

Détection-estimation récursive rapide de séquences Bernoulli-gaussiennes

Fast recursive detection-estimation

of Bernoulli-Gaussian processes



Yves GOUSSARD

Laboratoire des Signaux et Systèmes (CNRS/ESE), École Supérieure d'Électricité, plateau du Moulon, 91190 GIF-SUR-YVETTE
et Gréco 69 SARTA.

Yves Goussard est né à Paris en 1957. Diplômé de l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées en 1980, il a obtenu le titre de Docteur-Ingénieur de l'Université de Paris-Sud, Centre d'Orsay, en 1983. Après un séjour de 2 ans au Département Electrical Engineering and Computer Science de l'Université de Californie, Berkeley, il est entré au CNRS comme Chargé de Recherche en 1985.

Après avoir travaillé sur l'identification de systèmes non linéaires et la modélisation de systèmes biologiques, ses intérêts se sont déplacés vers le traitement du signal, et plus particulièrement la stabilisation des problèmes mal posés, les algorithmes rapides et la déconvolution. Il mène actuellement ses recherches au sein du groupe « Problèmes Inverses » du Laboratoire des Signaux et Systèmes.



Guy DEMOMENT

Laboratoire des Signaux et Systèmes (CNRS/ESE), École Supérieure d'Électricité, plateau du Moulon, 91190 GIF-SUR-YVETTE
et Gréco 69 SARTA.

Guy Demoment est Ingénieur ESE, Docteur-Ingénieur, Docteur ès Sciences. Chargé de Recherche au CNRS et Professeur de probabilités et théorie du signal à l'École Supérieure d'Électricité, il est également Responsable du groupe « Problèmes Inverses en Traitement du Signal et Imagerie » au Laboratoire des Signaux et Systèmes (CNRS/ESE/UPS).

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous nous intéressons à la déconvolution d'un signal aléatoire du type Bernoulli-gaussien observé à travers un système linéaire, ce qui correspond à des problèmes rencontrés notamment en sismique, en échographie ultrasonore ou en contrôle non destructif.

La déconvolution de tels signaux est un problème de détection-estimation, ce qui exclut un traitement purement linéaire des données. Les méthodes proposées jusqu'ici se distinguent essentiellement par la manière de représenter le système linéaire. Les formes ARMA conduisent à un problème non standard de détection-estimation d'un bruit d'état dont la résolution est complexe et coûteuse en temps calcul. Les formes AR et l'utilisation des techniques de codage multi-impulsionnel ne permettent pas de modéliser les systèmes à phase non minimale, et présentent les inconvénients des méthodes du type « erreur de sortie ». De plus, aucune de ces approches n'autorise un traitement en ligne des données.

En modélisant le système par *équations d'état dégénérées* (forme MA), et en imbriquant une étape de détection par maximum *a posteriori* dans une boucle d'estimation par filtrage de Kalman, nous montrons qu'il est possible de déconvoluer un processus Bernoulli-gaussien de manière globalement récursive. De plus, cette procédure peut être mise en œuvre sous forme rapide à l'aide d'équations de Chandrasekhar modifiées. Les résultats obtenus sur données synthétiques sont satisfaisants, et ne nécessitent qu'un volume de calcul très inférieur aux méthodes proposées jusqu'ici.

MOTS CLÉS

Déconvolution, processus Bernoulli-gaussiens, filtrage de Kalman, algorithmes rapides, équations de Chandrasekhar.

SUMMARY

This article deals with the problem of deconvolution of Bernoulli-Gaussian random processes observed through linear systems. This corresponds to situations that occur frequently in areas like geophysics, ultrasonic imaging or nondestructive inspection.

Deconvolution of such signals is a detection-estimation problem which does not allow a purely linear data processing, and the nature of the difficulties greatly depends on the type of representation chosen for the linear system. ARMA representations yield a non-standard state driving noise detection-estimation problem whose resolution is complex and requires great computational efforts. AR representations and the use of multi-pulse coding techniques cannot account for nonminimal phase systems and exhibit the disadvantages of output-error type methods. None of these approaches provide any on-line processing ability.

In the method proposed here, a degenerate state-space representation is used, and a maximum a posteriori detection step is inserted in an estimation loop by Kalman filtering. This allows deconvolution of Bernoulli-Gaussian processes in a globally recursive manner. Furthermore, fast modified Chandrasekhar equations can be used for the implementation of this procedure and produce significant savings in computational requirements. Simulation results are satisfactory, and are obtained with less computations than other existing methods.

KEY WORDS

Deconvolution, Bernoulli-Gaussian processes, Kalman filtering, fast algorithms, Chandrasekhar equations.

1. Introduction

A l'origine de cette étude se trouvent des problèmes rencontrés dans de nombreux domaines de la physique et des sciences pour l'ingénieur comme la géophysique, l'imagerie ultrasonore ou le contrôle non destructif par exemple. On s'intéresse à un milieu de propagation unidimensionnel que l'on caractérise par son impédance, ou par la dérivée de l'impédance : la réflectivité du milieu. On soumet ce milieu à une onde plane de contenu spectral non uniforme et on observe l'onde réfléchie. Celle-ci peut être considérée comme une filtrée linéaire bruitée de la réflectivité, et on se propose d'estimer cette réflectivité en fonction des observations, de la connaissance que l'on a du système linéaire, et d'hyperparamètres caractérisant les lois de probabilité du bruit d'observation et du signal d'intérêt.

Dans le cas le plus général, système linéaire et hyperparamètres ne sont pas connus exactement. La restauration de la réflectivité, ou *deconvolution myope*, nécessite plusieurs opérations : *identification* du filtre linéaire caractérisant le système, *identification* des hyperparamètres, *estimation* de la réflectivité. Ces trois opérations peuvent être menées en parallèle, mais sont le plus souvent effectuées séquentiellement dans une procédure itérative.

Dans cet article, nous nous limitons au troisième problème, celui de l'estimation de la réflectivité, le système linéaire et les hyperparamètres étant supposés connus. Cette opération est communément appelée une *deconvolution*. Nous nous intéressons au cas où la réflectivité (que nous appellerons aussi signal d'entrée) peut être modélisée par un processus aléatoire du type Bernoulli-gaussien (B-G). Cette description est particulièrement bien adaptée à la caractérisation des milieux stratifiés auxquels nous nous intéressons. Depuis la fin des années 1970, de nombreux travaux ont été consacrés à la déconvolution de telles entrées [11, 12, 15, 10, 2, 7], mais, malheureusement, les méthodes proposées jusqu'ici ne sont pas globalement récursives, ce qui interdit le

traitement en ligne des données. De plus, elles nécessitent un volume de calcul souvent très important.

Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthode de déconvolution de signaux B-G globalement récursive. La récursivité globale est obtenue par utilisation conjointe de techniques de filtrage optimal du type Kalman, de détection par maximum a posteriori (MAP) et d'une représentation du système par *équations d'état dégénérées*. Nous avons ainsi la possibilité de traiter les données en ligne, ce qui est particulièrement appréciable en échographie ou en traitement sur site de données sismiques par exemple. De plus, nous montrons que l'algorithme que nous proposons peut être mis en œuvre sous forme rapide, permettant ainsi l'utilisation de notre méthode avec des moyens de calculs réduits.

Après avoir précisé la position du problème au chapitre 2 et les hypothèses au chapitre 3, nous exposons les principes de la méthode au chapitre 4. Les questions de mise en œuvre sous forme rapide sont abordées au chapitre 5, et nous présentons au chapitre 6 quelques résultats significatifs obtenus en simulation. Enfin, les conclusions sont données au chapitre 7.

