

Amélioration d'un algorithme de filtrage du bruit multiplicatif

Improving an algorithm for filtering multiplicative noise

Kacem CHEHDI, Mohamed SABRI, Michel CORAZZA, LASTI-Groupe Image ENSSAT, B.P. 447 22300 Lannion.

Résumé

Nous proposons un algorithme amélioré de filtrage du bruit multiplicatif, en traitement d'images numériques basé sur un développement homomorphique spatial. Nous avons adopté une approche simple pour évaluer la statistique locale et supposé que la distribution locale de l'image originale est uniforme, ceci afin de traduire une méconnaissance de la probabilité originale qui peut être quelconque.

L'algorithme proposé est efficace aussi bien pour des bruits importants que pour des bruits faibles.

Mots clés

Traitement d'image, filtrage d'images, bruit multiplicatif, statistique locale.

Abstract

In this paper we suggest an improved algorithm for filtering multiplicative noise. We opted for a simple method to evaluate local statistics and we supposed that the local distribution of the original image was uniform in order to express our lack of knowledge about the original probability function. The algorithm is based on spatial homomorphic

development. The proposed algorithm is effective for high noise as well as for low.

Key words

Image processing, image filtering, multiplicative noise, local statistics.

Introduction

L'hypothèse classique d'un bruit additif perturbant une image n'est pas toujours vérifiée ; il existe une classe importante d'images bruitées dont l'observation correspond à la multiplication d'un original par un bruit dépendant ou non de celui-ci [16, ..., 21].

A titre d'exemples :

— la nature statistique de la lumière [9], traduite physiquement par une génération aléatoire des photons qui forment l'image d'un objet sur une surface matérialisée, constitue une cause fondamentale des dégradations qui se présentent sous la forme de bruits additifs et multiplicatifs ;

— le bruit de speckle dans les images radar à ouverture synthétique [2, 6, 7, 22] est multiplicatif ;

— les images laser sont elles aussi affectées par ce genre de dégradations [8] ;

— dans le cas de l'enregistrement photochimique des images, la densité optique n'étant pas uniforme sur le film, elle fluctue suivant une loi de Gauss autour d'une valeur moyenne : ceci résulte d'un bruit, dit de grain de film, dépendant du signal enregistré, et multiplicatif sous certaines conditions [1].

Quatre situations se présentent au traicteur d'images pour filtrer le bruit (multiplicatif ou autre) :

a) la statistique de l'image originale ainsi que celle du bruit affectant cette image sont connues ;

b) la statistique de l'image originale est connue, pas d'information a priori sur celle du bruit ;

c) la statistique du bruit est connue, pas d'information a priori sur celle de l'image originale ;

d) aucune information a priori sur les statistiques du bruit et de l'image originale.

Il est évident que la dernière situation est la plus difficile. Nous nous sommes placés dans la situation c) : les caractéristiques statistiques du bruit multiplicatif (loi, moyenne, variance) sont supposées connues.

La densité de probabilité de l'image originale sera modélisée et les deux premiers moments statistiques estimés à partir de l'image observée.

Une hypothèse réaliste couramment admise consiste à considérer une image comme un champ aléatoire localement stationnaire au second ordre, c'est-à-dire que tous les points de l'image appartenant à une petite fenêtre (5×5 par exemple) sont affectés d'une moyenne et d'une variance identiques.

Plusieurs algorithmes de filtrage du bruit multiplicatif basés sur une approche locale ont été proposés.

Lee [3] a développé un filtre basé sur la linéarisation de la relation qui lie le signal au bruit, en construisant une nouvelle observation qui minimise l'erreur quadratique moyenne entre cette dernière et l'observation réelle.

L'approximation linéaire n'est valable en pratique que pour des bruit de faible variance.

Kuan [4] a proposé un algorithme basé sur la transformation du bruit multiplicatif en un bruit additif non corrélé au signal mais dépendant de celui-ci.

Ces deux algorithmes ont pratiquement les mêmes performances (voir résultats expérimentaux).

Plus récemment Yan et Chen [5] ont développé un algorithme homomorphique dans le domaine spatial ; ils ont considéré une hypothèse gaussienne pour la distribution *locale* de l'image originale et simplifié les calculs en approximant la densité de probabilité *locale* par une fonction triangulaire.

Ce dernier algorithme s'avère être efficace uniquement pour des images localement gaussiennes, ce qui réduit considérablement son champ d'application.

La proposition de notre algorithme de filtrage a pour objectif l'amélioration de celui de Yan et Chen en modifiant l'hypothèse sur la distribution locale de l'image originale.

L'avantage majeur que présente ce filtre sur celui de Yan & Chen est une meilleure efficacité pour une plus grande variété de types d'images lorsque le rapport signal à bruit varie dans une large gamme de valeurs.

Notations

Soit $f(i, j)$ le niveau de gris de l'image originale au point (i, j) , $g(i, j)$ celui de l'observation et $b(i, j)$ le bruit affectant $f(i, j)$.

$i, j = 0, \dots, N - 1$;

N est le nombre de pixels d'une ligne ou d'une colonne d'une image.

Dorénavant on supprimera les indices (i, j) pour simplifier l'écriture, sauf dans le cas où il y a risque de confusion.

