# Estimasi Parameter Model Regresi Robust Menggunakan Pembobot Welsch

Asmarani [1, a)], Wahida Sanusi [2, b)], dan Ilham Minggi[3, c)]

[1,2,3]*Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*
*Universitas Negeri Makassar*

[a)]asmarhani211@yahoo.com
[b)]wahida.sanusi@unm.ac.id
[c)]ilhamminggi@gmail.com

***Abstrak.*** *Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh suatu model persamaan regresi yang tidak terpengaruh oleh adanya pencilan. Data yang digunakan adalah di Sulawesi Selatan Tahun 2015 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan. Metode kuadrat terkecil merupakan salah satu metode yang sering digunakan untuk memperoleh nilai-nilai penduga parameter model regresi. Namun demikian, metode ini juga memiliki kelemahan, dimana penduga yang dihasilkan sangat dipengaruhi oleh adanya data yang polanya menyimpan dari pola umum data yang disebut pencilan. Dalam analisis regresi, adanya data pencilan dapat mengakibatkan residual dari data tidak berdistribusi normal sehingga estimasi koefisien regresi yang diperoleh tidak tepat. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu model regresi yang tidak terpengaruh oleh adanya pencilan. Metode regresi robust dengan pembobot welcsh merupakan metode yang dapat mengatasi data pencilan. Perhitungan regresi robust dengan pembobot Welsch berlangsung secara iteratif sampai diperoleh estimasi parameter yang konvergen dengan estimasi sebelumnya.*
***Kata Kunci:*** *Metode Kuadrat Terkecil, Pencilan, Regresi Robust Pembobot Welsch.*

***Abstact.*** *This study aims to obtain a regression model that is not affected by the presence of outliers.. The data used are data of Corn Production in South Sulawesi in 2015 obtained from Central Statistics Agency of South Sulawesi Province. The least squares method is one method that is frequently used to obtain the values of the regression model parameter estimators. However, this method also has weaknesses, where the resulting estimates are strongly influenced by the existence of data that the pattern holds from the general pattern of data called outliers. In regression analysis, the presence of data outliers can result in residual of the data are not normally distributed so that the estimated regression coefficients obtained not accurate. Therefore, it takes a regression model that is unaffected by the presence of the outliers. The robust regression method with welcsh weighting is a method that can overcome the data of outliers. The calculation of robust regression with Welsch weighting takes place iteratively until a convergent parameter estimation is obtained with the previous estimate.*
***Keywords:*** *Least Squares Method, outliers, Robust Regression Welsch weighting.*

## PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan sebuah teknik analisis statistik untuk membuat model dan mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih. Salah satu dari model statistika yang sering digunakan dalam pemecahan suatu permasalahan yaitu model Regresi Linear *(Linear Regression)*. Dalam menduga model regresi, Metode kuadrat terkecil (MKT) atau ordinary least square (OLS) merupakan salah satu metode yang sering digunakan untuk mendapatkan nilai-nilai penduga parameter dalam pemodelan regresi. Penggunaan MKT memerlukan beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi oleh komponen sisaan atau galat ($\varepsilon_i$) dalam model yang dihasilkan. Beberapa asumsi itu antara lain adalah bahwa komponen sisaan memenuhi asumsi kenormalan, tidak terdapat multikolinearitas, kehomogenan ragam, tidak terjadi autokorelasi.

Salah satu penyebab tidak terpenuhinya asumsi klasik adalah adanya pencilan (outliers) pada data amatan yaitu pengamatan dengan nilai mutlak sisaan jauh lebih besar daripada sisaan-sisaan lain sehingga akan mempengaruhi model regresi yang terbentuk. Suatu pencilan dalam data dapat mengakibatkan estimasi koefisien regresi yang diperoleh tidak tepat. Data pencilan tersebut tidak boleh dibuang begitu saja karena akan mempengaruhi model prediksi serta menghasilkan estimasi parameter yang kurang tepat. Sehingga telah dikembangkan analisis regresi robust sebagai perbaikan untuk estimasi kuadrat terkecil dalam model regresi linear berganda karena adanya suatu pencilan (Hisani, 2012).

