

UDK 624.016:624.011.1+624.012.4

Primljeno 22. 2 2010.

Analitičko modeliranje puzanja spoja spregnute konstrukcije drvo - beton

Silva Lozančić, Stjepan Takač, Mirjana Bošnjak Klečina

Ključne riječi

spregnuta konstrukcija,
drvo - beton,
analitički model,
vremenska popustljivost,
moždanici,
modul klizanja

Key words

composite structure,
wood - concrete,
analytical model,
time failure,
shear connector,
sliding module

Mots clés

construction composite,
bois-béton,
modèle analytique,
rupture temporelle,
connecteur,
module de glissement

Ключевые слова

сопряженная
конструкция,
дерево-бетон,
аналитическая модель,
ослабление с течением
времени, шпонки,
модуль скольжения

Schlüsselworte

Verbundkonstruktion,
Holz - Beton,
analytisches Modell,
langwieriges
Kriechen, Dübel,
Gleitmodulus

S. Lozančić, S. Takač, M. Bošnjak Klečina

Izvorni znanstveni rad

Analitičko modeliranje puzanja spoja spregnute konstrukcije drvo - beton

U radu se opisuje iznalaženje analitičkog modela vremenske popustljivosti spoja spregnute konstrukcije drvo - beton opterećene konstantnom silom, odnosno reološkog modula klizanja spajala. Analitički model je temeljen na rezultatima eksperimentalnih istraživanja reološkog ponašanja kompozita drvo - beton spregnutog moždanicama naročite vrste, tj. ponašanje pri dugotrajnom konstantnom opterećenju. Rezultati su opisani analitičkim modelom primjenom programskog paketa Mathematica.

S. Lozančić, S. Takač, M. Bošnjak Klečina

Original scientific paper

Analytic modelling of connection flow for a wood - concrete composite structure

The definition of an analytic time failure model, or the rheological connector sliding module, is presented for the wood-concrete composite structure subjected to constant load. The analytical model is based on experimental testing of rheological behaviour, i.e. behaviour after constant long-term load, of the wood-concrete composite, where connection has been achieved using special-type shear connectors. The results are described by analytical model using the program package Mathematica.

S. Lozančić, S. Takač, M. Bošnjak Klečina

Ouvrage scientifique original

Modélisation analytique d'écoulement de connexion pour la construction composite bois - béton

La définition du modèle analytique de rupture temporelle, ou du module rhéologique de glissement du connecteur, est présentée pour la construction composite bois-béton soumise à une charge continue. Le modèle analytique est basé sur l'étude expérimentale du comportement rhéologique, ou comportement après une charge continue à long terme, de la construction composite bois-béton, où la connexion est réalisée à l'aide des connecteurs de type spécial. Les résultats sont décrits par le modèle analytique en utilisant le logiciel appelé Mathematica.

С. Лозанчич, С. Такач, М. Бошняк Клечина

Оригинальная научная работа

Аналитическое моделирование поведения соединения сопряженной конструкции дерево - бетон

В работе описывается определение аналитической модели ослабления с течением времени соединения сопряженной конструкции дерево-бетон, находящейся под воздействием постоянной силы, т.е. реологического модуля скольжения соединителя. Аналитическая модель базируется на результатах экспериментальных исследований реологического поведения композита дерево-бетон, сопряженного шпонками специального вида, т.е. поведение при длительной постоянной нагрузке. Результаты описаны аналитической моделью с применением программного пакета «Mathematica».

S. Lozančić, S. Takač, M. Bošnjak Klečina

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Analytisches Modellieren des Kriechens der Verbindung der Verbundkonstruktion Holz - Beton

Im Artikel beschreibt man das Herausfinden eines analytischen Modells des zeitbedingten Nachlassens der Verbindung der Verbundkonstruktion Holz - Beton belastet durch konstante Kraft, bzw. der rheologischen Moduls des Gleitens des Verbindungsstoffs. Das analytische Modell beruht auf den Ergebnissen experimentaler Untersuchungen des rheologischen Verhaltens des Komposits Holz - Beton verbunden mit besondersartigen Dübeln, d.h. das Betragen bei langwierigen konstanten Belastung. Die Ergebnisse sind durch das analytische Modell beschrieben, unter Anwendung des Programmpaketes Mathematica.