L'espérance mathématique d'une grandeur Z sera notée $E[Z]$ sa variance sera notée $VAR[Z]$, et son écart-type $ECT[Z]$.

Une estimation, selon un critère donné, de $E[Z]$ sera notée \bar{Z} , celle de $VAR[Z]$ sera noté $\sigma^2[Z]$.

Une estimation de $Z(\dots)$ sera notée $\hat{Z}(\dots)$.

L'erreur quadratique moyenne désigne la grandeur :

$$E[(\hat{Z} - Z)^2]$$

Log [.] désigne la fonction logarithme népérien.

Exp[.] désigne la fonction exponentielle inverse de la fonction Log[.].

Rappels

Le filtrage du bruit additif nous servira pour élaborer celui du bruit multiplicatif.

— **Bruit additif :**

$$(1) \quad g = f + b$$

$b(\dots)$ est un bruit blanc centré, indépendant de $f(\dots)$:

$$(2) \quad E[b] = 0$$

$$(3) \quad E[b(i, j) b(k, \ell)] = VAR[b] d(i, j, k, \ell)$$

où :

$d(i, j, k, \ell) = 1$ si $(i, j) = (k, \ell)$ et $d(i, j, k, \ell) = 0$ sinon.

$$(4) \quad E[f(i, j) b(k, \ell)] = 0$$

(i, j) et (k, ℓ) quelconques.

D'après (1), (2) et (4) :

$$(5) \quad E[g] = E[f]$$

$$(6) \quad VAR[g] = VAR[f] + VAR[b]$$

Le filtre linéaire qui minimise l'erreur quadratique moyenne donne l'estimation suivante de $f(i, j)$ pour chaque pixel (i, j) [4, 10] :

$$(7) \quad \hat{f} = E[g] + K(g - E[g])$$

$$(8) \quad K = 1 - \frac{VAR[b]}{VAR[g]}$$

— **Bruit multiplicatif :**

$$(9) \quad g = f \times n$$

Le processus $n(\dots)$ est blanc de moyenne égale à l'unité, il obéit aux équations (3), (4) et à :

$$(10) \quad E[n] = 1$$

$$(11) \quad \text{VAR}[n] = E[(n-1)^2].$$

D'après (9), (10) et (11) :

$$(12) \quad E[g] = E[f]$$

$$(13) \quad E[g^2] = E[f^2] (\text{VAR}[n] + 1).$$

D'où :

$$(14) \quad \text{VAR}[f] = \frac{\text{VAR}[g] + E^2[g]}{\text{VAR}[n] + 1} - E^2[g].$$

On décrit maintenant quelques méthodes qui ont été proposées pour filtrer le bruit multiplicatif.

1. Rappels de quelques algorithmes

Pour les algorithmes de Kuan et Lee qui vont suivre, le bruit $n(\dots)$ est supposé blanc de moyenne égale à l'unité avec une densité de probabilité quelconque.

1.1. Algorithme de Kuan [4] :

Le bruit multiplicatif $n(\dots)$ est transformé en bruit additif $b(\dots)$ non corrélé au signal $f(\dots)$ mais dépendant de $f(\dots)$.

Soit $b(\dots)$ tel que :

$$(15) \quad g = f + b.$$

D'après l'équation (9) :

$$(16) \quad b = f(n-1).$$

Alors :

$$E[b] = E[f(n-1)]$$

f et n étant indépendants :

$$E[b] = E[f] E[n-1] = 0$$

$b(\dots)$ est donc centré.

Alors :

$$\begin{aligned} \text{VAR}[b] &= E[b^2] \\ &= E[f^2] E[(n-1)^2]. \end{aligned}$$

Enfin, d'après (13) :

$$(17) \quad \text{VAR}[b] = \frac{\text{VAR}[g] + E^2[g]}{\text{VAR}[n] + 1} \text{VAR}[n]$$

l'équation (16) montre que b dépend de f , cependant ces deux processus ne sont pas corrélés :

$$E[fb] = E[f^2(n-1)]$$

$$E[fb] = E[f^2] E[n-1] = 0.$$

L'estimateur de f au point (i, j) , qui minimise l'erreur quadratique moyenne est, d'après (7), (8) et (17) :

$$(18) \quad \hat{f} = E[g] + K(g - E[g])$$

$$(19) \quad K = 1 - \frac{\text{VAR}[n] (\text{VAR}[g] + E^2[g])}{\text{VAR}[g] (\text{VAR}[n] + 1)}.$$

Kuan utilise la statistique locale pour mettre en œuvre l'algorithme représenté par les équations (18) et (19), ceci en estimant l'espérance mathématique et la variance du niveau de gris d'un point (i, j) sur une fenêtre carrée $L \times L$ ($L = 3, 5, 7$) centrée sur (i, j) de la façon suivante :

$$(20) \quad \bar{g} = \frac{\sum_{m, \ell} g(m, \ell)}{L^2}$$

$$(21) \quad \sigma^2[g] = \frac{\sum_{m, \ell} (g(m, \ell) - \bar{g})^2}{L^2}.$$

Où :

$$\begin{aligned} m &= i - (L-1)/2 & \text{à} & \quad i + (L-1)/2 \\ \ell &= j - (L-1)/2 & \text{à} & \quad j + (L-1)/2. \end{aligned}$$

Notons que cet estimateur de la variance est biaisé ; il a été choisi pour la simple raison que l'erreur quadratique d'estimation correspondante est nettement plus faible que celle de l'estimateur non biaisé [23].

