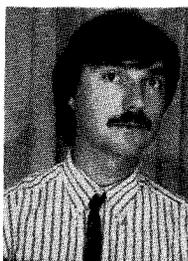


Détection des harmoniques
dans un spectre de vibrations
par des méthodes de traitement d'images

Harmonics detection in a vibration spectrum

by image processing methods



Bernard REDORTIER

Institut Textile de France, Lyon, avenue Guy-de-Collongue, BP n° 60, 69132 ECULLY.

Ingénieur École Catholique des Arts et Métiers de Lyon (ECAM) en 1982 et DEA d'Informatique option « Image, Intelligence artificielle et Algorithmique » de l'Université Jean-Monnet de Saint-Étienne en 1987. Après s'être intéressé au domaine des vibrations (mesure et traitement), prépare actuellement une thèse de Doctorat « Analyse des images de surface textile » dans le cadre de la collaboration entre ITF-Lyon et le Laboratoire TSI, URA CNRS n° 842, Université Jean-Monnet.



Bernard LAGET

Laboratoire Traitement du Signal et Instrumentation (TSI), URA CNRS n° 842, Université Jean-Monnet, 23, rue Dr-Michelon, 42023 SAINT-ÉTIENNE CEDEX 2.

Docteur ès Sciences Mathématiques, Professeur à l'Université Jean-Monnet. S'intéresse aux applications industrielles des mathématiques.

RÉSUMÉ

Dans cet article nous abordons un problème posé par l'analyse des signaux temporels à l'aide d'une méthode dérivée du traitement des images. Nous l'avons développée pour l'analyse des spectres de vibrations engendrées par des machines tournantes.

Nous proposons ici une méthode qui extrait les familles d'harmoniques d'un autospectre sans aucune connaissance *a priori* sur celui-ci. Elle permet également de reconnaître des fréquences sur lesquelles il y a manque de résolution.

MOTS CLÉS

Harmoniques, analyse spectrale, machines tournantes, morphologie mathématique, traitement d'image.

SUMMARY

This paper presents a problem of signal analysis which is treated by methods issued from image processing, mainly mathematical morphology. It concerns spectrum analysis of rotating machines vibrations.

We propose a method for extracting harmonics families from an autospectrum, without any previous knowledge about it. It allows as well to detect local lack of resolution in the spectrum.

KEY WORDS

Harmonics, spectrum analysis, vibrations, mathematical morphology, image processing.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique de l'École Catholique des Arts et Métiers de Lyon.

1. Introduction

L'analyse vibratoire des machines tournantes cherche à identifier l'origine des vibrations engendrées par un mécanisme (groupe alternatif, boîte à vitesse, roulement, ...) soit dans l'optique d'une réduction des vibrations, soit parce que celles-ci sont la traduction d'une dégradation et annonciatrices d'une future panne.

Les phénomènes sources étant souvent périodiques la décomposition du signal en fréquence par transformée de Fourier est l'outil privilégié, d'autant plus utilisé que de nombreux systèmes calculent cette transformation en « temps réel ».

L'interprétation du spectre ainsi obtenu fait appel à un gros travail d'analyse, dont une partie importante consiste à classer les raies en familles (harmoniques, raies de modulation, ...). Cette opération est d'autant plus délicate que le spectre est riche, ce qui est généralement le cas des machines tournantes; c'est dans ce cadre que nous proposons une méthode pour extraire les familles d'harmoniques.

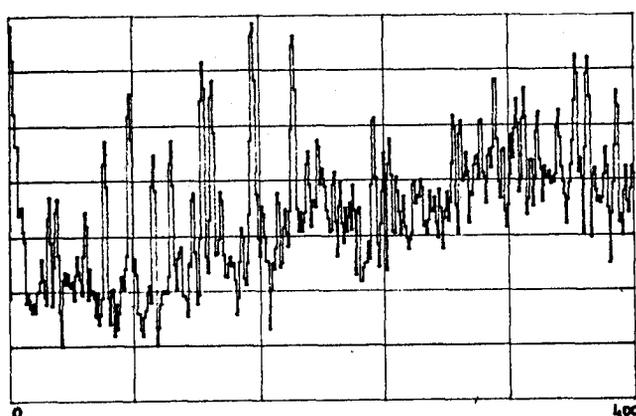


Fig. A.1. — Spectre de départ f .

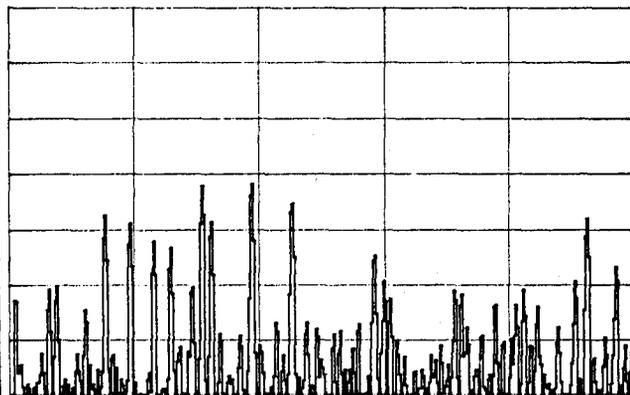


Fig. A.2. — Spectre des raies cinématiques f_1 .

