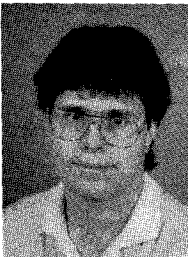


# Repliement spectral lié à l'utilisation de détecteurs constitués de cellules CCD

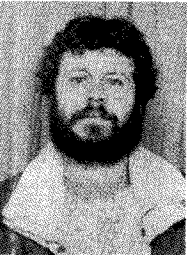
Aliasing phenomenon due to CCD sensors



**Gilles JACQUEMOD**

Laboratoire de Traitement du Signal et Ultrasons, UA CNRS n° 1216,  
INSA, 20, avenue Albert-Einstein, 69621 VILLEURBANNE Cedex.

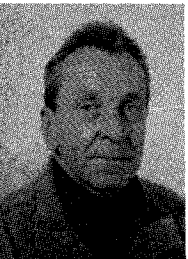
Ingénieur, ICPI section Physique-Électronique, Lyon en 1985. DEA électronique, INSA, Lyon en 1986. Prépare actuellement une thèse de doctorat au laboratoire de traitement du signal et ultrasons, dans le cadre d'une convention avec la Commission des Communautés Européennes : « Optimisation des techniques radiographiques pour l'évaluation automatique des images obtenues en temps réel dans l'industrie sidérurgique ».



**Christophe ODET**

Laboratoire de Traitement du Signal et Ultrasons, UA CNRS n° 1216,  
INSA, 20, avenue Albert-Einstein, 69621 VILLEURBANNE Cedex.

Ingénieur, INSA département Génie Électrique, Lyon en 1979. Docteur-ingénieur, Lyon en 1984. Travaille depuis 1981 au laboratoire de traitement du signal et ultrasons, et assure les fonctions de maître de conférence au département de génie électrique de l'INSA et de responsable du Centre Commun d'Analyse et de Traitement Numérique des Images. S'intéresse au traitement numérique des images industrielles et médicales, inspection automatique et représentation 3D.



**Robert GOUTTE**

Laboratoire de Traitement du Signal et Ultrasons, UA CNRS n° 1216,  
INSA, 20, avenue Albert-Einstein, 69621 VILLEURBANNE Cedex.

Docteur ès Sciences. Professeur au département de génie électrique de l'INSA et dirige dans cet institut le laboratoire de traitement du signal et ultrasons, UA CNRS n° 1216. S'intéresse au traitement numérique du signal et de l'image.

## RÉSUMÉ

Nous montrons dans cet article l'importance du repliement spectral lié à l'utilisation des détecteurs constitués de cellules CCD. Pour cela nous rappelons l'effet sur son spectre de l'échantillonnage et du lissage d'un signal; ce sont les deux particularités de ces capteurs. Nous proposons une méthode de superrésolution qui réduit l'effet du repliement spectral, et qui permet de déconvoluer le signal sur un support spectral plus étendu afin de diminuer l'effet de lissage des cellules CCD. La méthode proposée permet donc d'améliorer les deux facteurs limitatifs (filtrage passe bas et perturbation de ces basses fréquences par les hautes fréquences) liés à la nature même de ce type de détecteur.

## MOTS CLÉS

Repliement spectral, cellules CCD, superrésolution, déconvolution.

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une convention avec la Commission des Communautés Européennes, Recherche CECA-Direction Acier.

**SUMMARY**

This article deals with the aliasing phenomenon due to CCD sensors. Those detectors inherently carry out a sampling and a low pass filtering process. We propose a superresolution technique reducing aliasing, and allowing a deconvolution over an extended spectral support to diminish the low pass filtering of CCD cells. This method improves the two restricting factors (low pass filtering and perturbation of low frequencies by folded high frequencies) inherent to this type of detector.

**KEY WORDS**

Aliasing, CCD cells, superresolution, deconvolution.

**1. Introduction**

Actuellement, les dispositifs à transfert de charges sont largement répandus sur le marché des systèmes d'acquisition de signaux ou d'images. Ils sont utilisés comme capteur en début d'une chaîne de traitement d'image. Les plus populaires de ce type de détecteur sont les caméras CCD. Depuis leur utilisation pour le contrôle des bagages dans les aéroports, les barrettes de photodiodes, détecteurs linéaires assurant la conversion des rayons X en électrons, commencent à intéresser les spécialistes du contrôle non destructif.