(18) et (19) deviennent :

$$(22) \quad \hat{f} = \bar{g} + \hat{K}(g - \bar{g})$$

$$(23) \quad \hat{K} = 1 - \frac{\text{VAR}[n] (\sigma^2[g] + \bar{g}^2)}{\sigma^2[g] (\text{VAR}[n] + 1)}.$$

Ainsi l'algorithme de Kuan utilise l'image observée seule pour estimer l'image originale, avec, néanmoins une connaissance a priori de $\text{VAR}[n]$ et $E[n] = 1$.

1.2. ALGORITHME DE LEE [3] :

Cet algorithme est basé sur la linéarisation de la relation (9) :

On cherche une observation g' telle que :

$$(24) \quad E[g'] = E[g]$$

$$(25) \quad g' = Af + Bn + C$$

où A , B et C sont des constantes telles que $E[(g' - g)^2]$ soit minimale.

Il en résulte :

$$(26) \quad g' = f + E[f] \cdot n - E[f]$$

et :

$$(27) \quad \hat{f} = E[g] + K(g - E[g])$$

avec :

$$(28) \quad K = 1 - \frac{\text{VAR}[n] E^2[g]}{\text{VAR}[n] E^2[g] + Q}$$

$$(29) \quad Q = \frac{\text{VAR}[g] + E^2[g]}{\text{VAR}[n] + 1} - E^2[g].$$

Remarque : lorsque $E[f] = 0$ (26) devient $g' = f$ et (27) donne une estimation $\hat{f} = g$ ($K = 1$ et Q quelconque) ; dans le cas extrême $\text{VAR}[g] = E[f] = 0$ (dans ce cas K est indéterminé) on prend $\hat{f} = 0$.

Lee utilise la statistique locale mentionnée dans l'algorithme de Kuan ; il estime les deux premiers paramètres statistiques selon (20) et (21) ; l'algorithme final devient :

$$\hat{f} = \bar{g} + \hat{K}(g - \bar{g})$$

avec :

$$(30) \quad \hat{K} = 1 - \frac{\text{VAR}[n] \bar{g}^2}{\text{VAR}[n] \bar{g}^2 + \hat{Q}}$$

$$(31) \quad \hat{Q} = \frac{\sigma^2[g] + \bar{g}^2}{\text{VAR}[n] + 1} - \bar{g}^2.$$

Comme l'algorithme de Kuan, celui de Lee utilise uniquement l'image observée pour estimer l'image originale sans hypothèse préalable sur la statistique de celle-ci.

Les performances de ces deux algorithmes sont presque identiques, selon les deux critères visuel et erreur quadratique moyenne (voir résultats expérimentaux).

Il faut signaler que l'approximation linéaire adoptée par Lee est valable uniquement pour des bruits de variance faible ; c'est le cas par exemple d'un bruit $n(\dots)$ uniforme sur $[1 - a, 1 + a]$, où a est faible par rapport à 1.

1.3. ALGORITHME DE YAN & CHEN [5] :

Le bruit $n(\dots)$ est blanc de densité de probabilité connue. Cet algorithme consiste à transformer l'équation (9), en prenant le logarithme népérien des deux membres de l'égalité, aboutissant à une équation en bruit additif :

$$(32) \quad \text{Log}[g] = \text{Log}[f] + \text{Log}[n].$$

La relation (32) suppose évidemment que f , n et g soient strictement positifs.

En transformant l'équation (32), on se ramène au problème posé par l'équation (1) (cf. § 2).

Pour mettre en œuvre leur algorithme Yan & Chen supposent que la densité de probabilité locale de $f(\dots)$ sur le support fenêtre de taille $L \times L$ centrée sur (i, j) , est

gaussienne pour tout point (i, j) de l'image originale. Pour simplifier les calculs ils ont approximé $p(f)$ par une fonction triangulaire, dont le support est centré sur $E[f]$ et dont les bornes C et D sont tels que :

$$(33) \quad C = E[f] - \sqrt{2\pi} \text{ECT}[f]$$

$$(34) \quad D = E[f] + \sqrt{2\pi} \text{ECT}[f].$$

On a constaté que l'algorithme de Yan & Chen requiert plus de calcul et plus d'informations a priori que les précédents.

L'algorithme intègre pour chaque pixel de l'image observée les quatre fonctions $\text{Log}[x]$, $\text{Log}^2[x]$, $x \text{Log}[x]$ et $x \text{Log}^2[x]$.

L'estimateur de Yan & Chen est le suivant :

$$\text{Log}[f] = E[\text{Log}[f]] + K(\text{Log}[g] - E[\text{Log}[g]])$$

$$E[\text{Log}[f]] = E[\text{Log}[g]] - E[\text{Log}[n]]$$

$$K = 1 - \frac{Q_n}{Q_g}$$

$$\hat{f} = \text{Exp}[\widehat{\text{Log}[f]}]$$

Q_g est la variance locale du logarithme de l'image dégradée $g(\dots)$ et Q_n celle du logarithme du bruit $n(\dots)$.