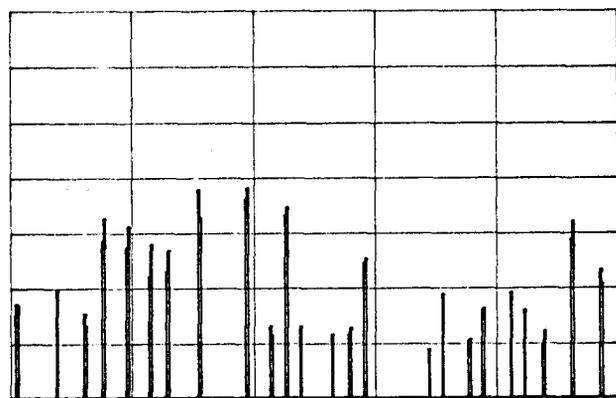


Fig. A.3. — Spectre des raies prépondérantes f_2 .

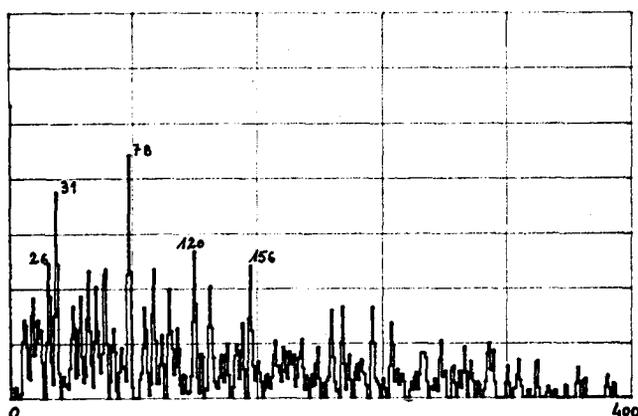


Fig. A.4. — « Auto-corrélation » de f_2 .

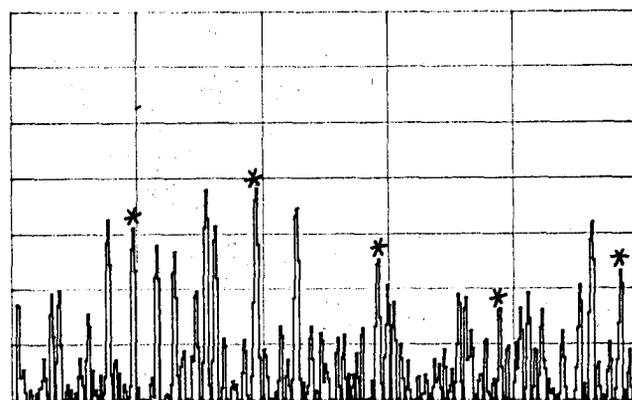


Fig. A.5. — Famille d'harmoniques f_3 correspondant à la fréquence 78.

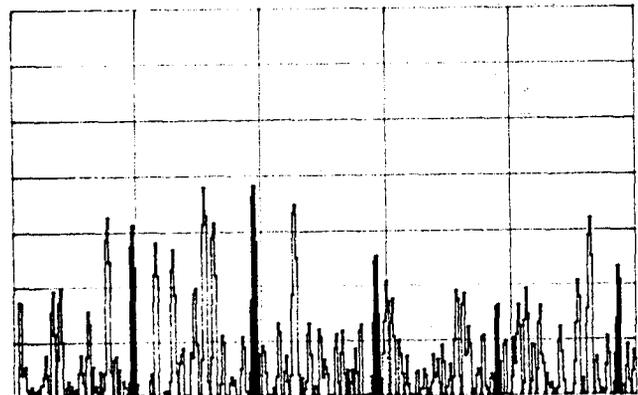


Fig. A.6. — Extension fréquentielle f_4 de la famille f_3 .

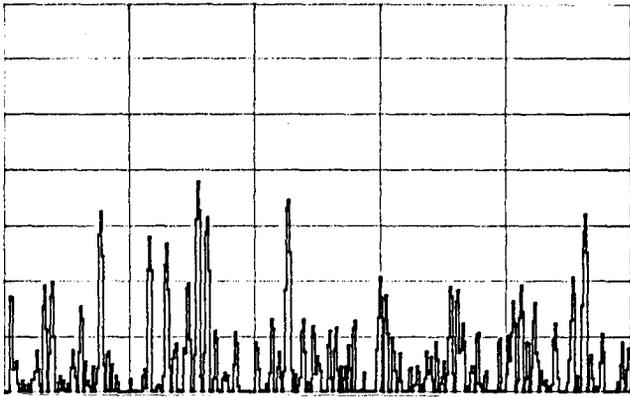


Fig. A. 7. — Spectre f_5 des raies cinématiques moins la famille f_4 .

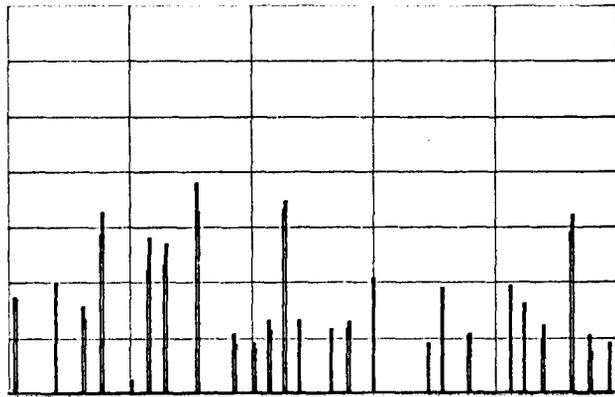


Fig. A. 8. — Spectre des raies prépondérantes f_6 .