2. Position du problème

Le schéma de principe des phénomènes auxquels nous nous intéressons est donné à la figure 1. Nous nous plaçons dans le cadre des systèmes à temps discret. L'entrée $x(k)$ constitue le signal inconnu à restaurer, ou réflectivité du milieu. Le système linéaire correspond à ce que l'on appelle généralement ondelette en géophysique, et plus généralement à la réponse impulsionnelle (RI) ou fonction d'appareil du système d'investigation utilisé. Notons que cette représentation est contraire à l'intuition car, en géophysique par exemple, l'ondelette représente le signal qui stimule effectivement le sous-sol alors que la séquence de réflectivité caractérise le système étudié. Néanmoins, une telle représentation est rendue possible par la commutativité du produit de convolution qui lie $x(k)$

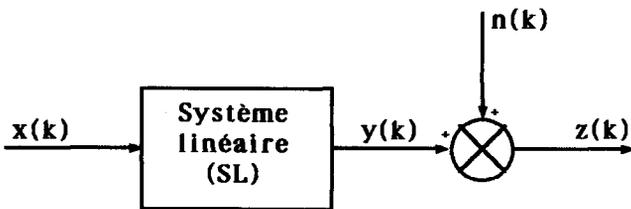


Fig. 1. — Modèle des phénomènes auxquels nous nous intéressons. Le signal mesuré $z(k)$ est obtenu par filtrage linéaire de la réflectivité $x(k)$ et addition d'un bruit d'observation blanc gaussien $n(k)$. On suppose que $x(k)$ est un processus Bernoulli-gaussien. Le filtre linéaire SL représente l'ondelette en géophysique ou plus généralement la fonction d'appareil du système d'investigation utilisé.

à $y(k)$, et comporte des avantages qui apparaîtront plus loin. Dans ce qui suit, $x(k)$ sera appelé indifféremment entrée ou séquence de réflectivité, et le système linéaire SL sera désigné par les termes de système ou d'ondelette.

En caractérisant le système par sa réponse impulsionnelle discrète finie $\mathbf{h} = [h(0), h(1), \dots, h(n)]^t$ et en appelant $n(k)$ le bruit de mesure, nous pouvons écrire :

$$(2.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} z(k) = \sum_{i=0}^n h(i) x(k-i) + n(k) \\ \text{avec } x(i) = 0 \text{ si } i \leq 0 \text{ et } k = 1, 2, \dots, N \end{array} \right.$$

Par concaténation des équations ci-dessus pour les différentes valeurs de k , on obtient le système linéaire suivant :

$$(2.2) \quad \mathbf{z} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

La résolution directe de l'équation (2.2) par une méthode des moindres carrés par exemple est possible. Mais les solutions ainsi obtenues sont instables en raison du mauvais conditionnement des matrices à inverser, mauvais conditionnement dû à la nécessité d'un échantillonnage fin du vecteur \mathbf{x} . Il s'agit là d'une difficulté très générale des problèmes de déconvolution, et qui rend sujette à caution toutes les méthodes basées exclusivement sur la minimisation d'une erreur de reconstruction ou erreur de sortie, quelle que soit l'approche, temporelle ou fréquentielle, retenue. Pour éviter cette difficulté, il est nécessaire de régulariser ce problème *mal posé* en introduisant de l'information *a priori* sur la solution. Nous nous limiterons au cas où cette information *a priori* est fournie sous la forme d'une description statistique du processus d'entrée.

Pour la caractérisation des milieux, deux types de description ont été utilisés : les modèles gaussiens et les modèles Bernoulli-gaussiens. Les descriptions gaussiennes ont pour principal avantage de permettre l'obtention de solutions optimales par des techniques de filtrage linéaire. Mais, malheureusement, ces modèles gaussiens sont mal adaptés à la représentation des milieux stratifiés, et surtout, interdisent le développement de méthodes de déconvolution myope. C'est pourquoi un modèle B-G du signal à restaurer est préférable dans le domaine d'application qui nous intéresse.

Les méthodes proposées jusqu'à présent et qui sont applicables dans le cadre précédemment défini peuvent être séparées en trois grandes classes, selon la représentation choisie pour le système :

- Les représentations ARMA ont été utilisées par de nombreux auteurs [13, 14, 15, 10] et surtout par Mendel [17] qui a proposé une solution élégante et assez complète, d'abord en supposant l'entrée gaussienne et en développant un algorithme d'estimation à variance minimale, puis en la supposant B-G et en ajoutant à la procédure précédente une étape de détection par MAP. Cette méthode peut constituer une étape d'une procédure itérative complète de déconvolution myope comportant les deux autres étapes d'identification de l'ondelette et des hyperparamètres. Mais, malgré la représentation minimale retenue, le volume de calcul est très important, et il semble difficile de rendre la procédure adaptative pour suivre de possibles non-stationarités de l'ondelette. De plus, l'utilisation de la représentation ARMA fait de la déconvolution un problème non standard d'estimation d'un bruit d'état qui ne permet pas le traitement en ligne des données.

- Les représentations AR ont conduit à deux types d'approches : celles héritées du traitement de la parole et du codage multi-impulsionnel [8] et celles plus directement liées à l'automatique [7]. Les premières, qui elles non plus ne sont pas globalement récursives, utilisent une pondération des données dans le domaine spectral, ou filtrage perceptuel. Cette pratique, justifiée en traitement de la parole par l'amélioration de l'intelligibilité des signaux codés qu'elle produit, le semble moins en déconvolution où l'on s'intéresse à la réflectivité et non pas aux échos reconvoqués. D'autre part, le critère d'arrêt utilisé par ces méthodes n'est pas directement lié aux propriétés de l'entrée. Les secondes approches AR ont d'abord été développées sous l'hypothèse d'une entrée gaussienne, puis modifiées pour le cas B-G. Elles peuvent être mises en œuvre récursivement et permettent de suivre de possibles non-stationarités du système de manière adaptative. Le volume des calculs est raisonnable, mais l'estimation complète de l'entrée nécessite deux passes successives. Surtout, la représentation AR ne permet pas de modéliser les systèmes à phase non-minimale, qui pourtant interviennent fréquemment dans les applications.

- Les représentations MA présentent l'avantage d'être une transcription directe de l'équation de convolution qui apparaît comme la plus naturelle pour la description des phénomènes étudiés. Les équations du système peuvent être écrites de deux manières. La plus classique consiste à avoir une équation d'observation invariante, et à introduire la dynamique dans l'équation d'état [3, 4]. La seconde, que nous désignerons par *représentation d'état dégénérée*, consiste à introduire un vecteur d'état *invariant* contenant l'ensemble des échantillons $x(k)$ à estimer, et à reporter la dynamique dans l'équation d'observation [5, 6, 18]. Dans ces deux cas, des méthodes de déconvolution de signaux gaussiens basées sur les techniques de filtrage de Kalman ont été développées. Ces algorithmes permettent un traitement en ligne des données, et peuvent être mis en œuvre sous une forme rapide. Notons que la manière classique d'écrire les

équations MA présente l'inconvénient de ne pas permettre un traitement des signaux B-G tout en conservant des algorithmes rapides. La représentation d'état dégénérée présente plus de souplesse d'emploi, puisque la prise en compte de corrélation entre échantillons se fait naturellement par modification de la matrice de covariance *a priori* du vecteur d'état. Il est également possible d'obtenir en ligne les estimées lissées du signal.

La méthode que nous proposons ici constitue l'extension au cas des entrées B-G des méthodes basées sur la représentation d'état dégénérée développées pour des signaux gaussiens. La procédure d'estimation est alors remplacée par une procédure de détection-estimation et les principales caractéristiques des algorithmes précédents sont conservées : récursivité globale, faible volume des calculs.