Cet algorithme est efficace lorsque l'hypothèse gaussienne pour la distribution locale de l'image est vérifiée, par ailleurs au niveau de l'erreur quadratique moyenne il introduit une dégradation supplémentaire, observable sur des images riches en détails (voir résultats pour l'image Grenoble).

2. Principe de l'algorithme proposé

Le bruit $n(\dots)$ est blanc indépendant de $f(\dots)$, de moyenne égale à l'unité et de densité de probabilité connue ; $n(\dots)$ prend des valeurs strictement positives.

Le filtre que nous proposons est basé sur une approche homomorphique spatiale ; il utilise la statistique locale.

L'examen visuel des images soumises au traitement montre qu'elles sont approximativement localement homogènes, exception faite aux transitions du niveau de gris dues aux contours abruptes de l'image.

Pour traduire une méconnaissance de la distribution locale de l'image originale on utilisera celle qui maximise la fonction entropie, c'est-à-dire une distribution uniforme.

Les caractéristiques locales sont évaluées à partir de l'image observée et du modèle de la loi supposée **localement** uniforme de l'image originale, et non pas à partir du logarithme de l'observation.

En optant pour la stationnarité locale de ces images, l'hypothèse que nous avons prise pour la densité de probabilité locale paraît cohérente.

On se propose donc de filtrer le bruit multiplicatif $n(\dots)$ de l'équation (9).

Posons :

$$z' = \text{Log } [z]$$

(32) devient :

$$(35) \quad g' = f' + n'.$$

L'espérance mathématique et la variance du bruit additif $n'(\dots)$ s'écrivent :

$$(36) \quad E[n'] = \int_A^B \text{Log } [n] p(n) dn$$

$$(37) \quad \text{VAR } [n'] = \int_A^B \text{Log}^2 [n] p(n) dn - E^2[n']$$

A et B désignent les bornes du support de la densité de probabilité $p(\cdot)$ du bruit $n(\dots)$.

En pratique on a simulé un bruit de densité uniforme sur $[A, B]$; dans ce cas :

$$p(n) = \frac{1}{B - A}.$$

En posant :

$$g'' = g' - E[n']$$

on construit une nouvelle observation :

$$(38) \quad g'' = f' + b$$

avec :

$$(38)' \quad b = n' - E[n']$$

$b(\dots)$ est donc centré.

On a aussi :

$$(39) \quad \text{VAR } [b] = \text{VAR } [n']$$

$f(\dots)$ et $n(\dots)$ étant indépendants, le processus $b(\dots)$ dépendant uniquement de $n(\dots)$ d'après (38) et d'après la définition de $n'(\dots)$, alors $b(\dots)$ et $f(\dots)$ sont indépendants. Ainsi le problème posé par (38) est similaire à celui posé par l'équation (1).

De plus :

$$(40) \quad E[g''] = E[f'].$$

D'après (38) et (39) :

$$(41) \quad \text{VAR } [g''] = \text{VAR } [f'] + \text{VAR } [n'].$$

En vertu de (7), (8) et de (39) l'estimateur de f' , qui minimise l'erreur quadratique moyenne est le suivant :

$$(42) \quad \begin{aligned} \hat{f}' &= E[g''] + K(g'' - E[g'']) \\ \hat{f}' &= E[f'] + K(g' - E[n'] + E[f']) \end{aligned}$$

avec :

$$K = 1 - \frac{\text{VAR } [n']}{\text{VAR } [n'] + \text{VAR } [f']}.$$

On a :

$$(43) \quad E[f'] = \int_C^D \text{Log } [f] p(f) df$$

$$(44) \quad \text{VAR } [f'] = \int_C^D \text{Log}^2 [f] p(f) df - E^2[f'].$$

C et D désignant les bornes du support de la densité de probabilité $p(\cdot)$ de la variable aléatoire f :

$$(45) \quad C = E[f] - \sqrt{3} \text{ECT}[f]$$

$$(46) \quad D = E[f] + \sqrt{3} \text{ECT}[f].$$

La constante $\sqrt{3}$ est due au fait que f est supposée uniformément répartie selon $p(\cdot)$ sur l'intervalle $[C, D]$ (cf. fig. 1).

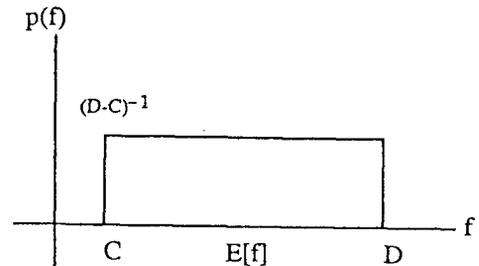


Fig. 1.

C et D s'expriment en fonction de $E[f]$ et $\text{VAR}[f]$ qui sont estimés à partir de l'image observée ; (12) et (14) donnent :

$$E[f] = E[g]$$

$$\text{VAR } [f] = \frac{\text{VAR } [g] + E^2[g]}{\text{VAR } [n] + 1} - E^2[g].$$

Les grandeurs $E[g]$ et $\text{VAR}[g]$ sont estimées de la même façon que pour les algorithmes précédents, à l'aide d'une fenêtre de taille $L \times L$ centrée sur le point à traiter :

$$(47) \quad \bar{f} = \bar{g}$$

$$(48) \quad \sigma^2[f] = \frac{\sigma^2[g] + \bar{g}^2}{\text{VAR } [n] + 1} - \bar{g}^2.$$

Le détail des calculs relatifs à (43) et (44) est exposé dans [5].