Les détecteurs constitués de cellules CCD ont les deux propriétés suivantes :

- ils intègrent le signal sur la surface élémentaire  $\Delta x \Delta y$  de chaque élément;
- ils échantillonnent le signal lissé au même pas,  $\Delta x$  suivant l'axe des  $x$  et  $\Delta y$  suivant l'axe des  $y$ , les éléments actifs étant en première approximation considérés comme jointifs.

N'ayant accès au signal qu'une fois échantillonné, il nous est impossible de le filtrer par un filtre antirepliement. Cela pose des problèmes de repliement spectral lorsque le signal d'entrée est large bande.

Nous montrons dans cet article l'importance du repliement spectral lié à l'utilisation de ce type de capteur. Nous proposons une méthode pour en réduire l'importance, ce qui permet également de déconvoluer le signal afin de diminuer l'effet de lissage des cellules CCD.

**2. Échantillonnage du signal [1]**

Soit  $f_e(x)$  l'échantillonné idéal de  $f(x)$  :

$$f_e(x) = \sum_l \delta(x - l X_e) f(x)$$

$$f_e(x) = \sum_l \delta(x - l X_e) f(x) = P_{X_e}(x) f(x)$$

$$F_e(v) = \frac{1}{X_e} \sum_l \delta(v - l/X_e) * F(v)$$

$$= \frac{1}{X_e} P_{1/X_e}(v) * F(v).$$

L'échantillonnage en temps correspond à une périodisation en fréquence de période  $v_e = 1/X_e$ .

$$F_e(v) = \int f_e(x) e^{-2i\pi v x} dx = \sum f(l X_e) e^{-2i\pi v l X_e}.$$

Pour que cette dernière quantité fournisse des valeurs correctes de  $F(v)$ , il ne faut pas que le repli spectral résultant de l'échantillonnage, entraîne une modification du spectre initial. L'échantillonnage correct impose :  $v_e \geq 2 v_{MAX}$  (Shannon).

Il faut par conséquent que  $f$  soit à bande limitée; en pratique  $f(x)$  est à support spatial limité. Or la propriété de localisation spatiale (ou temporelle) est en contradiction avec la propriété de localisation fréquentielle.

En toute rigueur, il y a toujours un phénomène de repliement spectral résiduel. Il faudrait filtrer le signal analogique avant de l'échantillonner, par un filtre passe bas qui couperait les fréquences au dessus de  $v_e/2$ . Cela entrainerait une perte d'information sur les hautes fréquences, mais celles-ci ne perturberaient plus les basses fréquences sur le domaine d'étude.

**3. Cas d'un signal lissé [2]**

Dans un capteur optique le signal physique est intégré sur le support de longueur  $\Delta x$ . On ne dispose que des échantillons discrets suivants :

$$f_1(l \Delta x) = \int_{l \Delta x - (\Delta x/2)}^{l \Delta x + (\Delta x/2)} f(\alpha) d\alpha, \quad l = 1, 2, 3, \dots$$

Ils sont, au facteur constant  $\Delta x$  près, les valeurs échantillonnées au pas  $\Delta x$  du signal lissé. En effet, si on lisse un signal analogique sur un support  $\Delta x$  donné, il devient le signal analogique suivant :

$$f_1(x) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x - (\Delta x/2)}^{x + (\Delta x/2)} f(\alpha) d\alpha$$

La réponse impulsionnelle d'un tel filtre de lissage est :

$$h(x) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x - (\Delta x/2)}^{x + (\Delta x/2)} \delta(\alpha) d\alpha$$

$$h(x) = \frac{1}{\Delta x} \Pi_{\Delta x}(x) \Leftrightarrow H(v) = \frac{\text{Sin } \pi v \Delta x}{\pi v \Delta x}$$

$$f(x) \rightarrow \boxed{\text{Filtre de lissage : } h(x)} \rightarrow f_1(x) = h(x) * f(x).$$

Le lissage correspond à la convolution du signal par une porte d'amplitude  $1/\Delta x$  et de longueur  $\Delta x$ , centrée