3. Hypothèses

La relation entre entrée à restaurer et observations est donnée par les équations (2.1) et (2.2). Soit N le nombre total d'observations, qui est aussi la dimension des vecteurs \mathbf{y} et \mathbf{b} . \mathbf{h} ayant pour dimension $n+1$, on supposera que \mathbf{x} comporte N échantillons significatifs et qu'il est fait un préfenêtrage par n valeurs nulles. Cette hypothèse se justifie par le fait que les observations sont faites à la surface du milieu. D'après l'équation (2.2), l'observée à l'instant k a pour expression :

$$(3.1) \quad y(k) = \mathbf{h}_k^t \mathbf{x}$$

où \mathbf{h}_k^t désigne la k -ième ligne de la matrice \mathbf{H} . En supposant le système stationnaire et donc \mathbf{h} invariant, on voit immédiatement que :

$$(3.2) \quad \mathbf{h}_k^t = [0, \dots, 0, h(n), h(n-1), \dots, h(0), 0, \dots, 0],$$

$h(0)$: $(n+k)$ -ième coordonnée de \mathbf{h}_k^t

$$(3.3) \quad \mathbf{h}_{k+1} = \mathbf{D} \mathbf{h}_k$$

où \mathbf{D} est une matrice de décalage dont la structure est la suivante :

$$(3.4) \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & | & 0 \\ \hline & & & | & 0 \\ & & \mathbf{I} & | & \vdots \\ & & & | & 0 \end{pmatrix}$$

Les équations suivantes :

$$(3.5a) \quad \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k = \mathbf{x}$$

$$(3.5b) \quad z(k) = \mathbf{h}_k^t \mathbf{x} + n(k)$$

$$(3.5c) \quad \mathbf{h}_{k+1} = \mathbf{D} \mathbf{h}_k$$

constituent la représentation d'état dégénérée du système SL. Nous supposons que le bruit $n(k)$ est blanc, gaussien, centré, de variance r^n et indépendant de \mathbf{x} . L'entrée est modélisée par un processus B-G, ce qui signifie que les instants d'occurrence des

événements, constitués par les discontinuités de l'impédance, sont indépendants et ont une probabilité d'apparition égale à λ (séquence de Bernoulli). L'amplitude de ces événements a une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance σ^2 . Le processus de réflectivité est donc représenté sous une forme produit :

$$(3.6) \quad x(k) = \gamma(k) w(k)$$

où $w(k)$ est le bruit blanc gaussien centré de variance σ^2 , et où $\gamma(k)$ désigne la séquence de Bernoulli telle que :

$$(3.7a) \quad p\{\gamma(k)=0\} = 1-\lambda$$

$$(3.7b) \quad p\{\gamma(k)=1\} = \lambda.$$

Comme il l'a été précisé dans l'introduction, nous nous limitons au problème de la déconvolution d'un processus B-G. Par conséquent, les grandeurs \mathbf{h} , r^n , λ et σ^2 sont supposées connues *a priori*. La déconvolution de \mathbf{x} peut être séparée en une étape de détection [recherche des $\hat{\gamma}(k)$] et une étape d'estimation [recherche des $\hat{w}(k)$]. Notons que lorsque la séquence $\{\gamma(k)\}$ est connue, \mathbf{x} est une variable aléatoire gaussienne centrée de matrice de covariance $\mathbf{R}_{xx} = \sigma^2 \text{Diag}\{\gamma(k)\}$ ce qui en permet une estimation optimale par les techniques de filtrage de Kalman. Précisons de plus que, en raison des caractéristiques physiques des phénomènes observés, les événements $\gamma(k)=1$ se produisent rarement, et λ est supposé petit devant 1.

4. Principe de la méthode

Les vecteurs γ et \mathbf{w} qu'il nous faut estimer sont des grandeurs intrinsèquement différentes. Un critère du type vraisemblance est donc bien adapté à ce problème. En raison de la nature stochastique des grandeurs à estimer, on utilisera la vraisemblance *a posteriori* (VAP) dont l'expression est la suivante :

$$(4.1) \quad V(\gamma, \mathbf{w}/\mathbf{z}) = p\{\mathbf{z}/\gamma, \mathbf{w}\} p\{\gamma\} p\{\mathbf{z}\}$$

et, d'après la propriété d'invariance du maximum de vraisemblance, les valeurs $\hat{\gamma}$ et $\hat{\mathbf{w}}$ qui maximisent V fourniront une estimée de \mathbf{x} au sens du MAP selon la formule :

$$(4.2) \quad \hat{x}(k) = \hat{\gamma}(k) \hat{w}(k)$$

La maximisation de V par rapport à γ et \mathbf{w} est en général un problème difficile, mais qui, sous nos hypothèses, peut se simplifier. En effet, il est montré dans [12] et [17] que maximiser V équivaut à maximiser successivement les critères V_d et V_e définis par :

$$(4.3a) \quad V_d(\gamma, \hat{\mathbf{w}}/\mathbf{z}) \propto p\{\hat{\mathbf{w}}, \mathbf{z}/\gamma\} p\{\gamma\}$$

$$(4.3b) \quad V_e(\mathbf{w}, \hat{\gamma}/\mathbf{z}) \propto p\{\mathbf{z}/\hat{\gamma}, \mathbf{w}\} p\{\mathbf{w}\}$$

L'intérêt de ce résultat vient de ce que V_d ne dépend pas de $\hat{\mathbf{w}}$ et peut être exprimé en fonction de \mathbf{z} uniquement. Par conséquent, le problème de déconvolution peut être scindé en deux étapes successives. Une étape de détection qui correspond à la maximisation

de V_a , puis une étape d'estimation correspondant à la maximisation de V_e . De plus, l'équation (4.3b) montre que V_e est la VAP de w en supposant la séquence de Bernoulli connue. D'après la remarque du chapitre précédent, nous sommes ramenés au cas gaussien dans lequel les critères de maximum de vraisemblance, de variance minimale et de moindres carrés sont équivalents. Il est donc possible de calculer \hat{w} par filtrage de Kalman sous l'hypothèse $\gamma = \hat{\gamma}$.

Pour des raisons de clarté de l'exposé, nous allons maintenant détailler la phase d'estimation avant de revenir plus loin sur la détection.

4.1. ESTIMATION DES AMPLITUDES

Lorsque la séquence de réflectivité est connue, d'après les équations (3.5), (3.6) et (4.2), estimer w est équivalent à estimer x . Sous l'hypothèse que $\gamma = \hat{\gamma}$, \hat{x} peut être calculé récursivement à l'aide du filtre de Kalman suivant :

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{k+1/k} &= \hat{x}_{k/k-1} + \mathbf{k}_k (r_k^e)^{-1} [z(k) - \mathbf{h}_k^t \hat{x}_{k/k-1}] \\
 \mathbf{k}_k &= \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{h}_k \\
 r_k^e &= \mathbf{h}_k^t \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{h}_k + r^n \\
 \mathbf{P}_{k+1/k} &= \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{k}_k (r_k^e)^{-1} \mathbf{k}_k^t \\
 \mathbf{h}_{k+1} &= \mathbf{D} \mathbf{h}_k
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

dont les conditions initiales sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{1/0} &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{P}_{1/0} &= \sigma^2 \text{Diag} \{ \hat{\gamma}(k) \} \\
 \mathbf{h}_1 &= [h(n), h(n-1), \dots, h(0), 0, 0, \dots, 0]^t
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Une remarque importante pour la suite soit être faite au sujet du fonctionnement de l'algorithme ci-dessus : En raison de la structure diagonale de la matrice $\mathbf{P}_{1/0}$ et de celle de \mathbf{h}_k , les coordonnées du vecteur \mathbf{k}_k d'indice strictement supérieur à k sont toutes nulles, et les seules composantes de $\mathbf{P}_{k/k-1}$ qui interviennent dans les calculs à l'itération k [équations (4.4)] sont celles dont les deux indices sont inférieurs ou égaux à k . Par conséquent, d'après les équations (4.4a) et (4.4d), l'itération k de l'algorithme n'affecte que les coordonnées de \hat{x} et \mathbf{P} dont les indices sont inférieurs ou égaux à k , les autres restant inchangées (cf. fig. 2). La démonstration de ces propriétés, bien que fastidieuse, ne présente aucune difficulté et se fait par récurrence. On en déduit immédiatement que, pour procéder à la k -ième récursion de l'algorithme, il n'est nécessaire de connaître les observations et la séquence de Bernoulli estimée que jusqu'à l'instant k . C'est cette propriété qui nous permettra de rendre la procédure de détection-estimation globalement récursive.