Finalement on déduit une estimation de f à partir de celle de f' :

$$(49) \quad \hat{f} = \text{Exp}[\hat{f}'].$$

Les étapes de calcul de notre algorithme sont identiques à celle de l'algorithme de Yan & Chen, à l'exception des deux points suivants :

- les équations (33) et (34) deviennent (45) et (46) ; dans le cas où $C < 0$, on prend $C = 0$ et $D = 2 E[f]$;
- le calcul de (43) et (44) se trouve allégé, puisque on intègre uniquement les deux fonctions $\text{Log}[x]$ et $\text{Log}^2[x]$.

L'organigramme complet de l'algorithme proposé est exposé sur la figure 2.

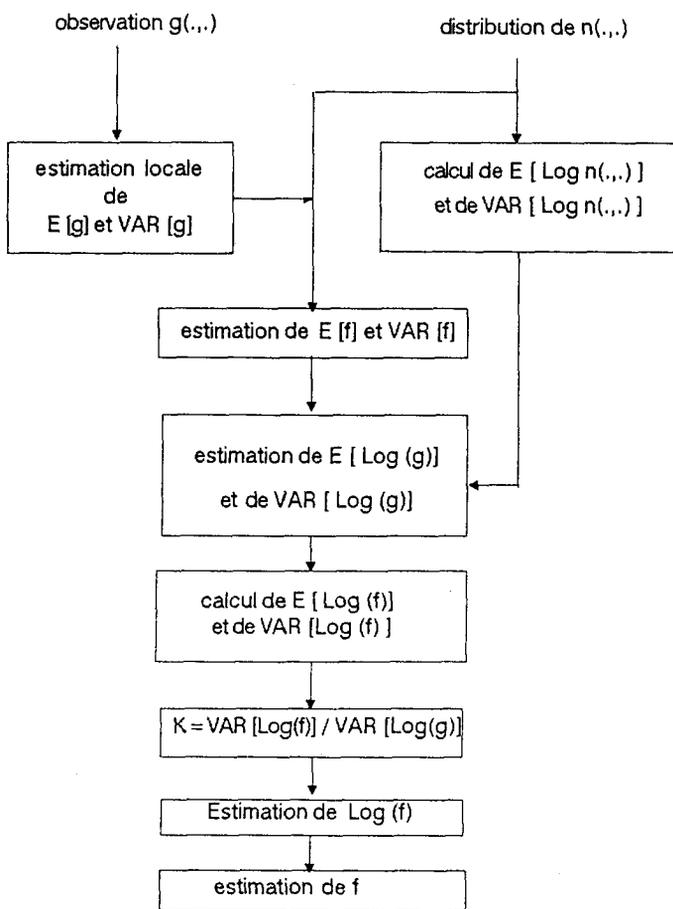


Fig. 2. — Organigramme de l'algorithme.

Le temps d'exécution de notre algorithme est réduit d'un facteur de l'ordre de 2,5 par rapport à celui de Yan & Chen et se rapproche du filtre optimal selon l'erreur quadratique moyenne (voir résultats expérimentaux).

Le fait de choisir la distribution locale de l'image originale selon un critère basé sur l'entropie maximale, augmente la robustesse de l'algorithme de filtrage, dans la mesure où ce dernier est censé opérer sur des images ayant des distributions locales quelconques a priori.

3. Résultats expérimentaux

Un compromis étant à réaliser entre le débruitage et la préservation des contours, on a appliqué notre filtre à plusieurs types d'images en prenant une fenêtre 5×5 pour des bruits faibles (bruit uniforme sur $[0.7, 1]$) et une fenêtre 7×7 pour des bruits importants (bruit uniforme sur $[0.2, 1]$) ; ces valeurs sont celles choisies par Yan & Chen.

Pour évaluer les performances du filtre par rapport aux autres filtres exposés dans le paragraphe 1 on a évalué les erreurs moyennes estimées, du premier et second ordre (l'erreur quadratique moyenne) de l'image filtrée par rapport à l'image originale, de la façon suivante :

$$(50) \quad E1 = \frac{\sum_{i,j} |\hat{f}(i,j) - f(i,j)|}{N^2}$$

$$(51) \quad E2 = \frac{\sum_{i,j} [\hat{f}(i,j) - f(i,j)]^2}{N^2}$$

($N = 256$, nombre de pixels par ligne et par colonne d'une image).

Le fait de choisir comme indicateurs de performance les quantités données par (50) et (51), au lieu du rapport signal à bruit en dB, permet d'apprécier l'écart moyen, sur toute l'image, entre le niveau de gris d'un pixel (i, j) de l'image estimée et le niveau de gris du pixel (i, j) de l'image originale.

Plus E1 et E2 sont faibles plus l'estimation se rapproche de l'originale, de façon linéaire suivant E1 et quadratique suivant E2.

Les différents filtres ont été testés sur une image aérienne de la ville de Grenoble riche en détails, ainsi que sur l'image de la femme avec chapeau : images fournies par le GDR TDSI.

Les tableaux 1, 2, 3 et 4 donnent les résultats obtenus pour E1 et E2.