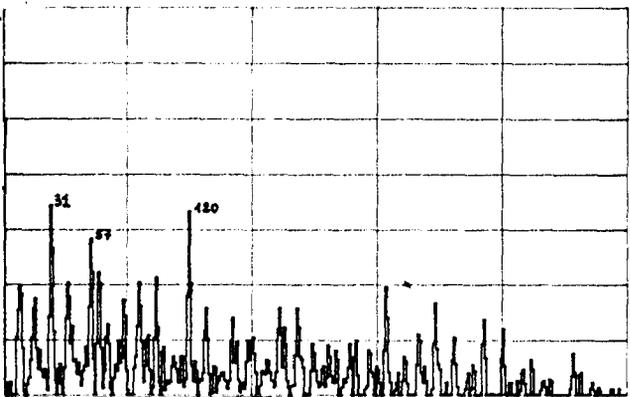


Fig. A. 9. — « Auto-corrélation » de f_6 .

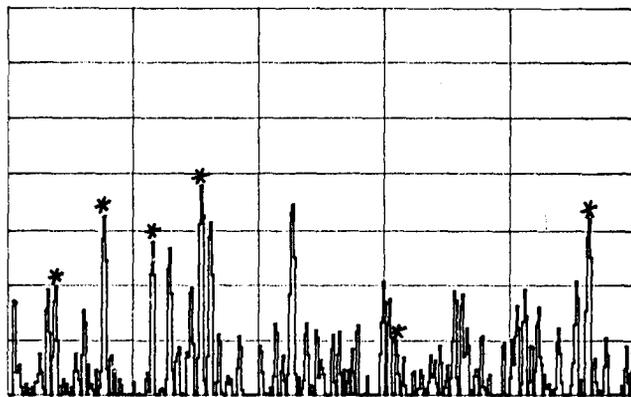


Fig. A. 10. — Famille d'harmoniques f_7 correspondant à la fréquence 31.

Planche A
Traitement complet d'un spectre.

Elle se décompose en trois phases :

- la *segmentation* qui extrait les raies du spectre, puis sélectionne les raies prépondérantes (au sens qui sera défini par la suite);
- la *détection* d'une famille d'harmoniques, cette phase aboutissant à l'arrêt du traitement si aucune famille n'est détectée;
- la *soustraction* de cette famille du spectre avec *itération* du processus.

L'originalité de la méthode réside dans la mise en œuvre de techniques dérivées du traitement d'images, pour un problème relevant *a priori* du traitement du signal.

Un cas concret de traitement est illustré par la planche A. Il y sera souvent fait référence au cours de notre propos.

2. Segmentation d'un spectre de raies

La segmentation est fondée sur des concepts morphologiques [1] que nous rappelons brièvement. Étant donné un domaine (compact) X du plan et un nombre réel positif r , on lui associe son *érodé* de taille r :

$$E(X, r) = \{ a \in \mathbb{R}^2, B(a, r) \subset X \},$$

et son *dilaté* de taille r :

$$D(X, r) = \{ a \in \mathbb{R}^2, B(a, r) \cap X \neq \emptyset \},$$

où $B(a, r)$ désigne le disque de centre a et de rayon r . L'*érodé* de X de taille r correspond à l'ensemble des centres a des cercles de rayon r inscrits dans X . Le *dilaté* de X de taille r correspond à l'ensemble des centres a des cercles de rayon r qui coupent X (fig. 1). L'*ouverture* de X de taille r correspond à l'enchaînement d'une érosion et d'une dilatation de taille r :

$$O(X, r) = D(E(X, r), r).$$

Cette opération permet par différence avec X de récupérer les « parties sortantes » de l'objet.

La *fermeture* de X par une boule de rayon r correspond à l'enchaînement d'une dilatation et d'une érosion de taille r :

$$F(X, r) = E(D(X, r), r).$$

Cette opération permet par différence avec X de récupérer les « parties rentrantes » de l'objet.

Notons que le disque, appelé élément structurant, peut être remplacé par un élément de forme différente.