4.2. PRINCIPE DE LA DÉTECTION

Ceci correspond à la maximisation du critère V_a défini plus haut. Son expression exacte, calculée dans [17] dépend du vecteur des observations z et de la loi de probabilité de la séquence de Bernoulli $p(\gamma)$, facile à obtenir en raison de l'indépendance entre les échantillons $\gamma(i)$. La procédure de détection optimale consisterait à calculer la valeur de V_a pour toutes les

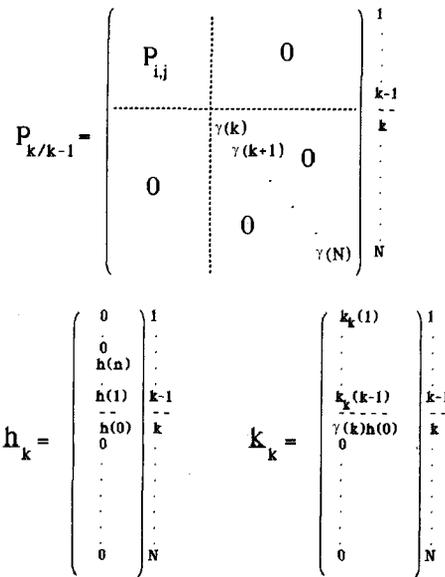


Fig. 2. — Structure de la matrice $\mathbf{P}_{k/k-1}$ et des vecteurs \mathbf{h}_k et \mathbf{k}_k à la récursion k du filtre de Kalman 4.4. Il apparaît clairement que cette structure va se propager de récursion en récursion.

séquences γ possibles et à choisir celle qui maximise V_a . Il y a 2^N possibilités pour γ . N est généralement de l'ordre de plusieurs centaines, et le calcul de V_a nécessite un nombre de multiplications de l'ordre de N^2 au minimum. On voit donc que la détection optimale du processus de Bernoulli n'est pas envisageable en raison du gigantesque volume de calcul qu'elle nécessiterait. Il faut donc maximiser V_a de manière sous-optimale, et, en fait, les méthodes de déconvolution de processus B-G par maximum de vraisemblance se différencient par le type de sous-optimalité retenu.

La technique décrite dans [12] consiste à approcher $V_a(\gamma, \hat{w}/z)$ par la fonction \mathcal{J} , VAP de γ connaissant les observations, w étant alors considéré comme un paramètre de nuisance. On a :

$$\mathcal{J}(\gamma/z) \propto p(z/\gamma) p(\gamma)
 \tag{4.6}$$

Par construction, \mathcal{J} ne dépend pas de w , mais sa maximisation exacte requiert toujours le calcul de sa valeur pour les 2^N réalisations possibles de γ . L'intérêt de l'emploi de \mathcal{J} au lieu de V_a vient de ce que \mathcal{J} peut être maximisé de manière sous-optimale par une procédure itérative qui utilise des quantités fournies par un lisseur de Kalman. C'est le détecteur SMLR décrit dans [12] puis amélioré [1]. Mais il nécessite un volume de calcul élevé quoique inférieur à celui de la détection optimale, est de mise en œuvre lourde, et ne permet pas un traitement récursif des données.

Nous procéderons différemment en remplaçant la maximisation globale sous-optimale de $\mathcal{J}(\gamma/z)$ par la maximisation séquentielle de critères \mathcal{J}_k définis par :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J}_k(\gamma(k)/z^{k+l}) &= \text{VAP}(\gamma(k)/z^{k+l}) \\
 &= p\{z^{k+l}/\gamma(k)\} p\{\gamma(k)\}
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

où l désigne un retard de lissage. Dans toute la suite, si v est un vecteur, $v^{p,q}$ désignera le sous-vecteur $[v(p), v(p+1), \dots, v(q)]^t$, et $v^{0,q}$ sera noté $v^q \odot z^{k+l}$ représente donc la connaissance des observations jus-

qu'à l'instant $k+l$. La maximisation séquentielle de $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \dots, \mathcal{J}_N$ permettra une détection récursive du processus de Bernoulli γ . Si on choisit un retard de lissage l égal à zéro, par application de la règle de Bayes sur l'équation (4.7), on montre que :

$$(4.8) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)/\mathbf{z}^{k+l}) \propto p\{\gamma(k)/\mathbf{z}^{k+l}\}$$

et le critère \mathcal{J}_k est donc similaire à celui utilisé dans [15]. Ceci montre que leur « détection commandée par décision » et la « détection SMLR » sont en fait deux types de détection sous-optimale par MAP qui procèdent de la même approche.

À l'instant k , on suppose connues les estimées $\hat{\gamma}(1), \hat{\gamma}(2), \dots, \hat{\gamma}(k-1)$ de la séquence γ . D'après les remarques du paragraphe 4.1 et les équations (4.4), on dispose également de l'estimée du processus d'entrée $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$. Par application de la règle de Bayes, et d'après l'équation (4.7), on a :

$$(4.9a) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)/\mathbf{z}^{k+l}) = p\{\mathbf{z}^{k, k+l}, \mathbf{z}^{k-1}/\gamma(k)\} p\{\gamma(k)\}$$

$$(4.9b) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)/\mathbf{z}^{k+l}) = p\{\mathbf{z}^{k, k+l}/\mathbf{z}^{k-1}, \gamma(k)\} p\{\mathbf{z}^{k-1}/\gamma(k)\} p\{\gamma(k)\}$$

\mathbf{z}^{k-1} ne dépendant pas de $\gamma(k)$, on peut finalement écrire :

$$(4.10) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)/\mathbf{z}^{k+l}) \propto p\{\mathbf{z}^{k, k+l}/\mathbf{z}^{k-1}, \gamma(k)\} p\{\gamma(k)\}$$

et le problème est d'évaluer le premier terme du second membre de (4.10). D'après les équations du problème, la loi de probabilité de $z(k), z(k+1), \dots, z(k+l)$ dépend évidemment de $\gamma(k), \gamma(k+1), \dots, \gamma(k+l)$. Comme on impose à la procédure de détection d'être récursive, on ne connaît pas ces valeurs de γ , mais en définissant $\Gamma^{k, k+l}$ comme l'ensemble des réalisations possibles de $\gamma^{k, k+l}$, on a :

$$(4.11) \quad p\{\mathbf{z}^{k, k+l}/\mathbf{z}^{k-1}, \gamma(k)\} = \sum_{\Gamma^{k+1, k+l}} p\{\mathbf{z}^{k, k+l}/\mathbf{z}^{k-1}, \gamma(k), \gamma^{k+1, k+l}\} p\{\gamma^{k+1, k+l}\}$$

En raison du caractère blanc du processus γ , $p\{\gamma^{k+1, k+l}\}$ est immédiat à calculer. D'autre part l'équation (3.5b) donne, par concaténation entre les indices k et $k+l$:

$$(4.12) \quad \mathbf{z}^{k, k+l} = \mathbf{H}^{k, k+l} \mathbf{x} + \mathbf{n}^{k, k+l}$$

où $\mathbf{H}^{k, k+l}$ est une matrice dont les lignes sont constituées des vecteurs \mathbf{h}_i^t pour $k \leq i \leq k+l$. En utilisant la structure particulière de $\mathbf{H}^{k, k+l}$ [cf. équation (3.2)], on voit que l'expression de $\mathbf{z}^{k, k+l}$ ne fait intervenir que les composantes de \mathbf{x} d'indice inférieur ou égal à $k+l$. On peut donc écrire :

$$(4.13) \quad \mathbf{z}^{k, k+l} = \mathbf{H}^{k, k+l} \mathbf{x}^{k+l} + \mathbf{n}^{k, k+l}$$