TABLEAU I

Image « femme » dégradée par un bruit multiplicatif uniforme sur $[0,2, 1]$
Taille de la fenêtre locale de traitement 7×7

Filtre	E1	E2
Observation	50,611	66,185
Filtre_S	11,307	17,349
Filtre_Y	12,059	18,837
Filtre_L	10,984	16,521
Filtre_K	10,938	16,438

TABLEAU 2

Image « femme » dégradée par un bruit multiplicatif uniforme sur $[0,7, 1]$
Taille de la fenêtre locale de traitement 5×5

Filtre	E1	E2
Observation	18,979	24,819
Filtre_S	5,420	8,132
Filtre_Y	5,790	9,214
Filtre_L	5,281	7,607
Filtre_K	5,278	7,606

TABLEAU 3

Image « Grenoble » dégradée par un bruit multiplicatif uniforme sur $[0,2, 1]$
Taille de la fenêtre locale de traitement 7×7

Filtre	E1	E2
Observation	47,575	62,453
Filtre_S	28,143	37,757
Filtre_Y	33,593	44,241
Filtre_L	25,904	34,416
Filtre_K	25,872	34,347

TABLEAU 4

Image « Grenoble » dégradée par un bruit multiplicatif uniforme sur $[0,7, 1]$
Taille de la fenêtre locale de traitement 5×5

Filtre	E1	E2
Observation	17,840	23,420
Filtre_S	9,593	13,083
Filtre_Y	21,037	32,431
Filtre_L	9,455	12,515
Filtre_K	9,475	12,537

La première ligne désigne la dégradation due au bruit, la deuxième, la troisième, la quatrième et la cinquième représentent respectivement les erreurs E1 et E2 mesurant la qualité du filtre que nous avons développé (FILTRE_S), celles du filtre proposé par Yan & Chen (FILTRE_Y), celles du filtre de Lee (FILTRE_L), et finalement celles du filtre de Kuan (FILTRE_K).

Notre **contribution** s'inscrit dans le cadre des **algorithmes homomorphiques**; comparée à celle de Yan & Chen, elle fournit des résultats meilleurs au niveau de l'erreur quadratique moyenne et restitue plus fidèlement les images originales; les performances de l'algorithme proposé sont *comparables* à celles de Lee et Kuan, qui d'ailleurs ont presque les mêmes performances.

Théoriquement les algorithmes de Lee et de Kuan utilisent des techniques *approximatives* afin d'aboutir à un problème linéaire, ce qui n'est pas le cas de notre algorithme qui utilise une démarche exacte pour linéariser ce même problème.

Temps de calcul :

Comme on l'a signalé auparavant, notre choix du modèle de la densité de probabilité locale de l'image originale permet de diviser le temps de calcul que requiert l'algorithme de Yan & Chen par 2,5 approximativement, ce qui n'est pas à négliger, surtout lorsque les images à traiter ont une taille 512×512 pixels ou plus.

Examen des images :

Les images originales et traitées sont présentées sur les figures 3, 4 et 5.

L'analyse des images fournies par les différents filtres met en relief la préservation de plusieurs détails par notre algorithme : l'œil droit de la femme (fig. 3 d) est restitué sans flou, contrairement au flou introduit sur la figure 3 c), résultat de l'algorithme de Yan et Chen. L'amélioration apportée est nette surtout dans le cas de l'image aérienne (riche en détails) où le filtre de Yan & Chen donne une image floue.

Les figures 6, 7 et 8 montrent les histogrammes des sorties du filtre de Yan & Chen et de notre filtre. On constate que l'histogramme de l'image « Grenoble » filtrée par l'algorithme de Yan & Chen est mal reconstruit, contrairement à celui obtenu avec notre algorithme.

Signalons enfin que la forme presque gaussienne de l'histogramme de l'image « femme » n'a aucun lien avec la nature de la densité de probabilité locale en un point de cette image.

4. Conclusion

Le filtre proposé dans cet article entre dans le cadre des algorithmes de traitements homomorphiques dans le domaine spatial qui tiennent compte des propriétés statistiques locales des données, notion directement liée à la nature non stationnaire de la plupart des images issues de scènes naturelles.

Notre algorithme donne des résultats meilleurs que ceux fournis par celui de Yan et Chen avec un temps de calcul nettement réduit, ceci pour des types d'images différents ainsi que pour des bruits importants. Par ailleurs les résultats obtenus par l'algorithme proposé sont comparables à ceux de Lee et de Kuan.



a)



b)



c)



d)

Fig. 3 :

- a) Image originale 256×256 « femme ».
- b) Image dégradée par un bruit multiplicatif uniforme sur $[0,7, 1]$.
- c) Image filtrée par l'algorithme de Yan & Chen.
- d) Image filtrée par l'algorithme amélioré.



a)



b)



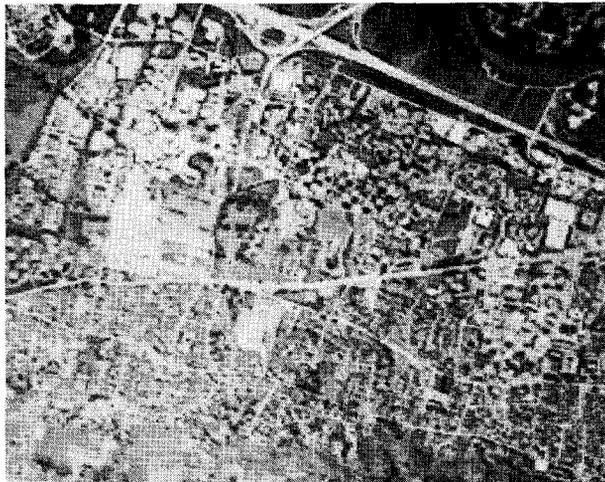
c)