Autori: Dr. sc. **Silva Lozančić**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Stjepan Takač**, dipl. ing. građ.; dr. sc. **Mirjana Bošnjak Klečina**, dipl. ing. građ., Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Građevinski fakultet Osijek

1 Uvod

U današnje je vrijeme sve više zahtjeva kojima moraju udovoljiti građevinske konstrukcije i materijali što je razlog potrage za novim konstrukcijama i materijalima, oplemenjivanjem starih ili pak kombiniranjem (sprezanjem) postojećih materijala radi iskorištavanja njihovih najboljih svojstava. Budući da je drvo ekološki najprihvatljiviji materijal koji bi se sve više trebalo rabiti u građenju, ima dobra elastomehanička svojstva, trajnost uz pravilno održavanje, pa se zbog poboljšanja nekih njegovih svojstava (npr. krutosti, nosivosti, zaštita od buke i dr.) istražuje mogućnost sprezanja drva s betonom.

Na Građevinskom se fakultetu u Osijeku provodilo eksperimentalno i analitičko istraživanje svojstava spregnutih drveno-betonskih konstrukcija, spregnutih jednostranim moždanicima naročite vrste tipa C (prema DIN 1052 T2). Istraživanje se provodilo na uzorcima sa dva promjera moždanika E75 i E48. Pratilo se vremensko ponašanje takvih sustava, sastavljenih od dvaju različitih materijala spregnutih spajalima. Za takve je spregnute sustave ključni faktor vrsta spajala i način sprezanja. S vremenom se pod dugotrajnim djelovanjem opterećenja mijenjaju elastomehanička svojstva obaju materijala i spajala - dolazi do puzanja i popuštanja. Posljedica toga su povećanje deformiranja sustava i preraspodjela naprezanja. Puzanje drva i betona relativno je poznato, dok je popuštanje spajala u ovakvoj vezi drvo - beton nepoznato. Istraživano je popuštanje spajala (klizanje) u spregnutim sustavima drvo - beton, na dva posmična modela.

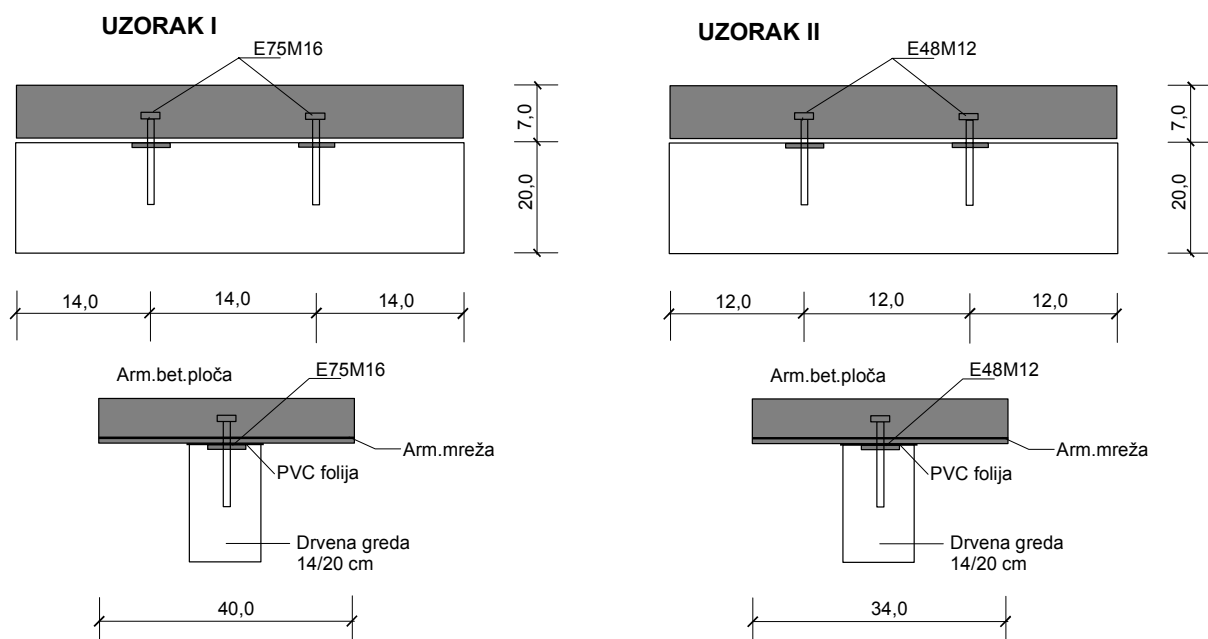
2 Opis ulaznih podataka za model

Ispitivanje je izvedeno u uvjetima unutarnjega grijanog prostora uglavnom ujednačene temperature između 20 °C i 24 °C, s konstantnom relativnom vlažnošću od 55 % do 65 %.