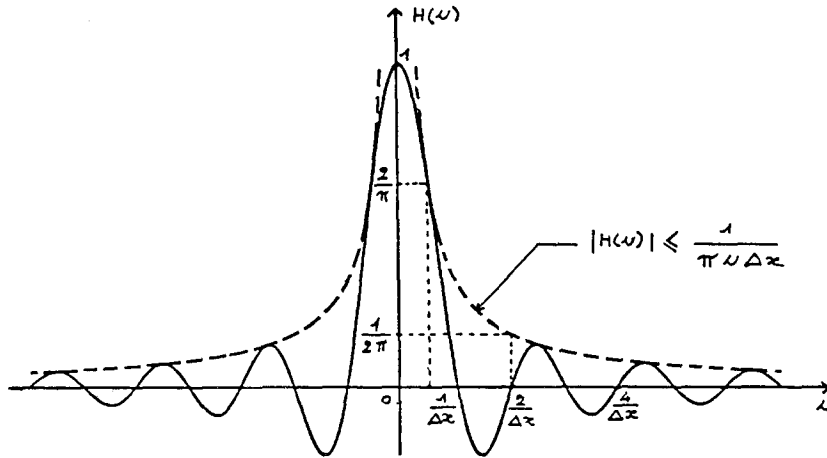


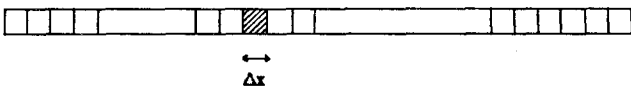
Fig. 1. — Fonction de transfert du filtre de lissage.

sur l'origine. Le spectre du signal est multiplié par la fonction de transfert du filtre de lissage qui est un sinus cardinal.

Si le signal est large bande avec  $v_{\text{Max}} \gg 1/\Delta x$ , la fonction de transfert du filtre (cf. fig. 1) limitera l'étendue spectrale du signal lissé. L'effet du filtre de lissage est de limiter le spectre, il a donc les vertus d'un filtre antirepliement. Si après ce filtre, on suréchantillonne dans un rapport  $k = 4$  ( $v_e = 4/\Delta x$ ), les composantes fréquentielles repliées sont affaiblies au minimum dans le rapport  $k\pi/2 = 2\pi$ . Dans ces conditions, l'effet du repliement spectral peut être considéré comme négligeable.

4. Cas d'une barrette CCD

Les barrettes de photodiodes [3] intègrent le signal sur un support spatial  $\Delta x$  (longueur d'un élément de la barrette) et échantillonnent le signal lissé à la même cadence (pas d'échantillonnage de  $\Delta x$ ), les éléments actifs étant généralement jointifs.



On constate donc une dépendance entre le pas d'échantillonnage et la largeur de la porte de lissage. De plus, il nous est impossible de filtrer analogi-

quement le signal; en effet, lorsque nous disposons de ce dernier, il a déjà été échantillonné par le détecteur. Le spectre du signal lissé est donc périodisé à la fréquence spatiale  $v_e = 1/\Delta x$ . Si le signal d'entrée est large bande, l'affaiblissement minimal du signal pour les hautes fréquences (supérieures à  $v_e/2 = 1/2\Delta x$ ) n'est que de  $\pi/2$ , le repliement spectral sera important; cet effet est illustré par la figure 2.

On observe deux phénomènes qui dégradent l'information dans la bande utile du signal :

- filtrage passe bas;
- la contribution des hautes fréquences perturbe les basses fréquences.

5. Cas d'un signal bidimensionnel : caméra CCD

Soient  $\Delta x$  et  $\Delta y$  les dimensions d'une cellule élémentaire de la mosaïque CCD; cette cellule intègre toutes les informations de l'image sur l'aire  $\Delta x \Delta y$ . On est confronté au même problème que précédemment, mais dans les deux directions  $x$  et  $y$ . La réponse impulsionnelle du filtre de lissage est :

$$h(x, y) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \times \int_{x-(\Delta x/2)}^{x+(\Delta x/2)} \int_{y-(\Delta y/2)}^{y+(\Delta y/2)} \delta(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

$$h(x, y) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \Pi_{\Delta x \Delta y}(x, y)$$

$$\Leftrightarrow H(u, v) = \frac{\text{Sin } \Pi u \Delta x}{\Pi u \Delta x} \frac{\text{Sin } \Pi v \Delta y}{\Pi v \Delta y}$$