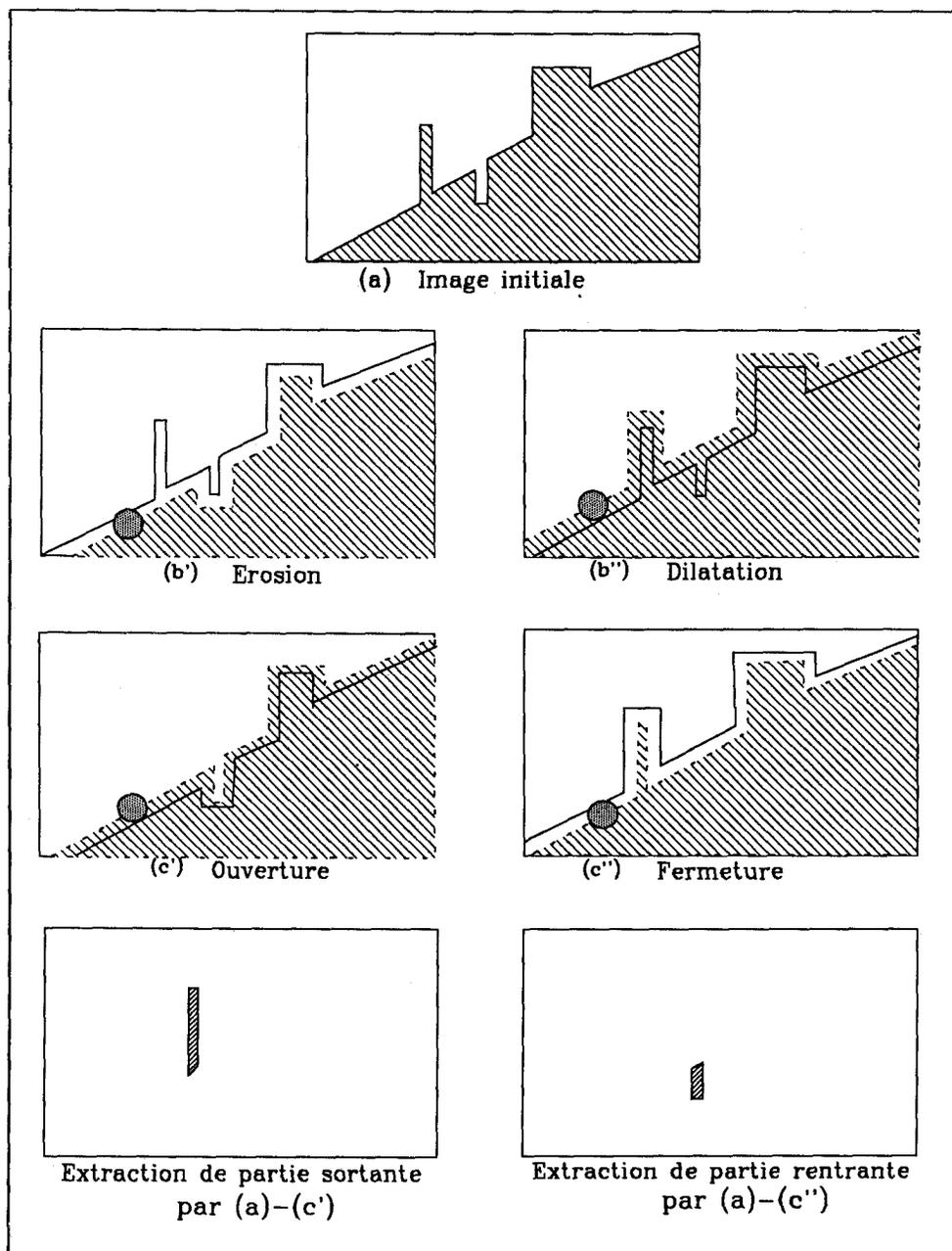


Fig. 1. — Transformations élémentaires de la morphologie.

En particulier dans le cadre d'une image digitalisée, il peut être approché par un hexagone, un carré ou une croix.

2. 1. SEGMENTATION DES RAIES

Dans le cas des spectres de vibration, en considérant le sous-graphe du spectre (ensemble des pixels entre le graphe des amplitudes et l'axe des fréquences) comme un objet, les raies apparaissent comme des perturbations émergentes.

Celles dont le support est de longueur inférieure à $2r$ peuvent être extraites par une ouverture avec un disque de rayon r . On sépare ainsi la forme de fond du spectre, proche de la fonction de transfert de la structure, et les raies que l'on récupère par différence avec le spectre de départ f (fig. 2). C'est le rayon r

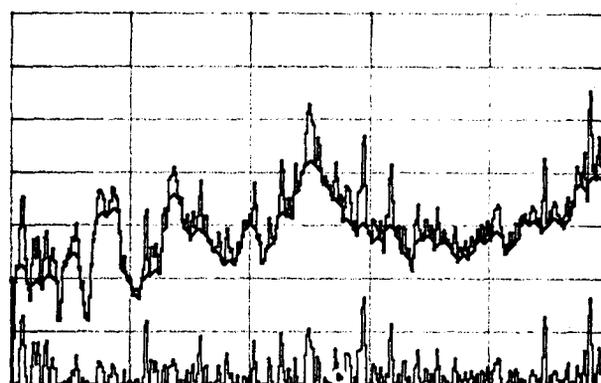


Fig. 2. — Le spectre, la forme de fond obtenue par ouverture et les raies cinématiques issues de la différence.

du disque qui permet de jouer sur l'épaisseur des raies extraites.

Remarquons que la troncation du signal lors de son analyse se traduit dans le domaine fréquentiel par une convolution entre les transformées de Fourier du signal et de la fenêtre de troncation. Dès lors une fréquence apparaît dans le spectre comme un ensemble de trois à cinq raies connexes qui correspondent à l'échantillonnage du lobe principal et des lobes secondaires de la fenêtre [2]. Ce phénomène d'extension fréquentielle des raies nous oblige à considérer des ouvertures de taille 3 pour extraire les raies.

Cette approche par la morphologie binaire permet de comprendre le procédé; mais pour des traitements rapides elle nécessite des machines spécialement dédiées aux opérations morphologiques, ce dont ne disposent pas la plupart des chaînes de mesure et traitement des vibrations.