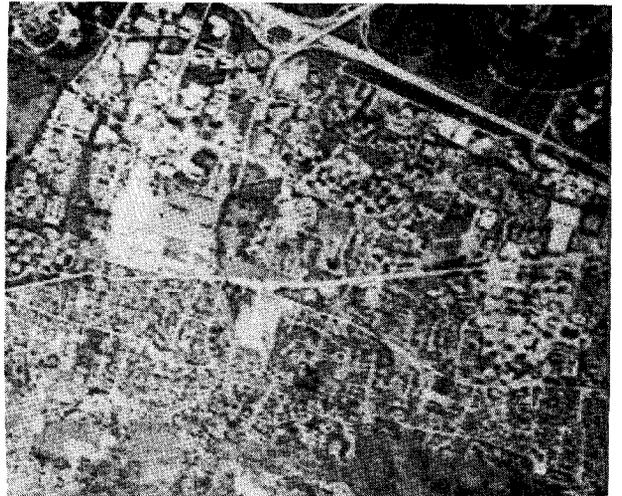
d)

Fig. 4 :

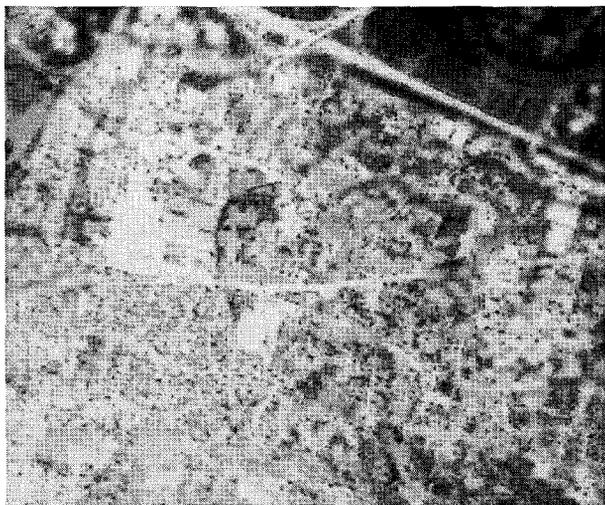
- a) Image originale 256×256 « femme ».
- b) Image dégradée par un bruit multiplicatif uniforme sur $[0,2, 1]$.
- c) Image filtrée par l'algorithme de Yan & Chen.
- d) Image filtrée par l'algorithme amélioré.



a)



b)



c)



d)

Fig. 5:

- a) Image originale 256×256 « Grenoble ».
- b) Image dégradée par un bruit multiplicatif uniforme sur $[0,7, 1]$.
- c) Image filtrée par l'algorithme de Yan & Chen.
- d) Image filtrée par l'algorithme amélioré.

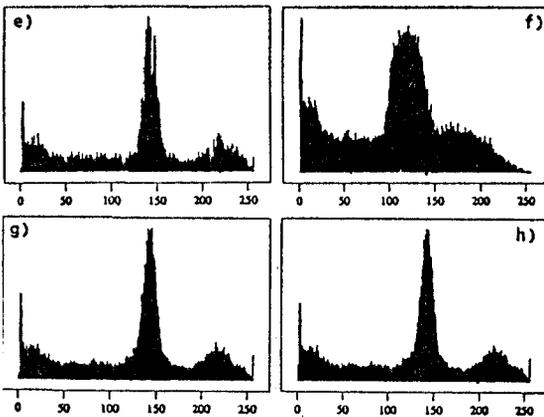


Fig. 6. — Histogrammes :

- e) Original « femme ».
- f) Bruité par un bruit uniforme sur [0,7, 1].
- g) Restauré par FILTER_Y.
- h) Restauré par FILTER_S.

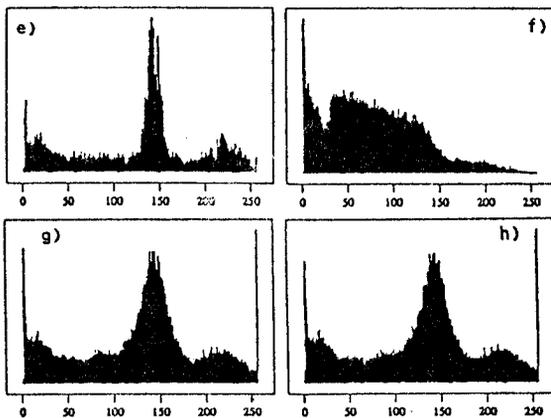


Fig. 7. — Histogrammes :

- e) Original « femme ».
- f) Bruité par un bruit uniforme sur [0,2, 1].
- g) Restauré par FILTER_Y.
- h) Restauré par FILTER_S.