Or il découle immédiatement de la remarque faite au paragraphe 4.1 que, si la séquence γ est connue jusqu'à l'instant k , la loi de \mathbf{x}^k connaissant \mathbf{z}^{k-1} est gaussienne et se déduit de celle de \mathbf{x} par restriction des indices des composantes de $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ et $\mathbf{P}_{k/k-1}$ au

domaine $[1, k]$. Ceci entraîne que la loi de \mathbf{x}^{k+l} connaissant \mathbf{z}^{k-1} et $\gamma^{k+1, k+l}$ est gaussienne. Finalement, de l'équation (4.13), on déduit que la loi de $\mathbf{z}^{k, k+l}$ est gaussienne et définie par :

Moyenne :

$$(4.14a) \quad \mathbf{H}^{k, k+l} \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$$

Covariance :

$$(4.14b) \quad \mathbf{H}^{k, k+l} \mathbf{P}_{k/k-1} (\mathbf{H}^{k, k+l})^t + r^n \mathbf{I}$$

ces équations étant établies en tirant parti de la structure particulière de la matrice $\mathbf{H}^{k, k+l}$. Nous voyons donc que le calcul de $\mathcal{J}_k(\gamma(k)/\mathbf{z}^{k+l})$ est possible à chaque instant k en fonction de quantités fournies par le filtre de Kalman (4.4).

De manière évidente, la procédure de détection présentée ici rappelle celle proposée dans [2]. En fait, bien qu'étant exprimés de façon légèrement différente, les critères maximisés par ces deux méthodes sont rigoureusement équivalents. Par contre, les techniques employées pour effectuer cette maximisation sont différentes. Alors que la détection par un algorithme de Viterbi nécessite de faire fonctionner à chaque instant 2^l filtres de Kalman en parallèle, l'approche que nous avons retenue demande à chaque récursion le calcul de $p\{\mathbf{z}^{k, k+l}/\mathbf{z}^{k-1}, \gamma(k), \gamma^{k+1, k+l}\}$ pour toutes les réalisations possibles de $\gamma^{k+1, k+l}$, donc l'inversion à chaque pas de 2^l matrices de dimensions $l+1 \times l+1$. Les volumes de calcul nécessaires pour effectuer la détection sont difficiles à comparer car ils dépendent des caractéristiques de l'ondelette. Mais dans l'un et l'autre cas, ils croissent exponentiellement en fonction de l et deviennent très importants pour des valeurs de l élevées. C'est la raison pour laquelle nous nous limiterons aux cas $l=0$ (détection sans lissage) et $l=1$ (détection avec lissage à un pas).

4.3. DÉTECTION SANS LISSAGE

Lorsque $l=0$, l'expression de \mathcal{J}_k se simplifie et devient [cf. équation (4.10)] :

$$(4.15) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)/\mathbf{z}^k) = p\{z(k)/\mathbf{z}^{k-1}, \gamma(k)\} p\{\gamma(k)\}$$

D'autre part, l'équation (4.14) montre que $p\{z(k)/\mathbf{z}^{k-1}, \gamma(k)\}$ est une loi gaussienne de moyenne égale à $\mathbf{h}_k^t \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ et de variance égale à la variance de l'innovation. Si $r_{k/0}^e$ (respectivement $r_{k/1}^e$) désigne la variance de l'innovation à la récursion k sous l'hypothèse $\gamma(k)=0$ [respectivement $\gamma(k)=1$], on a alors :

$$(4.16a) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)=0/\mathbf{z}^k) \propto (1-\lambda) (r_{k/0}^e)^{-1/2} \times \exp\{- (z(k) - \mathbf{h}_k^t \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})^2 / 2 r_{k/0}^e\}$$

$$(4.16b) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)=1/\mathbf{z}^k) \propto \lambda (r_{k/1}^e)^{-1/2} \times \exp\{- (z(k) - \mathbf{h}_k^t \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})^2 / 2 r_{k/1}^e\}$$

et la procédure de détection de $\gamma(k)$ consistera donc à calculer $r_{k/0}^e$ et $r_{k/1}^e$, puis $\mathcal{J}_k(\gamma(k)=0/\mathbf{z}^k)$ et $\mathcal{J}_k(\gamma(k)=1/\mathbf{z}^k)$. Par comparaison des deux valeurs de \mathcal{J}_k ainsi obtenues, on en déduit l'estimée $\hat{\gamma}(k)$ de $\gamma(k)$ au sens du MAP, et il est alors possible de procéder à la récurrence d'ordre k de l'algorithme 4.4. Notons

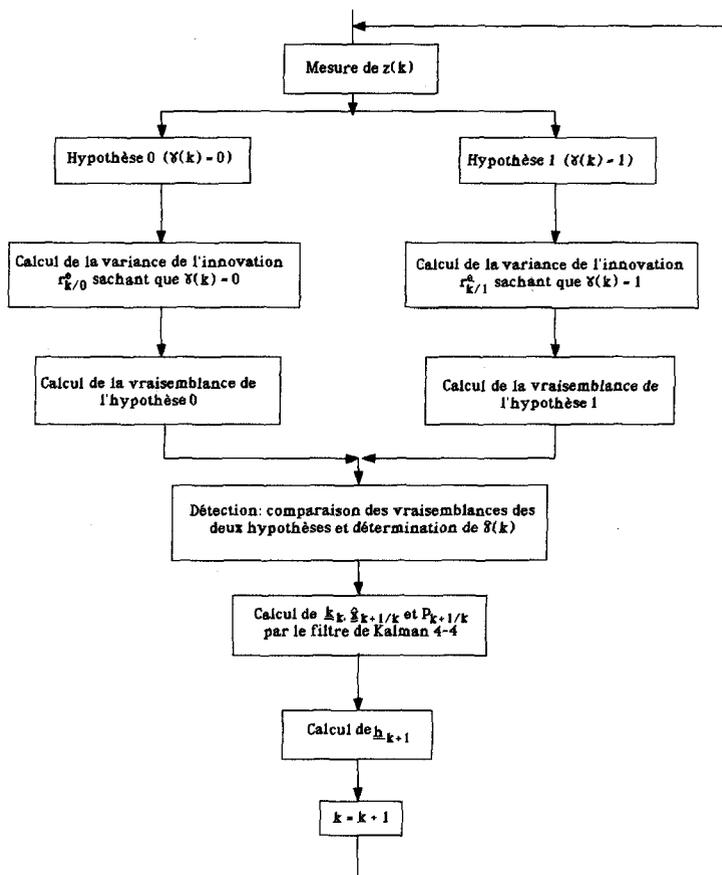


Fig. 3. — Organigramme de la procédure de détection-estimation sans lissage. Toutes les quantités nécessaires à la détection de $\gamma(k)$ sont fournies à chaque instant k par le filtre de Kalman des équations 4.4.

que le détecteur ainsi obtenu n'est pas un simple détecteur à seuil sur l'innovation, car r_k^e n'atteint pas rapidement une valeur limite en raison de la non-stationnarité du processus d'entrée. L'organigramme de la procédure récursive de détection-estimation correspondante est donné sur la figure 3.