Par contre, en s'appuyant sur la morphologie des fonctions, le spectre n'est plus traité comme une image mais comme une fonction à une variable, et l'implémentation est possible sur des matériels classiques.

L'écodé de taille r de la fonction f est une nouvelle fonction définie en chaque point a de \mathbb{R}^2 par :

$$E(f, r)(a) = \text{Inf}(f(b)/b \in B(a, r))$$

et le dilaté de façon duale par :

$$D(f, r)(a) = \text{Sup}(f(b)/b \in B(a, r)).$$

L'autospectre du signal étant une fonction de la fréquence discrète v , une érosion de taille 1 se programme simplement par :

$$E(v) = \text{Min}(f(v-1), f(v), f(v+1))$$

et une dilatation par :

$$D(v) = \text{Max}(f(v-1), f(v), f(v+1))$$

Remarquons que ceci peut s'interpréter comme de la morphologie binaire avec pour élément structurant un segment horizontal [5].

Les érosions et dilatations de taille supérieure s'obtiennent en itérant ces opérations.

On extrait alors de manière très rapide le spectre de raies f_1 (fig. A.2) par différence entre le spectre f et une ouverture de taille 3 sur f :

$$f_1 = f - O(f, 3)$$

Notons que le niveau d'une raie de f_1 correspond à son *émergence* dans le spectre f . Si l'on s'intéresse aux *niveaux absolus*, on considérera le spectre f'_1 des raies de f qui ont même support que f_1 :

$$f'_1 = f \cdot 1_{f_1}$$

où 1 est la fonction support.

Le traitement restant identique dans les deux cas, la présentation est faite ici avec f_1 , puisque c'est lui qui a un sens pour le cas particulier de notre application.

2.2. SEGMENTATION DES RAIES PRÉPONDÉRANTES

Dans le spectre f_1 apparaît un ensemble important de raies de bas niveau, duquel émergent des raies que nous qualifions de « prépondérantes ». Afin de faciliter la recherche ultérieure des structures périodiques de f_1 , nous allons en extraire le spectre f_2 des raies prépondérantes. L'hypothèse sous-jacente est bien sûr que les familles d'harmoniques ont un nombre suffisant de raies dans f_2 (mais pas nécessairement toutes). La difficulté de la segmentation vient de ce que le « bas niveau » est une notion subjective liée à la structure locale du spectre, et qui ne peut donc être fixée par un seuil absolu.

On pourrait essayer de la définir en utilisant les propriétés statistiques *locales* du spectre f_1 (moyenne et variance), s'appuyant ainsi sur les techniques présentées dans [3] et [4]. Nous proposons ici une méthode mettant en œuvre la morphologie.

L'idée de base est d'engendrer, à partir des raies de bas niveau, une forme de fond de laquelle émergent les raies principales; ces dernières sont alors facilement extraites par ouverture.

La mise en œuvre est illustrée par la figure 3 :

- le spectre f_1 est dilaté par des éléments structurants de taille n croissante, jusqu'à obtention d'une forme de fond, c'est-à-dire jusqu'à ce que le graphe $D(f_1, n)$ constitue une seule composante connexe;

- une érosion de même taille ramène les raies principales à leur épaisseur initiale, tandis qu'elle n'affecte pas la forme de fond : on obtient le spectre $E(D(f_1, n), n) = F(f_1, n)$;

- une ouverture de taille 1 donne alors par différence avec $F(f_1, n)$ le support des raies prépondérantes.

La figure A.3 montre le spectre f_2 des raies prépondérantes obtenu sur un cas concret; le résultat est bon dans l'ensemble. Il subsiste toutefois quelques raies qui n'ont pas été segmentées. Dans notre exemple, la détection des harmoniques n'en est pas altérée. Cela pouvant cependant se produire dans certains cas, nous proposons ci-après une amélioration du traitement qui résout ce problème.

Quoique séduisante par sa simplicité, cette méthode présente en effet l'inconvénient qu'à l'issue d'une dilatation de taille n , une raie principale englobe toutes les raies inférieures sur un voisinage de taille $2n$. On peut ainsi ne pas détecter des raies pourtant prépondérantes dans deux cas :

- il y a deux raies très proches et d'amplitudes comparables; seule la raie d'amplitude maximale est segmentée;

- il y a quelque part dans le spectre un grand espace entre deux raies successives; d'où une dilatation de taille importante qui entraîne l'élimination d'un grand nombre de raies.

Ce dernier cas ne doit pas se produire pour des spectres classiques de machine tournante, qui sont toujours riches. On peut toutefois s'en prémunir en fixant une taille maximale pour la dilatation.

