longueur de l'antenne, mais tend toujours vers une valeur limite pour les grandes longueurs d'antenne.

Les méthodes de calcul utilisées pour évaluer les dégradations du gain peuvent servir aux constructeurs d'ALR pour leur permettre de définir le type de stabilité hydrodynamique qu'il doivent imposer aux antennes pour éviter la dégradation de leurs propriétés acoustiques.

En fait, le traitement classique qui a été utilisé pour calculer le gain d'antenne n'est pas optimal dans le cas d'un signal imparfaitement cohérent, qu'il s'agisse d'une incohérence liée à la propagation ou aux déformations aléatoires de l'antenne, et il est nécessaire d'étudier un traitement spécifique pour réduire autant que possible les dégradations des performances associées aux incohérences du signal. L'adaptation du traitement au signal permet en général de diviser par un facteur supérieur à 2 les pertes de cohérence exprimées en décibels [6], ceci sans augmenter de façon significative la complexité du traitement.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] B.B. ADAMS, « Probabilistic acoustic propagation at the Naval Research Laboratory (1972-1983) », *Proceedings of Stochastic Modelling Workshop*, 26-28 oct. 1982, publié par ARL.
- [2] R. LAVAL and Y. LABASQUE, « Medium inhomogeneities and instabilities : effects on spatial and temporal processing », *Underwater acoustic and signal processing*, NATO advanced study institutes series, edited by Bjørn Ø, Danemark, 1982, pp. 41-69.
- [3] R. LAVAL, « Dégradations du gain associées aux incohérences de la propagation ou aux déformations aléatoires d'une antenne linéaire », VII<sup>ème</sup> Colloque sur le traitement du signal et ses applications (GRETSI), Nice, juin 1979, p. 81/1-81/9.
- [4] D. MIDDLETON, « An introduction to statistical communication theory », Mac Graw-Hill, 1960.
- [5] N. ABRAMSON, « Bandwidth and spectra of phase and frequency-modulated waves », *IEEE Transactions on Communication Systems*, n°4, Dec. 1963.
- [6] Y. LABASQUE, « Traitement d'antenne en présence d'un signal imparfaitement cohérent », VII<sup>ème</sup> Colloque sur le traitement du signal et ses applications (GRETSI), Nice, juin 1979, p. 82/1-82/9.



Gain dégradé associé aux déformations de l'antenne : courbes à  $\mu$  constant.