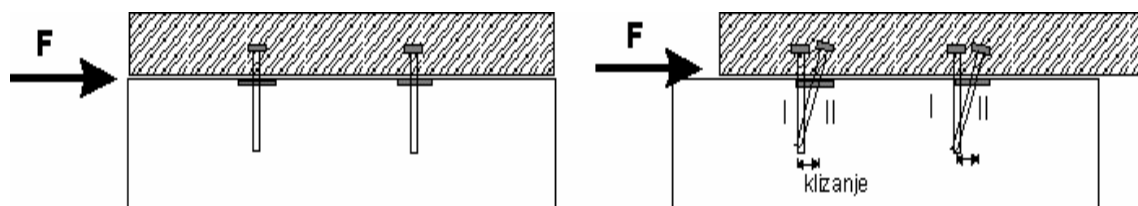
Ispitano je pet posmično opterećenih uzoraka spojenih moždanicima naročite vrste tipa C Bulldog (prema DIN 1052 T2) promjera 75 mm, promjera 48 mm jednostranih. Uzorak 1. dug je 42 cm, izrađen je od lamelirane grede od jelovine I. razreda, betona C30/37, i dvaju moždanika promjera 75 mm, na osnom razmaku od 14 cm. Ugrađena su i dva vijka promjera 16 mm. Vijci osiguravaju prijenos opterećenja iz betona na moždanik, a moždanici na drvo. Veza je beton – vijak – moždanik - drvo. Ugrađena je armaturna mreža (Q503) sa šipkama promjera 8 mm zbog mogućeg preuzimanja vlaka na donjem rubu betonske ploče, kao i folija između drva i betona radi smanjivanja utjecaja vlage na kontaktu drvo - beton.

Uzorak 2. dug je 36 cm, izrađen je od lamelirane grede od jelovine I. klase, betona C30/37 i dvaju moždanika promjera 48 mm, na osnom razmaku 12 cm. Ugrađena su i dva vijka promjera 12 mm. Ostalo je isto kao kod uzorka 1. Dimenzije uzoraka shematski su prikazane na slici 1.

Opterećenje kojim su se opterećivali uzorci veličine je nosivosti dvaju moždanika (moždanik E75M16 N = 9,0 kN, moždanik E48M12 N = 5,0 kN) i iznosi 19,2 kN za moždanike E75 i 10,6 kN za moždanike E48. Nakon postavljanja sile na posmično opterećen uzorak dolazi do de-



Slika 1. Model uzorka za istraživanje klizanja spajala u spregnutom sustavu drvo - beton



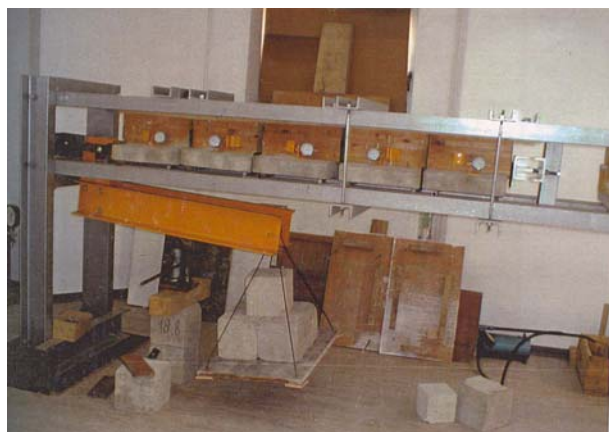
Slika 2. Opterećenje modela i mjerena veličina klizanja

formacije - klizanja dvaju materijala što se vidi na slici 2., čija veličina ovisi o spajalu odnosno načinu sprezanja.

Opterećenje se nanosilo preko uređaja koji unosi uzdužnu silu na uzorke, a koji je za to projektiran i izrađen. Uređajem za unos sile provjeravala se veličina unesenog opterećenja.

Svi su uzorci bili svrstani i istovremeno ispitani u uređaju prikazanom na slici 3.

Deformiranje svakog uzorka mjerilo se dvostrano, s pomoću mjernih urica koje su postavljene na visini sredine kontaktne površine između drva i betona (slika 3.).