Le premier cas se manifeste lorsque la raie détectée émerge faiblement de la forme de fond qui l'entoure. Remarquons que cette émergence est directement donnée par le spectre $O[F(f_1, n), 1] - F(f_1, n)$ (fig. 3f); en

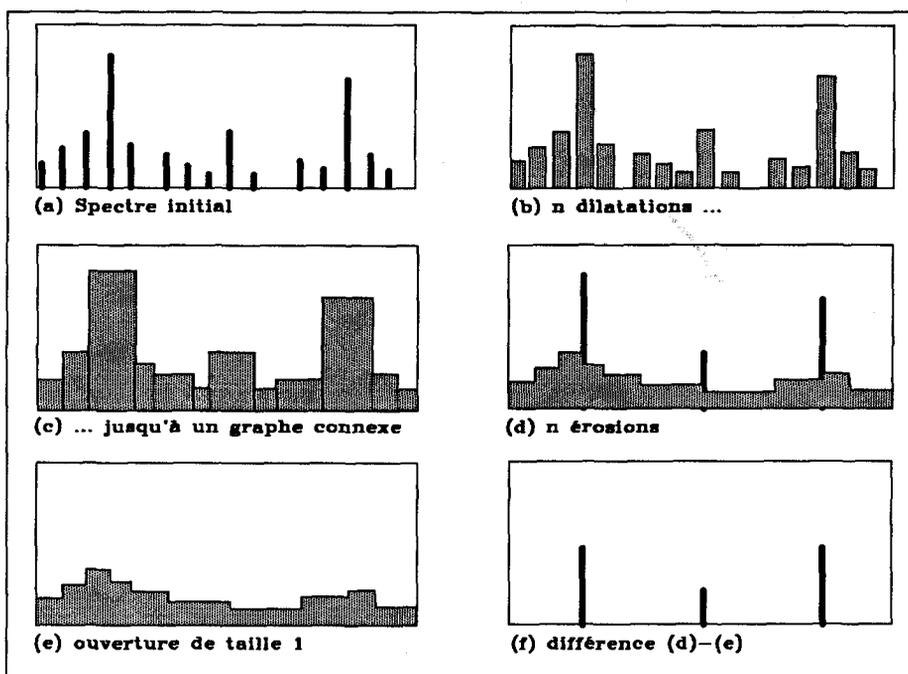


Fig. 3. — Principe du filtrage morphologique pour la sélection des raies principales.

la rapportant à l'amplitude de la raie (fig. 3 a), on peut associer à la fréquence ν de toute raie détectée son taux d'émergence $e_n(\nu)$:

$$e_n(\nu) = (O[F(f_1, n), 1] - F(f_1, n))(\nu) / f_1(\nu)$$

Une valeur importante de $e_n(\nu)$ indique qu'il n'y a pas d'autre raie prépondérante dans le voisinage $[\nu - 2n, \nu + 2n]$. En revanche, une faible valeur de $e_n(\nu)$ incite à rechercher sur ce voisinage une raie omise en première analyse; il suffit alors de segmenter la fonction f_1 au niveau $(1 - e_n(\nu)) \cdot f_1(\nu)$.

3. Détection d'une famille d'harmoniques

Détecter une famille d'harmoniques consiste à établir la liste $\{\nu_0, \nu_1, \dots, \nu_m\}$ des fréquences des raies qui constituent cette famille.

Le spectre étant discrétisé sur des valeurs entières, le calcul se fera en deux temps : détermination de la valeur entière du fondamental ν_0 ; puis recherche de la partie décimale et des harmoniques.

La méthode la plus naturelle consiste à considérer chaque raie de f_2 comme un fondamental possible; on engendre alors ses harmoniques et on mesure la superposition de ce peigne avec le spectre. Cette méthode présente l'inconvénient de supposer la présence du fondamental dans f_2 . Aussi proposons-nous une autre approche fondée sur la détection des périodicités et non sur celle du fondamental.

3.1. DÉTECTION DES PÉRIODICITÉS DU SPECTRE

Cette méthode s'inspire d'une part de la notion de mesure de covariance du sous-graphe du spectre f_2 dans la direction horizontale, et d'autre part de la notion d'autocorrélation de f_2 .

Le spectre f_2 est prolongé par zéro en dehors de l'intervalle de fréquences $[0, N]$, et on pose :

$$c(\nu) = \sum_{i \in [\nu, N]} f_2(i) \cdot f_2(i - \nu)$$

La fonction c n'est pas une autocorrélation au sens usuel, puisqu'alors la fonction f_2 serait prolongée par périodicité et non par zéro en dehors de $[0, N]$.

De même il ne s'agit pas d'une mesure de covariance du sous-graphe f_2 dans la direction horizontale, car dans ce cas il ne faudrait pas tenir compte des valeurs de la fonction mais seulement de son support.

En conséquence, une périodicité dominante dans f_2 , qui classiquement se retrouverait sous forme de périodicité dans la fonction d'autocorrélation, se traduit ici par la présence d'un maximum dans c (fig. A.4). Cela n'est pas étonnant si on interprète cette fonction du point de vue de la morphologie mathématique, c'est-à-dire comme une fonction de covariance pondérée.

Notons que la sensibilité de cette méthode à la présence d'harmoniques est d'autant plus forte que ceux-ci sont en grand nombre (relatif) dans f_2 , ou de grande amplitude.

Nous disposons ainsi de la valeur entière ν_0 de la périodicité dominante du spectre. Le fondamental de la famille de raies correspondante peut donc être n'importe quelle valeur réelle de l'intervalle $[\nu_0 - 1/2, \nu_0 + 1/2]$. La suite du traitement doit alors permettre :

- de déterminer cette fréquence exacte et la famille de raies associée;
- de valider la famille ainsi trouvée comme une famille d'harmoniques au sens de l'analyse des vibrations (le résultat de cette validation conditionnant la poursuite ou l'arrêt du traitement).