4.4. DÉTECTION AVEC LISSAGE A UN PAS

Dans ce cas, l'expression de \mathcal{J}_k devient :

$$(4.17) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)/z^{k+1}) = p(\gamma(k)) \times \sum_{j=0}^1 p\{z^{k, k+1}/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\} \times p\{\gamma(k+1)=j\}$$

et, d'après l'équation (4.14), $p\{z^{k, k+1}/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)\}$ est une loi gaussienne dont la matrice de covariance sous l'hypothèse $\gamma(k)=i, \gamma(k+1)=j$ sera notée $\mathbf{R}_{k/i, j}^e$ par analogie avec la détection sans lissage. Le calcul de $p\{z^{k, k+1}/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\}$ nécessitera l'évaluation, puis l'inversion, de $\mathbf{R}_{k/i, j}^e$ ces calculs devant être répétés pour les quatre réalisations possibles de $\gamma^{k, k+1}$ afin d'effectuer la détection de $\gamma(k)$. Afin d'alléger les calculs à chaque récursion et de simplifier la mise en œuvre du détecteur, nous ferons sur $\mathbf{R}_{k/i, j}^e$ une approximation diagonale, ce qui revient à supposer que $z(k)$ et $z(k+1)$ sont indépen-

dants. On a alors :

$$(4.18a) \quad p\{z^{k, k+1}/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\} = p\{z(k)/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\} \times p\{z(k+1)/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\}$$

$$(4.18b) \quad p\{z^{k, k+1}/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\} = p\{z(k)/z^{k-1}, \gamma(k)\} \times p\{z(k+1)/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\}$$

car $z(k)$ ne dépend pas de $\gamma(k+1)$. Ceci nous permet de mettre le critère de détection sous la forme :

$$(4.19) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)/z^{k+1}) = \mathcal{J}_k(\gamma(k)/z^k) \times \sum_{j=0}^1 p\{z(k+1)/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\} \times p\{\gamma(k+1)=j\}$$

La loi $p\{z(k+1)/z^{k-1}, \gamma(k), \gamma(k+1)=j\}$ est elle-même gaussienne, de moyenne $\mathbf{h}_{k+1}^t \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ et dont la variance sous l'hypothèse $\gamma(k)=i, \gamma(k+1)=j$, notée $\rho_{k/i, j}^e$ a pour expression [cf. équation (4.14)] :

$$(4.20) \quad \rho_{k/i, j}^e = \mathbf{h}_{k+1}^t \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{h}_{k+1} + r^n$$

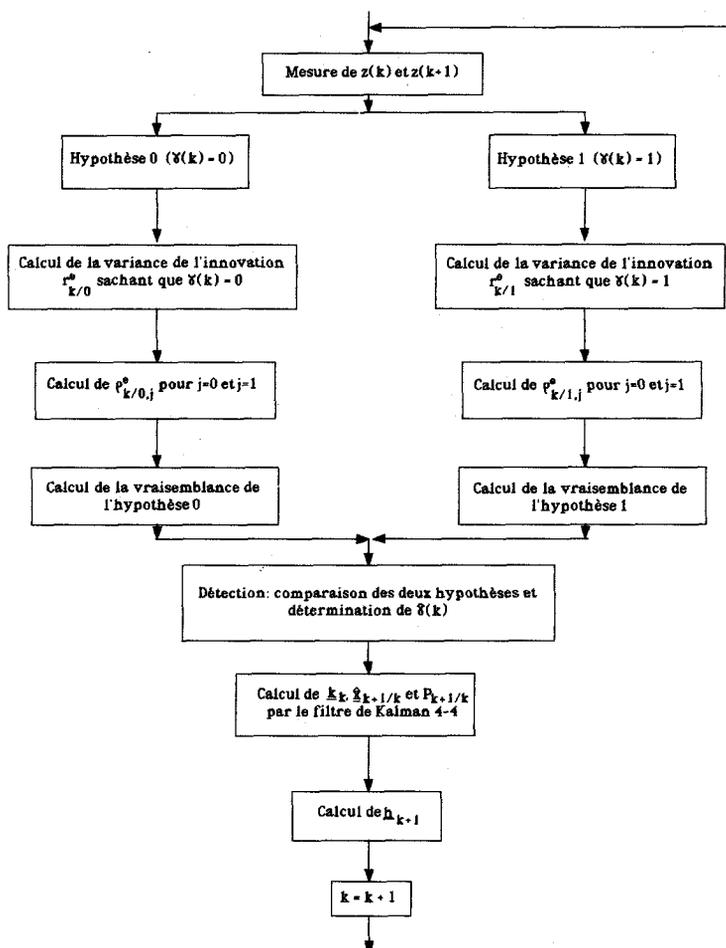


Fig. 4. — Organigramme de la procédure de détection-estimation avec lissage à un pas. La détection de $\gamma(k)$ nécessite le calcul des quantités $x_{k+1/k-1}$ et $p_{k/i,j}^e$ qui ne sont pas fournies par le filtre de Kalman des équations 4. 4.

Au prix de l'approximation diagonale sur la matrice $R_{k/i,j}^e$, $\mathcal{J}_k(\gamma(k)/z^{k+1})$ prend donc finalement la forme :

$$(4.21) \quad \mathcal{J}_k(\gamma(k)=i/z^{k+1}) \propto \mathcal{J}_k(\gamma(k)=i/z^k) \times \sum_{i,j=0}^1 p\{\gamma(k+1)=j\} (p_{k/i,j}^e)^{-1/2} \times \exp\{- (z(k+1) - \mathbf{h}_{k+1}^t \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})^2 / 2 p_{k/i,j}^e\}$$

où $\mathcal{J}_k(\gamma(k)=i/z^k)$ est donné par l'équation (4.16). On constate donc que $\mathcal{J}_k(\gamma(k)=i/z^{k+1})$ est calculable simplement à partir des quantités fournies par l'algorithme 4.4 à la récursion $k-1$. Il est donc possible d'insérer la phase de détection de $\gamma(k)$ entre les récursions $k-1$ et k de l'algorithme et d'obtenir ainsi une procédure récursive de détection-estimation dont l'organigramme est donné figure 4.

5. Mise en œuvre à l'aide d'algorithmes rapides

Les algorithmes présentés au chapitre 4 permettent d'effectuer la déconvolution d'une séquence B-G en une seule passe et de manière récursive. Mais, avec le

modèle du signal observé que nous avons adopté [représentation d'état dégénérée, équations (3.5)], le vecteur d'état \mathbf{x} contient les N échantillons du signal à restaurer, N ayant généralement une valeur de l'ordre de plusieurs centaines. Le filtre de Kalman utilisé pour la phase d'estimation [équations (4.4)] nécessite de remettre à jour à chaque récursion la matrice de covariance d'erreur de prédiction $\mathbf{P}_{k/k-1}$ de dimension $N \times N$, d'où des calculs très lourds qui rendent la méthode numériquement peu attrayante. Il est possible de réduire le volume des calculs de manière significative en remplaçant les équations de Riccati du filtre de Kalman standard par des équations de Chandrasekhar. Leur principe consiste à s'intéresser aux incréments des covariances et du gain plutôt qu'à ces quantités elles-mêmes. Le modèle d'état dégénéré étant invariant par décalage et non pas simplement invariant, il nous faut définir les incréments de manière différente de celle exposée dans [9] :

$$(5.1a) \quad \Delta \mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{D} \mathbf{P}_{k-1/k-2} \mathbf{D}^t$$

$$(5.1b) \quad \Delta \mathbf{k}_k = \mathbf{k}_k - \mathbf{D} \mathbf{k}_{k-1}$$

$$(5.1c) \quad \Delta r_k^e = r_k^e - r_{k-1}^e$$

Sous réserve de pouvoir factoriser l'incrément initial de la matrice de covariance d'erreur d'estimation sous

dont les éléments diagonaux forment une suite alternée de 1 et -1 . A l'instant k , la matrice Y_k voit sa ligne d'indice k initialisée en fonction du résultat de la détection. On remplit ainsi récursivement la matrice Y , et on remarque que le volume de calcul pour la récursion k de l'algorithme 5.3 ne dépend pas de P_{\max} mais du nombre d'événements détectés jusqu'à l'instant courant. La factorisation initiale proposée n'introduit donc de surchage éventuelle qu'au niveau de l'espace mémoire nécessaire.