Slika 3. Uređaj za ispitivanje uzoraka na posmik

Očitavanje se obavljalo na 10 mjernih mjesta, podaci su se bilježili prvih 8-10 dana svakodnevno, a zatim u redovnim razmacima od 7 dana. Trajanje ispitivanja bilo je različito, uzorak 1. 426 dana, a uzorak 2. 343 dana.

Rezultati ispitivanja dani su u obliku krivulja tečenja spajala. Ispitivani su uzorci sa dva promjera spajala i dobivene su dvije krivulje, kao prosječne vrijednosti očitavanja puzanja na pet uzoraka za svaki promjer spajala (slika 4.).

Istraživao se funkcijski opis krivulje puzanja radi njihove primjene u numeričkom modeliranju.

Krivulje puzanja spoja opisane su funkcijom koja prilagođava eksperimentom dobivene veličine, tako da ta funkcija pokriva ponašanje obaju spajala. Time se unificira zakon puzanja svih moždanika i pokušava dati odgovor ponašanja spajala za dulje razdoblje za koje su izmjereni pomaci.

Krivulja puzanja tražila se u obliku pogodnom za modeliranje, prema uobičajeno predloženim funkcijama puzanja. Obično se zakon puzanja u programima (NISA i sl.) izražava po varijabilnim naprezanjima (σ), vremenu (t) i temperaturi (T):

$$\varepsilon^c = F_1(\sigma) \cdot F_2(t) \cdot F_3(T) \quad (1)$$

Ispitivanjem je praćeno puzanje samo kao funkcija vremena. Neke su od funkcija u izrazu (1) upotrijebljene u programima za opis vremenske funkcije $F(t)$ prikazane u tablici 1.

Tablica 1. Funkcije puzanja primijenjene u programu NISI za opis vremenske ovisnosti

$(1 + b \cdot t^{1/3}) \exp(k \cdot t) - 1$	Andrade b, k- konstante
$F \cdot t^n$	Bailey F, n - konstante
$G(1 - e^{-q \cdot t}) + H \cdot t$	McVetty G, q, H- konstante
$\sum a_i \cdot t^{n_i}$	Graham&Walles a _i , n _i - konstante

Tablica 2. Najčešće upotrebljavane vremenske funkcije opisa puzanja drva

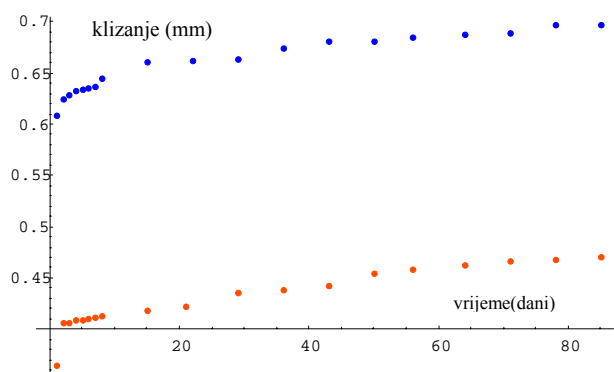
Ime	Jednadžba	Konstante
Parabolična	$\gamma = \gamma_0 + at^m$	a, m
Andrade jednotrećinski zakon	$\gamma = \gamma_0 (1 + at^{1/3}) e^{-m \cdot t}$	a, m
Logaritamska	$\gamma = a + b \cdot \log t$	a, b
Hiperbolična	$\gamma = a + b \cdot \sinh ct^m$	a, b, c, m (m = 1/3 obično)
DeLacornbe	$\gamma = \gamma_0 + a \cdot t^m + b \cdot t^n$	a, b, m, n
McVetty	$d\gamma / dt - d\gamma_0 / dt = a \cdot e^{-b \cdot t}$	a, b
Garofalo	$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 (1 - e^{-m \cdot t}) + d\gamma_2 / dt \cdot t$	m
Polinomialni	$\gamma = a + bt^{1/n} + ct^{2/n} + dt^{3/n}$	a, b, c, d, n

Puzanje spajala pokušalo se opisati u obliku najčešće upotrebljivanih funkcija za opis puzanja materijala (drva) [1], [3], [4], [6].

3 Analitičko modeliranje

Prilagođavanje rezultata ispitivanja ovim funkcijama izrađeno je u matematičkom programskom paketu Mathematica. Međutim nijedna od ovih oblika funkcija (tablice 1. i 2.) nije u potpunosti zadovoljila krivulje provučene prema očitanim podacima.