Lorsque la fonction d'autocorrélation admet plusieurs maximums locaux d'amplitudes voisines (c'est-à-dire à $s\%$ du maximum absolu), cette recherche est effectuée pour chacun des maximums. La valeur s est à fixer par l'expérience.

3.2. DÉTECTION ET VALIDATION DES HARMONIQUES

Soit h_{max} le plus grand ordre d'harmonique que peut engendrer le fondamental entier v_0 dans l'intervalle de fréquences $[0, N]$:

$$h_{max} = N : (v_0 - 1/2) \quad (\llcorner : \gg \text{ représente la division entière})$$

Deux fondamentaux réels de l'intervalle $[v_0 - 1/2, v_0 + 1/2]$ engendrent des familles d'harmoniques ne se recouvrant pas dans $[0, N]$ lorsque leurs fréquences diffèrent de plus de $1/h_{max}$.

L'intervalle de fréquences $[v_0 - 1/2, v_0 + 1/2]$ est donc subdivisé en $h_{max} + 1$ valeurs $(v_0 - 1/2) + k/h_{max}$, avec $k \in [0, h_{max}]$. Chaque fréquence k de cet intervalle engendrant une famille différente d'harmoniques, on retiendra la famille qui maximise dans le spectre f_1 la somme de ses amplitudes, c'est-à-dire la fonction J :

$$J(k) = \sum_{i \in [1, h_{max}]} f_1 [i \cdot ((v_0 - 1/2) + k/h_{max})]$$

où la fréquence $i \cdot ((v_0 - 1/2) + k/h_{max})$ est bien sur arrondie à la fréquence entière la plus proche.

Remarquons que si les amplitudes du spectre f_1 sont exprimées sur une échelle linéaire, cette procédure revient à retenir la famille d'énergie maximale dans f_1 . La famille ainsi extraite est une famille d'harmoniques mathématiques. Pour être validée au sens de l'analyse des vibrations, elle doit répondre à un ensemble de critères relevant de l'expertise : ainsi une famille d'harmoniques 1 à 4, sera jugée valide, tandis qu'une famille 1, 5, 13 ne la sera pas (quoique cela dépende encore de ce que l'on cherche!).

Ce problème de validation n'est pas abordé ici, car nous ne disposons pas actuellement d'une définition objective de la notion de famille d'harmoniques. Dans l'état actuel le traitement propose une famille d'harmoniques qui doit être validée visuellement par un opérateur. Pour cette raison, il se définit comme un processus d'aide à l'extraction et non comme une méthode d'extraction automatique.

Notons que cette phase de validation conditionne la suite du traitement : celui-ci est poursuivi si la famille proposée est validée; il est arrêté dans le cas contraire.

Lorsque la corrélation fait apparaître plusieurs maximums importants, les familles d'harmoniques mathématiques correspondant sont proposées successivement à l'opérateur.

Pour le cas concret de la planche A, le processus décrit aboutit à l'extraction de la famille associée au fondamental 77,9 (fig. A. 5). Étant composée des harmoniques d'ordre 1 à 5, cette famille est bien sûr jugée valide. Elle sera notée f_3 .

3.3. CALCUL DE L'EXTENSION FRÉQUENTIELLE ET POURSUITE DU TRAITEMENT

Afin de proposer une éventuelle deuxième famille d'harmoniques, le procédé est itéré après avoir extrait du spectre de raies f_1 la famille f_3 que nous venons de détecter. Toutefois, la troncation du signal déjà mentionnée au paragraphe 2. 1, amène une extension fréquentielle des raies, qu'il faut prendre en compte afin de supprimer de f_1 toute trace des harmoniques déjà sélectionnés.

Remarquons que l'enveloppe des raies constituant cette extension détermine une forme convexe du plan (fig. 4). C'est-à-dire que si k désigne la fréquence de l'harmonique considéré, l'extension fréquentielle de $f(k)$ peut être définie en calculant le plus grand nombre l^+ (resp. l^-) tel que les raies $f(j)$ pour $j \in [k, k + l^+]$ (resp. $j \in [k - l^-, k]$) émergent du trapèze limité par $f(k)$ et $f(k + l^+)$ [resp. $f(k - l^-)$ et $f(k)$]. Du point de vue algorithmique cela revient à comparer pour chaque valeur j les quantités $f(j) - f(j-1)$ et $f(j-1) - f(j-2)$.

Notons enfin que si le spectre manque de résolution, les fréquences concernées ont des extensions qui se superposent (fig. 4). L'opération d'extension permet de détecter ces fréquences par une valeur de l^+ ou l^- inférieure à 2.

La famille d'harmoniques ainsi étendue f_4 (fig. A. 6) peut être soustraite du spectre f_1 (fig. A. 7), et le processus de recherche itéré, suivant l'organigramme de la figure 5. Les figures A. 7 à A. 10 illustrent la mise en évidence d'une deuxième famille à la fréquence 30,95.