Salah satu estimasi dalam regresi robust adalah estimasi-M. Estimasi-M menggunakan pendekatan yang sederhana antara komputasi dan teoritis. Estimasi-M memenuhi sifat sebagai estimator tak bias dan memiliki variansi minimum dalam kumpulan estimator. Jadi, estimator-M memiliki variansi terkecil dibandingkan dengan variansi estimator yang lain. Salah satu pembobot dalam estimasi-M adalah pembobot Welsch. Diharapkan, melalui estimasi-M dengan pembobot Welsch dapat diperoleh penduga parameter yang baik sehingga menghasilkan model yang lebih baik dari model hasil MKT.

## KAJIAN PUSTAKA

A. Analisis Regresi

Dalam statistika, analisis regresi digunakan untuk memahami bentuk hubungan fungsional antara variabel dependen dan variabel independen untuk menentukan prediksi model tersebut (Sungkawa, 2009).

1. Regresi Linear Sederhana

Regresi linear sederhana hanya terdiri dari satu variabel dependen dan satu variabel independen sehingga memiliki bentuk umum sebagai berikut:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \qquad (1)$$

$\alpha$ dan $\beta$ merupakan koefisien regresi yang nilai-nilainya diperoleh menggunakan metode kuadrat terkecil. Sedangkan$\varepsilon$ merupakan residual atau sisaan.

2. Regresi Linear Berganda

Regresi linear berganda adalah pengembangan regresi linear sederhana terhadap aplikasi yang mencakup dua variabel independen (prediktor) atau lebih untuk menduga nilai variabel dependen (respon) (kazmier:2004).

Model regresi linear berganda dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \qquad (2)$$

Untuk $i = 1, 2, \ldots, n$ dan $n = k + 1$. Komponen $\beta_k$ merupakan parameter model regresi yang akan diduga. $Y_i$ dan $X_{ki}$ berturut-turut menunjukkan variabel dependen dan variabel independen, sedangkan $\varepsilon_i$ menunjukkan komponen sisaan.

Pada model regresi, perlu dilakukan uji untuk mengetahui apakah model regresi memenuhi asumsi regresi atau tidak. Uji asumsi yang dilakukan pada model regresi adalah uji asumsi normalitas, uji asumsi homokedastisitas, uji asumsi nonmultikoliniearitas, dan uji asumsi nonautokorelasi.

Dalam analisis regresi, kadang terdapat suatu data pencilan yang akan mempengaruhi modelya. Oleh karena itu, harus ada perlakuan atau cara untuk menghilangkan data pencilan tersebut. Kita tidak direkomendasikan untuk mengeluarkan data tersebut, kecuali terdapat bukti yang kuat bahwa hal tersebut adalah kesalahan. Misalnya, kesalahan dalam pemasukan data atau sebab-sebab lain yang bebas dari proses dalam studi, seperti kesalahan pengukuran yang jelas (Tiro, 2000).

Pencilan adalah pengamatan dengan nilai residual yang besar. Untuk suatu data yang memuat pencilan dan menentukan batasannya digunakan Metode Grafis (Scatterplot), Metode Boxplot, Laverage Values, Residual yang distudenkan, dan Nilai *influence*, Nilai Laverage;

menampilkan nilai laverage (pengaruh) terpusat. Andaikan H adalah matriks orthogonal dari X, dengan elemen diagonalnya $h_i, \dots, h_n$ adalah nilai leverage dari $x_i, \dots, x_n$. Matriks H memenuhi $H = X'(X'X)^{-1}X$ dan $h_i = x_i{}'(X'X)^{-1}x_i$. Ketentuan yang berlaku dalam pengambilan keputusan adanya pencilan atau tidak adalah $Laverage\, Values > \frac{(2p-1)}{n}$ dianggap mengidentifikasi kasus pencilan. Residual yang distudentkan (*Studentized Residual*) adalah suatu metode yang sederhana dan efektif untuk mendeteksi pencilan. Untuk mendeteksi apakah terdapat pencilan atau tidak, dapat dilakukan dengan menghitung nilai $\varepsilon_{is}$ sebagai berikut:

$$\varepsilon_{is} = \frac{\varepsilon_i}{s\sqrt{1-h_i}} \tag{3}$$

dengan:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n-p} \tag{4}$$

$p$ adalah banyaknya parameter

Data mengandung pencilan apabila nilai $\varepsilon_{is} > 2$ atau $\varepsilon_{is} < -2$ untuk data kecil $(n < 30)$ dan $\varepsilon_{is} > 3{,}5$ atau $\varepsilon_{is} < -3{,}5$ untuk data besar $(n \geq 30)$.

Nilai dari *influence* merupakan kombinasi dari ukuran *leverage* dan *studentized residual* yang menginformasikan mengenai bagaimana perubahan dari persamaan regresi jika kasus ke-$i$ dihilangkan dari himpunan data. Dua jenis pengukuran *influence* yang biasa digunakan, pertama adalah ukuran ke-*influence*-an global, yaitu *DFFITS*, yang memberikan informasi mengenai bagaimana kasus ke-$i$ mempengaruhi keseluruhan karakteristik dari persamaan regresi. Jenis yang kedua adalah ukuran ke-*influence*-an khusus, yaitu *DFBETAS*, yang memberikan informasi mengenai bagaimana kasus ke-$i$ mempengaruhi tiap-tiap koefisien regresi. Umumnya, keduanya dalam pengukuran ke-*influence*-an harus diperiksa.

Suatu pengamatan ke-$i$ dikatakan berpengaruh terhadap nilai fitnya apabila pengamatan tersebut memiliki nilai $|DFFITS_i| > 2\sqrt{p/n}$. Penentuan kasus yang memiliki ke-*influence*-an yang merupakan pencilan berdasarkan $DFBETAS_{ij}$ adalah kasus yang memiliki $DFBETAS_{ij} > \pm\frac{2}{\sqrt{n}}$.

Penduga Welsch adalah salah satu pembobot dalam regresi robust metode estimasi-M. Fungsi Welsch dinyatakan sebagai berikut:

$$\rho(u) = \frac{c}{2}\left[1 - \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right)\right] \tag{5}$$

Fungsi pembobot Welsch dinyatakan sebagai berikut:

$$W(u) = \frac{\psi(u)}{u} = \frac{u\left[\exp(-\left(\frac{u}{c}\right)^2)\right]}{u} = \left[\exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right)\right] \tag{6}$$

Dimana $\psi(u)$ merupakan turunan parsial dari fungsi welsch terhadap $u$ serta $c = 2{,}9846$.

## METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini merupakan penelitian terapan dengan pendekatan kuantitatif yaitu dengan mengambil atau mengumpulkan data yang diperlukan dan menganalisisnya menggunakan regresi robust pembobot welsch.

**Prosedur pelaksanaan Penelitian**

1. Melakukan estimasi regresi dengan metode kuadrat terkecil.
2. Melakukan uji asumsi klasik terhadap data.
3. Mendeteksi pencilan dengan menggunakan metode grafis, boxplot, Studentized Residual, Laverage Values, DfFITS dan DfBETA(s)

4. Melakukan estimasi regresi dengan regresi robust menggunakan pembobot welsch, dengan cara sebagai berikut:
   a. Menentukan parameter $\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_n$ dengan metode kuadrat terkecil.
   b. Menentukan vektor sisaan $\varepsilon_i = Y - \widehat{Y_i}$
   c. Menentukan fungsi bobot $u_i = \frac{\varepsilon_i}{s} = \frac{Y - X\beta}{s}$ dengan
   $$s = \frac{median\,|\varepsilon_i - median(\varepsilon_i)|}{0{,}6745}$$
   d. Menentukan matriks pembobot $W = \left[\exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right)\right]$
   $$W = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & w_1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & w_n \end{bmatrix}$$
   e. Menghitung nilai parameter $\hat{\beta}$, dengan $\hat{\beta} = (X'WX)^{-1}(X'WY)$
   f. Mengulangi langkah b sampai e agar diperoeh nilai $\hat{\beta}_{q+1}$ yang konvergen atau sama dengan$\hat{\beta}_q$.
   g. Setelah memperoleh nilai $\hat{\beta}_{q+1}$ yang konvergen maka akan di uji signifikansi apakah model tersebut sesuai.