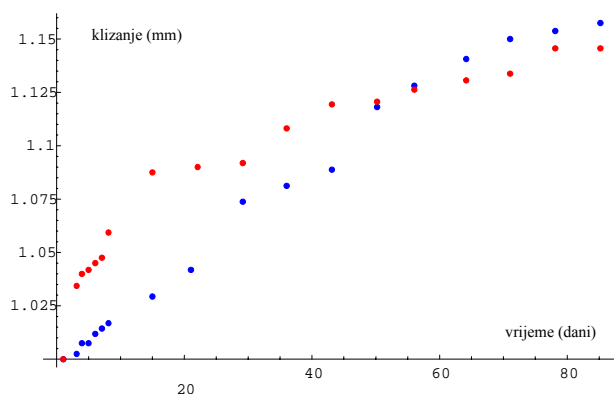
Na slici 4. plavim su točkicama prikazani izmjereni podaci s moždanicima promjera E48M12, pri čemu su se uzimali prosjeci svih pomaka, a crvene točkice odgovaraju podacima izmjenjenim na uzorcima sa spjalima E75M16.



Slika 4. Prosječna mjerenja: plavo-uzorci sa spjalima E48M12, crveno-uzorci sa spjalima E75M16

Promatrano je samo početno razdoblje od 126 dana uzorka pod opterećenjem, od ukupno 343 dana mjerenja za uzorke sa spjalima E75M16 i 426 dana mjerenja za uzorke sa spjalima E48M12.

Iz podataka se vidi da se oba skupa podataka mogu opisati istom funkcijom, ali vertikalno translacijom za određenu konstantu pri opisu spjalala različitog promjera. Krivulje pomaka su, dakle, paralelne.



Slika 5. Prosječna mjerenja pomaka bez početnih statičkih vrijednosti

Međutim ako se isključi prva veličina pomaka koji je u principu početni pomak ili deformacija ε_0 tako da se radi

s relativnim pomacima ili s postocima promjena od početnog stanja ($\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \varphi)$), dobit će se čisti prirast pomaka zbog puzanja.

Na taj način se dobivaju skupine podataka (boje ostaju istoznačne) pokazane na slici 5.

Slika pokazuje da su odstupanja između pojedinih mjerenja u postocima manja od 6 % (najveće odstupanje je 5,75 %, dok je većina odstupanja oko 2 %).

Iz podataka sa slike 5. vidi se da se oba skupa podataka mogu opisati sukladnim funkcijama, s različitim koeficijentima translacije funkcija.

Za rješavanje problema određivanja "funkcije modela" koja najbolje opisuje dobivene podatke, primijenjena je početna funkcija u obliku polinoma:

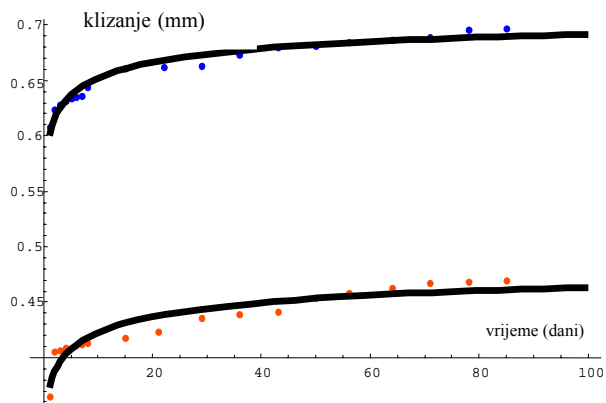
$$F = a + b t^{\frac{1}{n}} + c t^{\frac{2}{n}} + d t^{\frac{3}{n}} \quad (2)$$

pri čemu su se parametri a, b, c, d, n određivali rješavajući nelinearni problem najmanjih kvadrata.

Dobivena zajednička funkcija glasi:

$$F(t) = -2,5 t^{\frac{1}{20,46}} + 3,2 t^{\frac{2}{20,46}} - 1,03 t^{\frac{3}{20,461}} \quad (3)$$

Suma kvadrata odstupanja izmjerenih veličina od funkcijskih vrijednosti iznosi: 0,0005 za "crvene podatke" i 0,0014 za "plave podatke", što pokazuje visok stupanj poklapanja aproksimiranih s izmjenjenim podacima.



Slika 6. Aproksimacija izmjerenih veličina s krivuljama funkcije polinoma; a) gornja: $F_{48}(t)$; b) donja: $F_{75}(t)$

Obje se funkcije prilagođavanja vide na slici 6., zajedno s izmjenjenim podacima.