5.2. CALCUL DU CRITÈRE DE DÉTECTION

Il a été vu au paragraphe 4.2 que, dans le cas général de la détection avec lissage, le calcul de $\mathcal{J}_k(\gamma(k)/z^{k+1})$ nécessite la connaissance de la moyenne et de la matrice de covariance de $z^{k, k+1}$ pour toutes les réalisations possibles de $\gamma^{k, k+1}$. D'après les équations 4.14, la moyenne est facilement accessible à partir des équations de Chandrasekhar. Par contre, la matrice $P_{k/k-1}$ n'étant pas directement fournie par l'algorithme 5.3, le calcul de la matrice de covariance de $z^{k, k+1}$ semble poser des difficultés. En fait, ces difficultés peuvent être contournées en utilisant le fait que les matrices de covariance de $z^{k, k+1}$ connaissant $\gamma^{k, k+1}$ se déduisent aisément de $R_0^{k, k+1}$, matrice de covariance de $z^{k, k+1}$ sous l'hypothèse $\gamma^{k, k+1} = 0$. Or $R_0^{k, k+1}$ peut se calculer récursivement par une équation matricielle analogue à (5.3c). Il n'en reste pas moins que le calcul de \mathcal{J}_k nécessite l'inversion de ces 2^{l+1} matrices, ce qui est beaucoup trop coûteux. Par conséquent, nous nous limiterons ici encore à la détection sans lissage, puis à la détection sous optimale avec lissage à un pas.

Dans le cas de la détection sans lissage, les seules grandeurs nécessaires au calcul du critère de détection sont l'innovation et sa variance sous les deux hypothèses $\gamma(k)=0$ et $\gamma(k)=1$. Ces quantités étant calculées explicitement par l'algorithme 5.3, la mise en œuvre de la procédure de détection-estimation à l'aide des équations de Chandrasekhar est immédiate.

Le calcul de \mathcal{J}_k dans le cas de la détection avec lissage à un pas nécessite la connaissance non seulement de la covariance de l'innovation, mais aussi de la quantité $\rho_{k/i, j}^e$ [équation (4.20)]. On remarque que $\rho_{k/i, j}^e$ se déduit facilement de $\rho_{k/0, 0}^e$ et que $\rho_{k/0, 0}^e$ peut être calculé récursivement par des équations analogues à (5.3a) à (5.3c). Il en résulte la possibilité de mettre en œuvre la procédure de détection estimation avec lissage à un pas sous forme rapide.

6. Résultats de simulation

Des simulations ont été menées en vue d'évaluer les performances de la méthode que nous proposons, et l'influence de certaines hypothèses simplificatrices que nous avons faites telles que la parfaite connaissance de la RI du système et des hyperparamètres. Pour faciliter la comparaison avec des travaux antérieurs, nous nous sommes placés dans des conditions proches de celles utilisées dans [16] et reprises dans [10]. Le processus à restaurer est une séquence de réflectivité

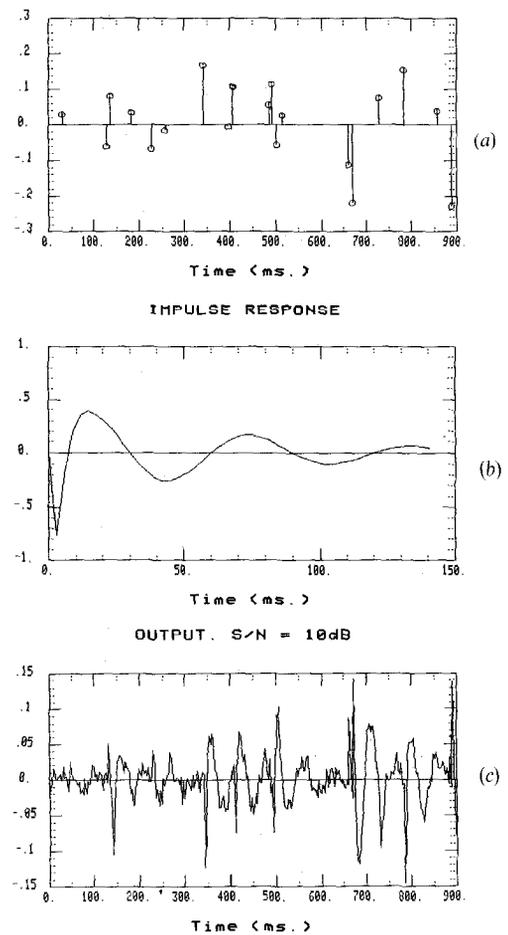


Fig. 5. — Signaux utilisés pour les simulations. (a) Séquence de réflectivité, extraite de [16]. (b) Réponse impulsionnelle du système, système de Kramer du 4^e ordre type 2 [12]. (c) Trace sismique synthétique obtenue par convolution de (a) et (b), et addition d'un bruit d'observation blanc gaussien, le rapport signal à bruit étant fixé à 10 dB.

synthétique, la RI une ondelette du type *Kramer 4^e ordre* (ondelette à phase non minimale), et le rapport signal à bruit, défini comme le rapport entre la puissance moyenne des observations non bruitées et la variance du bruit, est de 10 dB. Séquence de réflectivité, réponse impulsionnelle et signal observé sont représentés sur la figure 5.

Les résultats fournis par la méthode sont présentés sur la figure 6a pour la détection sans lissage et sur la figure 6b pour la détection avec lissage à un pas. D'une manière générale, on constate que ces résultats sont d'une qualité comparable à ceux publiés antérieurement. En raison de la nature particulière de l'entrée, il est difficile de se référer à un critère pour apprécier quantitativement la qualité de la restauration. Notons néanmoins que le nombre de fausses alarmes, le nombre de détections manquées et l'erreur quadratique moyenne sont du même ordre que pour les autres approches.

Nos résultats montrent également que le lissage à un pas améliore la qualité de la détection, principalement dans les régions où les strates ont une faible épaisseur, ce qui justifie *a posteriori* les approximations faites dans ce cas. Ce résultat est d'autant plus intéressant que la RI utilisée ici est « très causale », ce qui limite

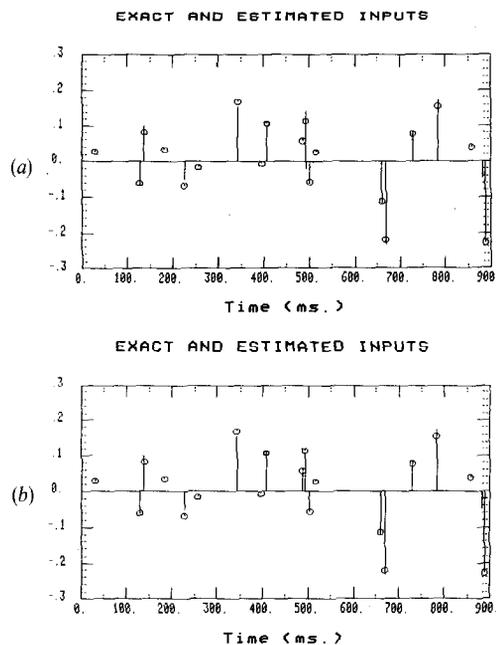


Fig. 6. — Résultats fournis par nos algorithmes de détection-estimation récursifs rapides. Les cercles désignent l'entrée exacte et les barres verticales le résultat de la déconvolution. (a) Détection sans lissage. (b) Détection avec lissage à un pas. Ces résultats sont d'une qualité comparable à ceux publiés précédemment, avec un volume de calcul réduit et une structure globalement récursive de la procédure.

l'intérêt du lissage. Des simulations faites avec des RI à temps de montée plus long (RI « moins causales ») ont montré une amélioration plus importante apportée par la détection avec lissage à un pas.

Sur les exemples que nous avons traités, les algorithmes présentés ici se sont montrés robustes vis-à-vis d'une mauvaise identification du paramètre λ . Par exemple, les résultats restent identiques à ceux présentés sur la figure 6 pour des valeurs de λ comprises entre 0,1 et 0,3. On constate généralement que les résultats ne varient pas lorsque λ se trouve dans une plage assez large autour de sa valeur exacte, et qu'ils se détériorent rapidement à l'extérieur de cette plage. Cela traduit le caractère non linéaire de la détection.