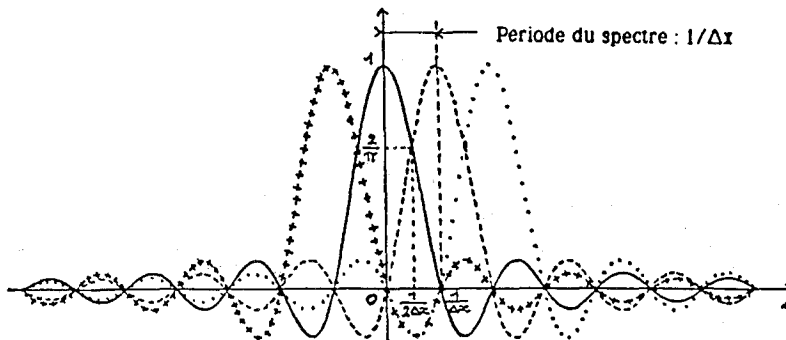


Fig. 2. — Périodisation du spectre à la cadence  $v_e = 1/\Delta x$ .

Le signal lissé est échantillonné à la cadence  $\Delta x$  suivant l'axe des  $x$  et  $\Delta y$  suivant l'axe des  $y$ :  $u_e = 1/\Delta x$  et  $v_e = 1/\Delta y$ . On retrouve la même dépendance entre le pas d'échantillonnage et la longueur de la porte de lissage. Le fait de diminuer la taille des cellules élémentaires augmentera certes la résolution, mais ne changera rien au problème du repliement spectral si l'image d'entrée est large bande ( $u_{Max} \gg 1/\Delta x$  et  $v_{Max} \gg 1/\Delta y$ ).

### 6. Déconvolution et superrésolution

L'utilisation d'un simple filtre inverse s'avère inefficace car d'une part le problème du repliement spectral subsiste, et d'autre part la division des spectres ne peut être effectuée que dans la période limitée du spectre.

Une technique de suréchantillonnage peut améliorer les deux facteurs limitatifs liés à la nature même du détecteur. La perturbation des basses fréquences par les hautes fréquences due au repliement spectral est nettement moins importante, la période du spectre et l'affaiblissement minimal pour les fréquences supérieures à  $v_e/2 = k/2 \Delta x$  sont multipliés par le facteur  $k$  de suréchantillonnage. On peut donc envisager un filtrage inverse afin de restaurer le signal par une technique de déconvolution sur un support spectral plus étendu.

Si on décale de  $(k-1)$  fois la barrette de  $\Delta x/k$  (dans le cas d'un signal monodimensionnel), on obtient  $k$  fois plus de points de mesures; le temps global d'acquisition est également multiplié par ce facteur  $k$ . On peut également envisager d'utiliser une barrette comportant  $k$  éléments linéaires, ce qui éviterait l'allongement par  $k$  du temps d'acquisition. La figure 3 nous montre un exemple où  $k=4$ .

On effectue ainsi un suréchantillonnage du signal précédent, ce qui nous permet d'obtenir des informations dans un domaine fréquentiel  $k$  fois plus étendu. La porte de lissage est toujours de  $\Delta x$ , mais on échantillonne cette fois au pas  $\Delta x/k$ ; on a donc découpé les deux effets. Le spectre du signal lissé est maintenant périodisé à la cadence  $v_e = k/\Delta x$ ; la figure 4 illustre le repliement spectral résiduel pour  $k=4$ .

Remarques :

- Dans cette approche, on néglige la vitesse du déplacement perpendiculaire de l'objet par rapport à la barrette pour assurer le balayage de l'image. Dans le cas de l'utilisation de plusieurs barrettes, il est possible de tenir compte de cet effet, en écartant les barrettes d'une distance égale au produit de la vitesse de balayage par la durée de lecture d'une barrette.