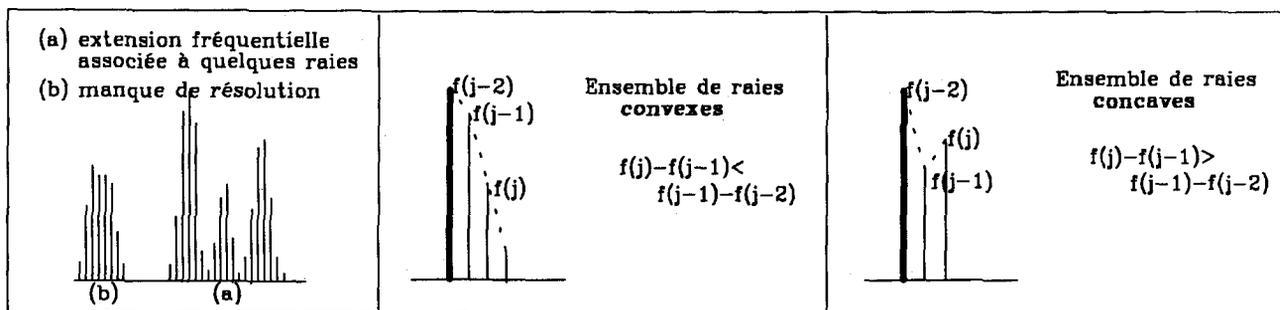


Fig. 4. — Critère de convexité associé à l'extension fréquentielle.

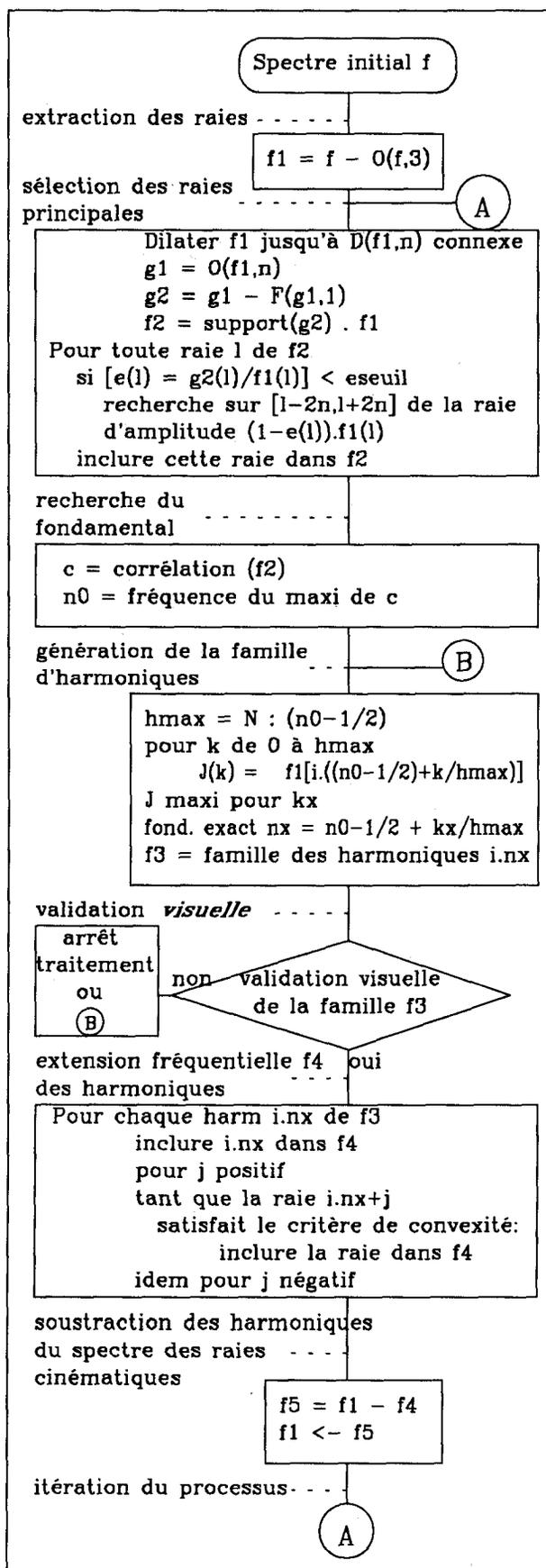


Fig. 5. — Organigramme de la méthode.

4. Conclusion

Dans cet article nous avons montré comment des techniques dérivées du traitement des images et essentiellement de la morphologie mathématique peuvent s'appliquer à un problème particulier de traitement du signal.

La mise en œuvre nous conduit à des algorithmes particulièrement simples pouvant être implémentés sur des moyens informatiques standards.

Nous aboutissons à un procédé relevant pour l'instant de l'aide au diagnostic dans l'étude des spectres de vibration. L'expression des critères de validation d'une famille d'harmoniques, soit sous forme de règles d'expertise, soit sous forme mathématique, permettrait d'automatiser entièrement le traitement.

Manuscrit reçu le 30 novembre 1988.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. SERRA, *Mathematical morphology and image analysis*, Academic Press, Londres, 1982.
- [2] J. MAX, *Méthodes et techniques de traitement du signal*, Dunod, 1984.
- [3] F. LEFAUDEUX, Algorithme pragmatique de normalisation, 8^e Colloque sur le traitement du signal et ses applications, Nice, 1981.
- [4] C. PLUMEJEAUD, B. RAFFINE et B. LUCAS, Un algorithme de normalisation, Colloque sur le traitement du signal et ses applications, Nice, 1983.
- [5] B. LAGET et B. REDORTIER, Analyse morphologique des spectres de vibration, Rapport interne du département de mathématiques, Université de Saint-Étienne, 1988.