Une de nos hypothèses fondamentales est la parfaite connaissance de la RI du système. Or, dans la pratique, cette RI, fournie par une procédure d'identification, est entachée d'erreurs dont les causes principales sont souvent une mauvaise estimation de la phase due au type d'algorithme d'identification employé (réalisation minimale) et la variance sur les paramètres définissant la RI, inhérente à toute procédure d'estimation à partir de données bruitées.

Pour simuler cette seconde source d'erreurs, un bruit blanc gaussien a été ajouté à la RI du système, sa variance étant choisie de manière à obtenir un rapport signal à bruit de 10 dB (fig. 7a). La séquence de réflectivité de la figure 5 a ensuite été déconvoluée à l'aide de la RI bruitée dans des conditions identiques à celles décrites plus haut, sans retard de lissage pour la détection. Les résultats sont présentés sur la figure 7b.

Comme on pouvait s'y attendre, on note une légère dégradation par rapport au cas d'une RI non bruitée.

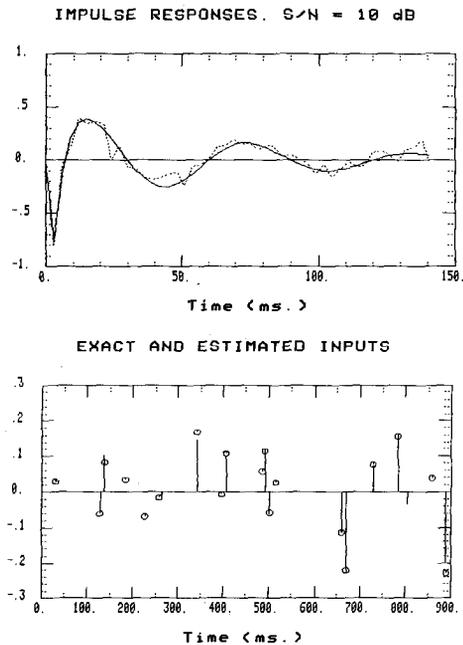


Fig. 7. — Déconvolution d'une séquence de réflectivité lorsque l'ondelette n'est pas connue exactement. (a) Réponse impulsionnelle bruitée. (b) Résultats fournis par l'algorithme de déconvolution sans lissage. On note une légère dégradation de la qualité des résultats, mais la méthode semble présenter une bonne robustesse vis-à-vis des erreurs d'identification de l'ondelette.

Cela semble logique dans la mesure où utiliser une RI bruitée équivaut en fait à ajouter un bruit d'observation coloré à l'équation (3.5b). Néanmoins, dans cette situation où les hypothèses de base ne sont plus vérifiées, la dégradation des résultats reste dans les limites de l'acceptable.

L'approche proposée ici fournit donc des résultats comparables à ceux des autres méthodes, avec les avantages d'un traitement globalement récursif, d'un volume de calcul restreint et en présentant une bonne robustesse vis-à-vis d'une connaissance imparfaite des hyperparamètres du problème et de la RI du système.

7. Conclusion

Le problème auquel nous nous sommes intéressés est celui de la caractérisation des milieux stratifiés, et plus précisément celui de la déconvolution d'une séquence de réflectivité qui constitue une des opérations nécessaires à cette caractérisation.

La méthode ici proposée étend aux signaux Bernoulli-gaussiens les techniques de déconvolution par algorithmes rapides déjà développées sous une hypothèse gaussienne [6]. Tout en conservant un faible volume de calcul, cette méthode permet d'obtenir des résultats comparables à ceux fournis par des méthodes beaucoup plus lourdes. De plus la structure globalement récursive de cette procédure de détection-estimation permet un traitement en ligne des données, possibilité intéressante pour le traitement sur site de signaux sismiques, le contrôle non destructif et l'échographie ultrasonore.

En ce qui concerne le problème plus complet de la déconvolution myope, cette méthode peut parfaitement s'insérer dans une procédure itérative comportant les étapes d'identification de la RI et des hyperparamètres du problème. D'autres améliorations sont actuellement à l'étude, comme l'amélioration de l'étape de détection, qui conditionne de manière critique les performances de l'algorithme, et la prise en compte des non-stationnarités de l'ondelette en effectuant un traitement par bloc des données.

Manuscrit reçu le 24 février 1987.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. Y. CHI, J. M. MENDEL et D. HAMPSON, Improved maximum-likelihood detection and estimation of Bernoulli-Gaussian processes, *Geophysics*, 49, 1984, p. 550-565.
- [2] C. Y. CHI et J. M. MENDEL, Viterbi algorithm for Bernoulli-Gaussian processes, *IEEE Trans. Acoustics, Speech & Signal Processing*, ASSP-33, 1985, p. 511-519.
- [3] D. COMMENGES, The deconvolution problem: Fast algorithms including the preconditioned conjugate-gradient to compute a MAP estimator, *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-29, 1984, p. 229-243.
- [4] N. D. CRUMP, A Kalman filter approach to the deconvolution of seismic signals, *Geophysics*, 39, 1974, p. 1-13.
- [5] G. DEMOMENT, R. REYNAUD et A. HERMENT, Range resolution improvement by a fast deconvolution method, *Ultrasonic Imaging*, 6, 1984, p. 435-451.
- [6] G. DEMOMENT et R. REYNAUD, Fast minimum variance deconvolution, *IEEE Trans. Acoustics, Speech & Signal Processing*, ASSP-33, 1985, p. 1324-1326.
- [7] H. EL SHERIEF, Adaptive least squares for parametric spectral estimation and its application to pulse estimation and deconvolution of seismic data, *IEEE Trans. Systems, Man & Cybernetics*, SMC-16, 1986, p. 299-303.
- [8] Y. GRENIER, P. FABRE et M. C. OMNES, Utilisation des techniques de modélisation en profil sismique vertical, *Proc. ATP CNRS Géophysique appliquée à la prospection*, 1985, p. 30-31.
- [9] T. KAILATH, Some alternatives in recursive estimation, *International Journal of Control*, 32, 1980, p. 311-328.
- [10] S. D. KOLLIAS et C. C. HALKIAS, An instrumental variable approach to minimum-variance seismic deconvolution, *IEEE Trans. Geoscience & Remote Sensing*, GE-23, 1985, p. 778-788.
- [11] J. KORMYLO et J. M. MENDEL, On maximum likelihood detection and estimation of reflection coefficients, *Proc. 48th Ann. Meeting of the Soc. of Exploration Geophysicists*, 1978, San Francisco.
- [12] J. KORMYLO et J. M. MENDEL, Maximum likelihood detection and estimation of Bernoulli-Gaussian processes, *IEEE Trans. Inf. Theory*, IT-28, 1982, p. 482-488.
- [13] R. B. KUC, Application of Kalman filtering techniques to diagnostic ultrasound, *Ultrasonic Imaging*, 1, 1979, p. 105-120.
- [14] A. K. MAHALANABIS, S. PRASAD et K. P. MOHANDAS, A fast optimal deconvolution algorithm for real seismic data using Kalman predictor model, *IEEE Trans. Geoscience & Remote Sensing*, GE-19, 1981, p. 216-221.
- [15] A. K. MAHALANABIS, S. PRASAD et K. P. MOHANDAS, Recursive decision directed estimation of reflection coefficients for seismic data deconvolution, *Automatica*, 18, 1982, p. 721-726.
- [16] J. M. MENDEL et J. KORMYLO, Single-channel white-noise estimators for deconvolution, *Geophysics*, 43, 1978, p. 102-124.
- [17] J. M. MENDEL, *Optimal seismic deconvolution*, 1983, Academic Press, New York.
- [18] D. SAINT-FÉLIX, X. C. DU et G. DEMOMENT, Image restoration using a non-causal state-space model and a fast 2-D Kalman filter, *Proc. Conf. on Mathematics on Signal Processing*, 1985, Bath. U.K.