- Une autre méthode pour diminuer l'effet du repliement spectral consiste à coupler les photodiodes par paquet de  $k$ , et de faire glisser de  $\Delta x$  ce groupement de photodiodes. Le signal analogique est donc lissé sur  $k \Delta x$  avant d'être échantillonné à la même cadence  $\Delta x$  que précédemment. On diminue donc

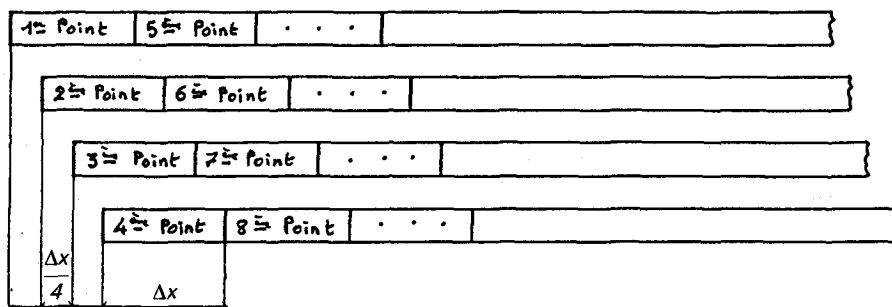


Fig. 3. — Principe de la méthode pour  $k=4$ .

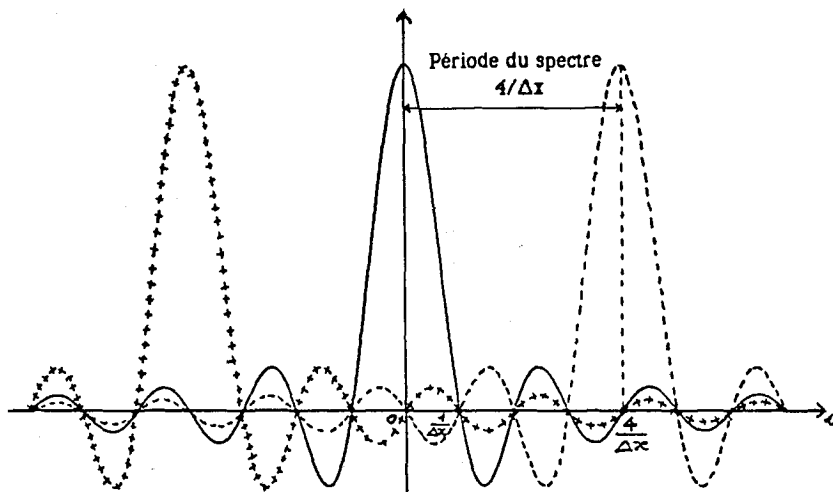


Fig. 4. — Effet sur le spectre du suréchantillonnage pour  $k=4$ .

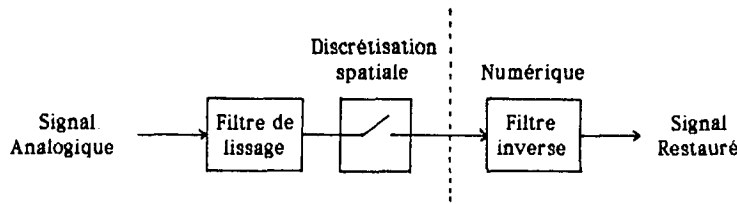


Fig. 5. — Filtrage inverse.

dans les mêmes proportions le repliement spectral; par contre on n'augmente pas la résolution du système de détection.

— Dans le cas d'une mosaïque CCD, le principe est exactement le même, mais il faut décaler le détecteur dans les deux directions de  $\Delta x/k$  et de  $\Delta y/k$ . Le facteur multiplicatif n'est plus  $k$  mais  $k^2$ , pour ce qui concerne l'augmentation du nombre de points de mesures et du temps global d'acquisition.

La manipulation précédente nous permet de réaliser le filtrage inverse dans un domaine fréquentiel  $k$  fois plus étendu ( $k v_e/2$  avec  $v_e = 1/\Delta x$ ). Le principe de la méthode est donné sur la figure 5.