Međutim funkcija (3) izvrsno pokriva razdoblje od 126 dana, a ne podudara se s mjerenjima u kasnijem danima. Ta funkcija u jednom trenutku počinje opadati i poprira

negativne vrijednosti, a to nikako ne odgovara stvarnom stanju.

Problem bolje opisuje eksponencijalna takozvana S-funkcija u obliku:

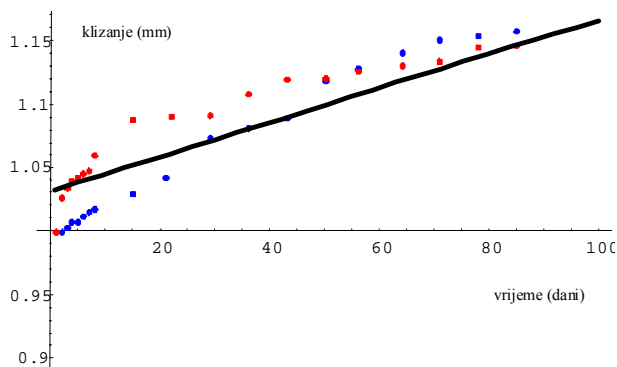
$$F(t) = \frac{a}{1 - b e^{-c t}} \quad (4)$$

pri čemu su se parametri a, b i c određivali rješavajući nelinearni problem najmanjih kvadrata pa se dobilo: $a = 1,7797$; $b = -0,76097$; $c = 0,0031784$, a t označuje vrijeme.

Tako dobivena funkcija glasi:

$$F(t) = \frac{1,7797}{1 + 0,76097 e^{-0,00318 t}} \quad (5)$$

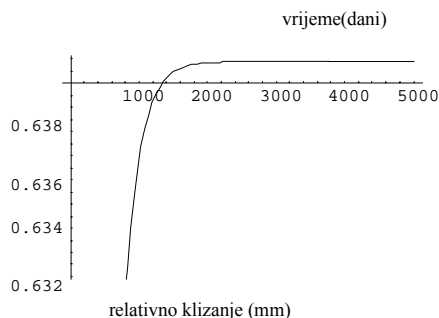
Suma kvadrata odstupanja izmjerenih veličina od funkcijskih vrijednosti iznosi: 0,048, to je izuzetno dobro podudaranje.



Slika 7. Aproximacija izmjerenih veličina s ...krivuljom odgovarajuće funkcije; a) $F_{75}(t)$; b) $F_{48}(t)$ c) funkcija približenja

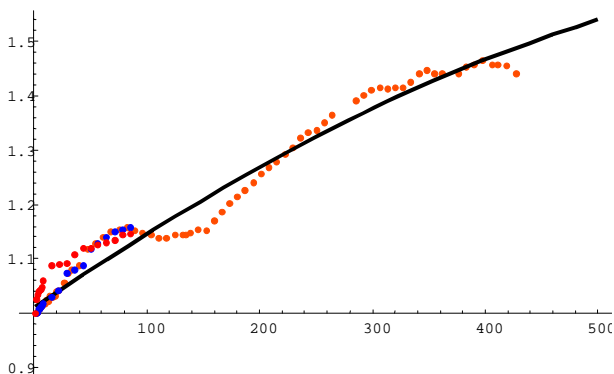
Slika 7. prikazuje očitana mjerenja za obje skupine podataka i aproksimirajuću krivulju zajedno za 126 dana.

Ova krivulja jako dobro pokriva izmjerene veličine i podudara se i u kasnijim očitanim veličinama (više od 126 dana), za razliku od prethodne funkcije kojoj je to bio nedostatak.



Slika 8. Pružanje funkcije za dulje razdoblje

Ako se funkcija prilagođavanja promatra u duljem razdoblju, kako je pokazano na slici 8., vidi se da teži nekoj konačnoj vrijednosti kao i samo puzanje.



Slika 9. Usporedba očitavanja s funkcijom približenja u duljem razdoblju

Ako se ova funkcija prilagođavanja prikaže zajedno s očitanim podacima od 600 mjerenja (za E75), dobije se slika 9.

Nadalje, vidi se da je broj $a = 1,7797$ limes aproksimirajuće funkcije u beskonačnosti. Budući je najveća izmjerena vrijednost (omjer vremenske i trenutne veličine) 1,63, odnosno maksimalna vrijednost koja se predviđa modelom je 9,2 % veća od najveće izmjerene vrijednosti koja je izmjerena u razdoblju malo duljem od 1 godine.