## HASIL PENELITIAN

Sebelum memperoleh suatu model regresi linear dengan estimasi M, pada pembahasan ini akan dibahas terlebih dahulu mengenai estimasi M, kemudian mengidentifikasi adanya pencilan dari data yang telah dikumpulkan. Selanjutnya, dari studi kasus diperoleh suatu data yang digunakan untuk mendapatkan model regresi yang tepat. Studi kasus yang digunakan adalah produksi jagung di Sulawesi Selatan tahun 2015.

### A. Estimasi-M

Salah satu metode estimasi regresi robust yang paling luas digunakan adalah Estimasi-M, yang diperkenalkan oleh Huber dan merupakan pendekatan yang paling sederhana baik secara teori maupun perhitungan (Indarto, 2016). Estimasi-M meminimalisasi fungsi $\rho$ yang merupakan fungsi dari sisaan dengan fungsi obyektif sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = \sum_{i=1}^{n} \rho\left(Y_i - \sum_{i=1}^{k} X_{ij}\beta_j\right) \qquad (7)$$

Misalkan $\psi = \rho'$ dengan $\psi$ merupakan turunan dari $\rho$. Untuk meminimumkan fungsi objektif, maka fungsi objektif akan diturunkan terhadap $\beta_j, j = 0,1,\ldots,k$, maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\psi\left(y_i - \sum_{i=1}^{k} x_{ij}\beta_j\right) = 0 \qquad (8)$$

$\psi$ merupakan fungsi influence yang digunakan dalam memperoleh bobot (weight). Dengan pembobot $w_i = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i}$ dimana $\varepsilon_i$ merupakan residual yang distandarkan, maka persamaannya menjadi:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}w_i\left(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j\right) = 0 \qquad j = 0,1,\ldots,k \qquad (9)$$

Estimasi koefisien regresi dengan estimasi-M dilakukan dengan estimasi kuadrat terkecil dengan pembobot iteratif. Prosedur estimasi-M ini membutuhkan proses iteratif yang mana $w_i$

akan berubah tiap iterasinya sehingga diperoleh $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$. Dengan $p = k + 1$ adalah jumlah parameter yang akan diestimasi, persamaan (4.3) menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} w_i^{(0)} y_i - \left( \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{k} x_{ij} w_i^{(0)} \hat{\beta}_j^{(0)} \right) = 0 \qquad j = 0,1,\dots,k \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{k} x_{ij} w_i^{(0)} \hat{\beta}_j^{(0)} = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} w_i^{(0)} y_i \tag{11}$$

dalam notasi matriks, persamaan (11) menjadi

$$X'W_0X\beta = X'W_0Y \tag{12}$$

$$\beta = (X'W_0X)^{-1}(X'W_0Y)$$

dengan $W$ adalah matriks diagonal $n \times n$ dari "bobot" dengan elemen-elemen diagonal $w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \dots, w_n^{(0)}$.

Dalam penelitian ini $W$ menggunakan pembobot Welsch. Fungsi Welsch dinyatakan sebagai berikut:

$$\rho(u) = \frac{c}{2}\left[1 - \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right)\right] \tag{13}$$

Fungsi pembobot Welsch dinyatakan sebagai berikut:

$$W(u) = \frac{\psi(u)}{u} = \frac{u\left[\exp(-\left(\frac{u}{c}\right)^2)\right]}{u} = \left[\exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right)\right] \tag{14}$$

Sebelum dilakukan estimasi regresi robust dengan pembobot welsch, terlebih dahulu dilakukan estimasi dengan metode kuadrat terkecil, kemudian dilakukan pengujian untuk mengetahui apakah model regresi memenuhi asumsi atau tidak. Hasil uji asumsi menunjukkan bahwa data tidak berdistribusi normal serta terdapat masalah heterokedastisitas. Oleh karena itu, perlu dilakukan identifikasi pencilan untuk mengetahui observasi yang merupakan pencilan.