Le filtrage inverse est très simple par son principe, il consiste à effectuer la division des spectres.

$$f(x) \xrightarrow{h(x)} g(x) = h(x) * f(x).$$

Connaissant  $h(x)$  et  $g(x)$ , le but est de déterminer ou d'approcher  $f(x)$ .

$$h(x) * h^{*-1}(x) = \delta(x) \Rightarrow H(v) H^{*-1}(v) = 1$$

$$\Leftrightarrow H^{*-1}(v) = 1/H(v)$$

$$f(x) = g(x) * h^{*-1}(x)$$

$$\Rightarrow F(v) = G(v) H^{*-1}(v) = G(v)/H(v).$$

L'opération de déconvolution se subdivise en trois étapes :

1. TF :  $g(x) \Rightarrow G(v)$ .
2. Division spectrale :  $F(v) = G(v)/H(v)$ .
3. TF<sup>-1</sup> :  $F(v) \Rightarrow f(x)$ .

En fait on obtient une version filtrée passe bas de  $f(x)$ , mais sur un support spectral, où la division des spectres est effectuée,  $k$  fois plus étendu.

Cette méthode présente des problèmes de division par zéro, lorsque la fonction de transfert s'annule. La division n'est pas effectuée en ces points.

Nous présentons un résultat obtenu par cette méthode sur un exemple simulé. Le premier tracé représente le signal idéal, le second le signal lissé, puis sa version échantillonnée au pas  $\Delta x$ ; le dernier tracé représente le signal restauré après déconvolution (cf. pl.). L'intérêt de la méthode de superrésolution est illustré par les deux derniers signaux. L'avant-dernier représente ce que traduirait du signal idéal les cellules CCD, et le dernier correspond à ce signal après traitement.

Nous présentons sur la figure 6, la différence entre le signal  $f(x)$  et le signal restauré après déconvolution  $f_R(x)$ . On observe d'une part une légère oscillation de période  $\Delta x$ , due à la non-division par les zéros de la fonction de transfert, et d'autre part une erreur plus importante lorsque le signal est très haute fréquence (front sur le signal initial). Ceci s'explique par le fait qu'on obtient toujours une version filtrée passe bas de  $f(x)$  (mais sur un support spectral  $k$  fois plus étendu).

## 7. Sensibilité au bruit

Le bruit additif du capteur peut limiter plus ou moins sévèrement les performances du filtrage inverse. Pour

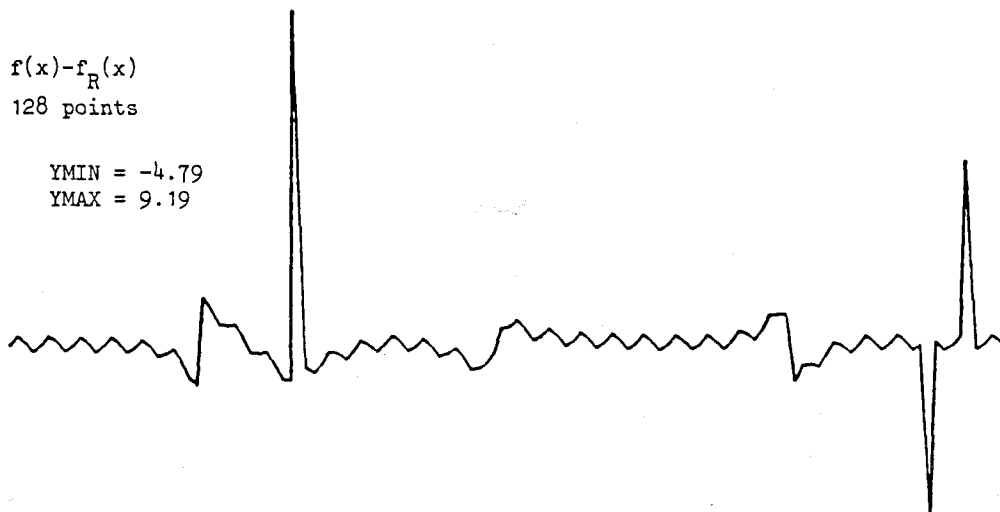


Fig. 6. — Différence entre le signal idéal et le signal restauré.