Podatak veličine limesa funkcije je vrlo bitan, on je mjerilo predviđanja prirasta deformacija u budućnosti. Njime se može odrediti kolike će biti maksimalno deformiranje za 50 ili više godina.

4 Predviđanje odziva spregnutog sustava modelima komponenata

Na kraju su uspoređeni koeficijenti puzanja za drvo i spajalo jer se često u literaturi pri numeričkom modeliranju spregnutih konstrukcija poistovjećivao reološki koeficijent drva i spajala. Puzanje drva uzeto je prema modelu Ranta Maunusa [6] :

$$\rho(t) = 0,44 * t^{0,17} \quad (6)$$

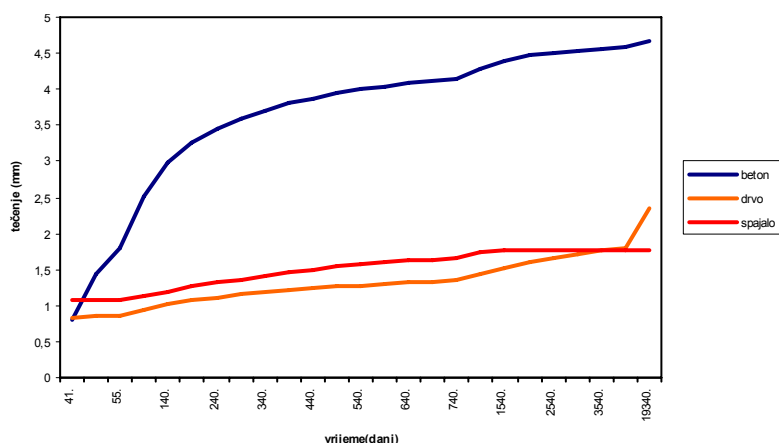
Puzanje spajala pokazano je dobivenom funkcijom približavanja (5).

Pokazano je i puzanje betona, prema EC2 za relativnu vlažnost okoline 59 % jednadžba puzanja glasi [9] :

$$\Phi(t, t_0) = 4,66[(t - 40)/(315,21 + t)]^{0,3} \quad (7),$$

dok je deformacija skupljanja vrlo mala i izrazom prema EC 2 dobivena je jednadžba:

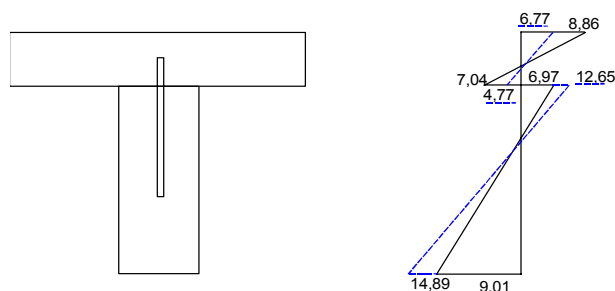
$$\varepsilon_{cs}(t - 40) = -5,56 \cdot 10^{-4} [(t - 40)/(131,5 + t)]^{0,5} \quad (8)$$



Slika 10. Usporedba koeficijenta puzanja za drvo, beton i moždanike tipa C

Male, gotovo neznačajne deformacije skupljanja razlogom su što je beton opterećen četrdeseti dan kada je postigao predviđenu čvrstoću.

Prema ovim su izrazima proračunate krivulje puzanja pojedinih komponenata presjeka prikazane na slici 10. na kojoj se vidi da je najveće početno puzanje kod spa-



Slika 11. Promjena naprezanja tijekom vremena u složenom presjeka drvo - beton

jala, a kasnije kod betona. Najveći prirast deformacija je kod betona. Spajalo ima veće proračunano puzanje od drva do vremena od 11 godina kada se puzanje drva povećava.

Prilikom dugotrajnih konstantnih opterećenja dolazi do porasta deformiranja i preraspodjele naprezanja po visini drvenog presjeka, a također i složenog presjeka od više materijala. Deformacije su u konstitutivnoj vezi s naprezanjima, s promjenom deformacije mijenja se i naprezanje.