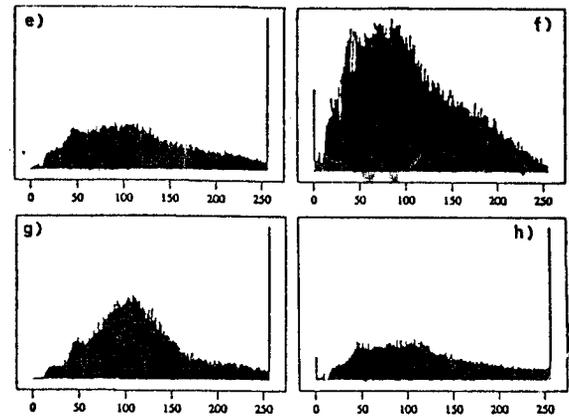


Fig. 8. — Histogrammes :

- e) Original « Grenoble ».
- f) Bruité par un bruit uniforme sur [0,7, 1].
- g) Restauré par FILTER_Y.
- h) Restauré par FILTER_S.

Une implémentation utilisant une architecture parallèle est envisageable pour un filtrage en temps réel, dans la mesure où les traitements des pixels sont indépendants.

Manuscrit reçu le 24 octobre 1989.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. C. ANDREWS & B. R. HUNT : « Digital image restoration », Englewood Cliff, N.J. : Prentice hall, p. 22, 1977.
- [2] J. S. LEE : « Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture of radar images », Computer graphics and image processing, Vol. 17, 1981, pp. 24-32.
- [3] J. S. LEE : « Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics », IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. PAMI-2, No. 2, March 1980, pp. 165-168.
- [4] D. T. KUAN : « Adaptive noise smoothing filter for images with signal dependent noise », IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. PAMI-2, No. 2, March 1985, pp. 165-177.
- [5] P. F. YAN & C. H. CHEN : « An algorithm for filtering multiplicative noise in wide range », Revue Traitement du Signal, Vol. 3, No. 2, 1986, pp. 91-96.
- [6] H. KATO & J. W. GOODMAN : « Nonlinear filtering of coherent optical system through half-tone screen processes », Applied optic 14, No. 8, 1975, pp. 1813-1824.
- [7] J. W. GOODMAN : « Some fundamental properties of speckle », Journal of Optic Society of America, Vol. 66, No. 11, pp. 1145-1150, November 1976.
- [8] E. N. LEITH : « Quasi-holographic techniques in the microwave region », Proceeding in IEEE, Vol. 59, pp. 1305-1318, 1971.
- [9] J. DUVERNOY : « Modélisation physique de la formation de l'image », CNRS-TIPI, deuxième atelier scientifique, 19-22 avril 1988, pp. XII-1, XII-22.
- [10] A. ROSENFELD & A. C. KAK : « Digital picture processing », New York, Werner Rheinboldt, p. 196, 1976.
- [11] R. ARCE : « Theoretical analysis of the Max/Median filter », IEEE Transactions on acoustics, speech and signal processing, Vol. ASSP-35, No. 1, January 1987.
- [12] G. H.-S IP & D. J. POTTER D. S. LEBEDEV : « Impulse noise cleaning by iterative threshold median filtering », Pattern recognition letters 2, pp. 89-93, 1983, North-Holland.
- [13] A. M. DJAFFARI & G. DEMOMENT : « Utilisation de l'entropie dans les problèmes de restauration et de reconstruction d'images », Revue Traitement du Signal, Vol. 5, No. 4, pp. 235-247, 1988.
- [14] Neal C. GALLAGHER & L. WISE : « A Theoretical Analysis of the properties of Median Filters », IEEE Transactions in acoustics speech & signal processing, Vol. ASSP-29, No. 6, December 1981.
- [15] T. S. HUANG & J. YANG & Y. TANG : « A Fast Two-Dimensional Median Filtering Algorithm », IEEE Transactions on acoustics, speech & signal processing, Vol. ASSP-27, No. 1, February 1979.

C *orrespondances*

Amélioration d'un algorithme de filtrage du bruit multiplicatif

- [16] C. H. CHEN : « A Comparison of statistical image processing techniques », Proceedings of the international conference on cybernetics and society, pp. 557-560, October 1980.
- [17] V. S. FROST & J. A. STITLES & K. S. SHANMUNGAN : « An adaptive filter for smoothing noisy radar image », Proc. of the IEEE, 69, January 1981, pp. 133-135.
- [18] G. K. FROELICH & J. F. WALKUP : « Optimal estimation in signal dependent noise », Journal of optic society of America, 68, No. 12, December 78, pp. 1335-1671.
- [19] J. F. ABRAMATIC & L. M. SILVERMAN : « Nonlinear restoration of noisy images », IEEE Transactions on pattern Analysis & machine intelligence. PAMI4, No. 2, March 82, pp. 141-153.
- [20] P. F. YAN & P. F. LI : « Improved method for filtering of multiplicative noise », Technical report SMU-EE-TR-81-10, Southeastern Mass. Univ., April 1981.
- [21] C. H. CHEN : « Efficient algorithms for digital processing of remotely sensed imagery », Signal processing in ocean environment, E. J. Wegman Ed., M. Dekker, 1984.
- [22] J. S. LEE : « Refined filtering of image noise using local statistics », Computer graphics and image processing, Vol. 15, pp. 380-389, 1981.
- [23] A. V. OPPENHEIM & R. W. SCHAFER : « Digital Signal Processing », Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, p. 540, 1976.