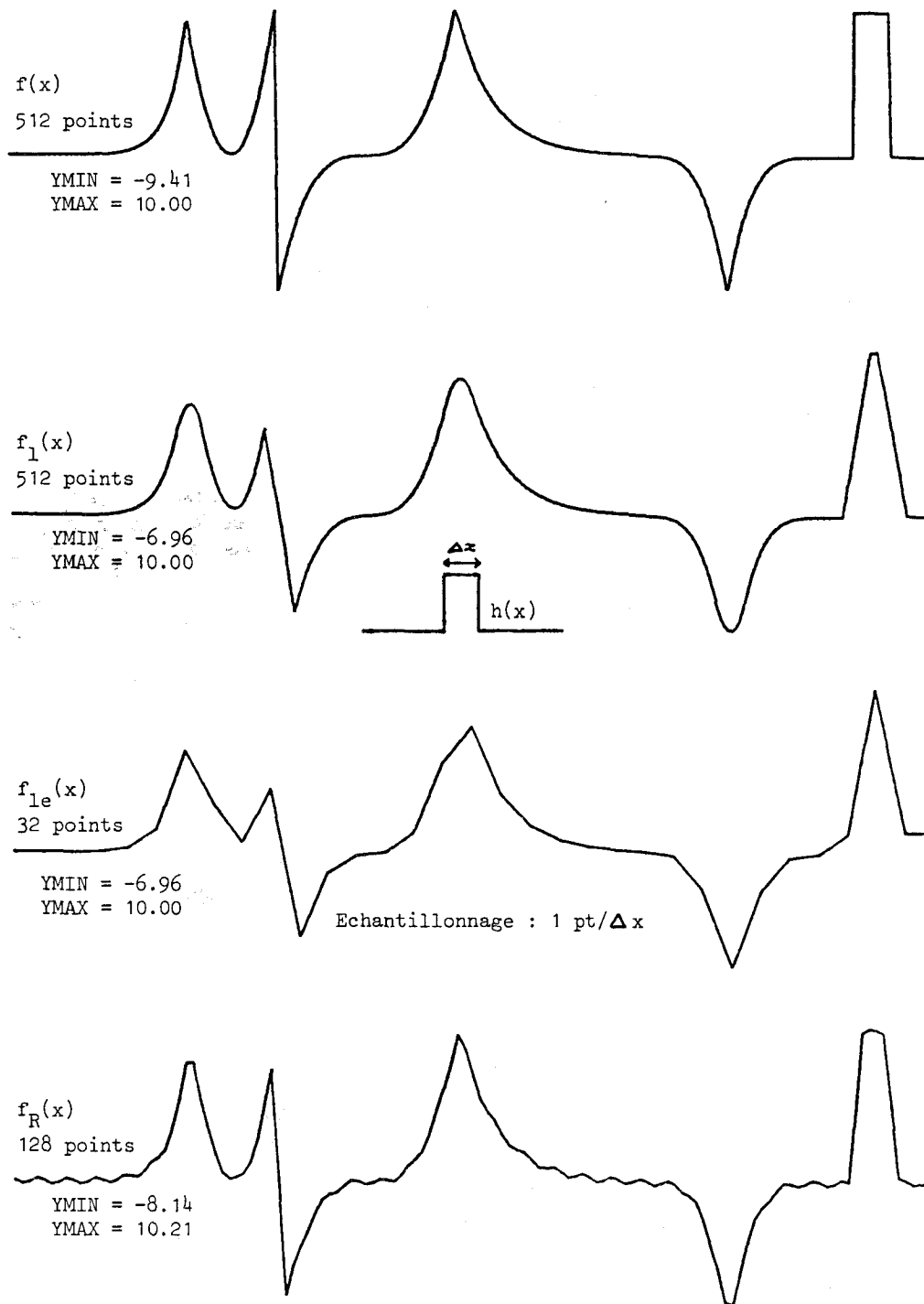


Planche.

étudier la sensibilité au bruit de la méthode de déconvolution, nous avons rajouté au signal lissé, avant le filtrage inverse, un bruit blanc en fixant le rapport signal sur bruit. Le bruit est défini par :

$$R_{S/B} = \frac{\sum \gamma_F(v)}{\sum \gamma_B(v)} = \frac{\sum |F(v)|^2}{NB_0^2},$$

$$B_0 = \left( \frac{\sum |F(v)|^2}{NR_{S/B}} \right)^{1/2}$$

$$B(v) = B_0 [\cos(\Phi(v)) + i \sin(\Phi(v))]$$

$\Phi(v)$  : variable aléatoire;

N : nombre de points.