Moduli elastičnosti za drvo i beton nisu drastično različiti i nije tako jako izražena preraspodjela naprezanja tijekom vremena iako se različito mijenjaju s vremenom, ovisno o popustljivosti materijala. Puzanje je veće kod betona, s vremenom opada i razlika puzanja drva i betona postaje manja. Pri dugotrajnom se opterećenju s vremenom mijenja proračunska krutost EI_{ef} s pomoću koje se proračunavaju naprezanja složenog presjeka (promjena naprezanja pokazana je na slici 11.). U proračunskoj

krutosti presjeka sadržane su krutosti svih materijala složenog presjeka te modul klizanja spajala, vremenska promjena krutosti pojedinih komponenata i modula klizanja spajala dovodi do promjene proračunske krutosti složenog presjeka, a time i do preraspodjele naprezanja. Proračuni proračunske krutosti i preraspodjele naprezanja vide se u [5].

5 Zaključak

Eksperimentalno se ispitalo vremensko popuštanje (klizanje) spoja spregnutih drveno - betonskih uzoraka, spregnutih jednostranim moždanicama naročite vrste tipa C (prema DIN 1052 T2), na uzorcima sa dva promjera moždanika E75 i E48, a rezultati su dobiveni u obliku dviju krivulja puzanja.

Za eksperimentalno se dobivene krivulje puzanja pokušalo naći analitički izraz-funkciju koja bi se prilagodila rezultatima ispitivanja. Rezultati ispitivanja najbolje su opisani eksponencijalnom funkcijom približavanja (5)

koja je pokrila rezultate ispitivanja obaju uzoraka.

Limes aproksimirajuće funkcije u beskonačnosti je $a = 1,7797$. Na temelju eksperimentalnog istraživanja pretpostavlja se da najveći omjer reološkog i početnog modula klizanja neće biti veći od ove veličine. Najveća je izmjerena vrijednost (omjer vremenske i trenutačne veličine) 1,63, od-

nosno maksimalna vrijednost koja se predviđa eksponencijalnim modelom je za 9,2 % veća od najveće izmjerene vrijednosti koja je izmjerena u vremenu od 426 dana. Usporedbom krivulja puzanja svih elemenata kompozita dobivenih analitičkim modelima (dobivenim i iz literature) predviđa se da će u takvim kompozitima najveće deformacije pri dugotrajnim opterećenjima biti u betonskom dijelu presjeka.

Mali je broj ulaznih parametara u smislu variranja većeg broja dimenzija spajala, drugih tipova moždanika, variranja razreda drva i betona da bi se mogla uspostaviti funkcijska veza krivulje puzanja spajala s dimenzijom spajala i nekim drugim ulaznim veličinama. Ovo je ispitivanje samo pokušaj dobivanja krivulje puzanja ove vrste spajala, trebalo bi ispitati veći broj uzoraka sa različitim promjerima, kao i složene presjeke drvo - beton drugih razreda materijala da bi se potvrdila ispravnost dobivenog izraza.

LITERATURA

- [1] Amadio, C.; Ceccoti, A.; Di Marco, R., Fragiacomio, M.: *Long-term behaviour of a timber-concrete connection system*, International RILEM Symposium, Joints in Timber Structures, Stuttgart, 12-14 September 2001
- [2] Blaß, H. J.; Van der Linden, M.; Schlager, M.: *Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen*, Informationsdienst Holz, Holzbauwerke, Step 3, Düsseldorf, E14/1-E14/25; 1995
- [3] Capretti, S.; Ceccotti, A.: *Service Behaviour of Timber-Concrete Composite Beams: a 5-Year Monitoring and Testing Experience*, International Wood Engineering Conference, New Orleans, October 28-31 1996, 3/443-449
- [4] Feldborg, T.; Johansen, M.: *Slip in joints under long-term loading*, CIB-IUFRO Meeting, Florence 1986
- [5] Lozančić, S.: *Doprinos spoznajama spregnutih konstrukcija drvo-beton*, doktorska disertacija, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku Građevinski fakultet, 2003.
- [6] Morlier P.: *Creep in Timber Structures*, Report of Rilem Technical Committee 112-TSC, London, 1994
- [7] Muravljov, M.: *Reološke karakteristike drveta*, 1. Jugoslovenski naučno-stručni skup o projektiranju i izvođenju suvremenih drvenih konstrukcija, Cavtat, 1989
- [8] Takač, S.: *Experimental contribution to the findings of rheological wood properties*, International timber engineering conference London, 1991
- [9] Tomičić, I.: *Betonske konstrukcije*, Udžbenik, Zagreb, 1996