Le rapport signal sur bruit est défini en puissance; nous présentons sur la figure 7, des résultats avec  $R_{S/B} = 30$  et  $40$  dB. On constate que la méthode est sensible au bruit; pour qu'elle reste efficace, il faut que le rapport signal sur bruit soit supérieur à  $30$  dB, ce qui est tout de même réaliste.

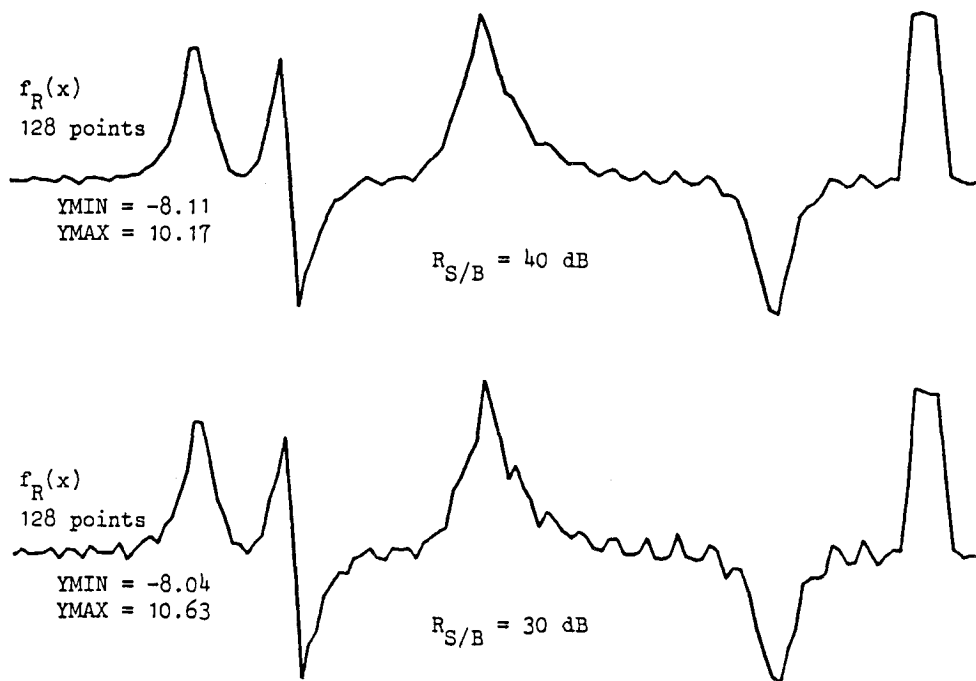


Fig. 7. — Signal déconvolué avec bruit résiduel.

## 8. Conclusion

La méthode de superrésolution présentée permet d'améliorer les deux facteurs limitatifs liés à la nature de ce type de détecteur. Le suréchantillonnage diminue l'effet du repliement spectral et permet de déconvoluer le signal sur une plus grande étendue spectrale. On obtient toujours une version filtrée passe bas du signal désiré, mais on dispose d'informations sur un domaine fréquentiel plus large et on a diminué l'effet de lissage des cellules CCD.

La mise en œuvre de cette technique n'est pas compliquée, elle n'impose pas des contraintes expérimentales trop lourdes et utilise des traitements numériques relativement simples. La méthode reste performante si le bruit additif du capteur donne un rapport signal sur bruit supérieur à 30 dB.

Manuscrit reçu le 5 mai 1987.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. KUNT, *Traitement numérique des signaux*, Ed. Georgi, 1981, Dunod.
- [2] F. DE COULON, *Théorie et traitements des signaux*, Ed. Presses Polytechniques Romandes, 1984, Dunod.
- [3] B. MUNIER, G. ROZIÈRE et M. ROUGEOT, Détecteur X linéaire 1024 points, Congrès SEE « Imagerie d'inspection en CND », *Journée d'études du 5 nov. 1986*.
- [4] D. R. CHECKLEY, X. P. ZHU, D. S. HICKEY, J. K. HUGHES, J. B. CARTER et I. ISHERWOOD, A method for increasing the resolution of scanned projection radiography and other digital X-ray systems, *British Journal of Radiology*, 59, n° 700, 1986, p. 365-371.