**TABEL 4.6** Nilai *leverage*, *studentized residual*, dan *DFFITS*

| **No.** | ***Leverage Value*** | ***Studentized residual*** | ***DFFITS*** |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,217148 | 1,4979 | 0,79377 |
| 2 | 0,164489 | -2,2093 | -1,05953 |
| 3 | 0,075038 | 0,7601 | 0,20920 |
| 4 | 0,253853 | 1,6391 | 0,97293 |
| 5 | 0,067883 | 0,4124 | 0,10653 |
| 6 | 0,181922 | 0,5467 | 0,24751 |
| 7 | 0,100253 | 0,7315 | 0,23570 |
| 8 | 0,088895 | 0,7546 | 0,22769 |
| 9 | 0,064033 | 0,0896 | 0,02235 |
| 10 | 0,067250 | -0,0760 | -0,01946 |
| 11 | 0,348288 | 0,8613 | 0,61075 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 0,115821 | -0,0404 | -0,01395 |
| 13 | 0,209551 | -3,2144 | -2,16689 |
| 14 | 0,043652 | 0,0674 | 0,01374 |
| 15 | 0,130059 | 0,4220 | 0,15622 |
| 16 | 0,046908 | 0,0288 | 0,00610 |
| 17 | 0,069294 | 0,4623 | 0,12086 |
| 18 | 0,091233 | -0,5393 | -0,16402 |
| 19 | 0,057590 | -0,0758 | -0,01786 |
| 20 | 0,178479 | -0,9223 | -0,41806 |
| 21 | 0,127312 | -0,9114 | -0,33836 |
| 22 | 0,067965 | 0,3006 | 0,07756 |
| 23 | 0,075448 | 0,5626 | 0,15434 |
| 24 | 0,157636 | -1,1574 | -0,49263 |

Berdasarkan hasil perhitungan terhadap data amatan diperoleh bahwa data ke-1, 2, 4, 11 dan 13 merupakan pencilan.

Berdasarkan hasil identifikasi data pencilan, diketahui bahwa terdapat beberapa observasi yang merupakan pencilan. Data pencilan tersebut tidak boleh dibuang begitu saja karena akan mempengaruhi model prediksi serta menghasilkan estimasi parameter yang kurang tepat. Untuk menyelesaikan masalah tersebut digunakan metode regresi robust dengan pembobot welsch.

A.1. Model Regresi Robust Pembobot Welsch

Karena asumsi kenormalan dan asumsi heterokedastisitas tidak terpenuhi, maka dilakukan estimasi model regresi linear dengan estimasi M dengan pembobot Welsch. Proses perhitungan estimasi M dengan pembobot Welsch dimulai dengan menentukan estimasi awal koefisien regresi, yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil yaitu:

$$Y_i = -51910 + 5{,}25\, X_1 + 977\, X_2$$

Dengan menggunakan hasil estimasi dari metode kuadrat terkecil tersebut akan diperoleh nilai $\hat{Y}_i$ dan nilai residualnya, $\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$, kemudian diolah dengan menggunakan software Matlab sehingga diperoleh nilai $y, \hat{y}_1, \varepsilon_1, u_1$, dan $w_1$ pada iterasi pertama yang dapat dilihat pada tabel 4.8.

**TABEL 4.8** Nilai $y, \hat{y}_1, \varepsilon_1, u_1$, dan $w_1$

| No. | $y$ | $\hat{y}_1$ | $\varepsilon_1$ | $u_1$ | $w_1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8562 | -6420 | 14983,647 | 2,0841 | 0,6141 |
| 2 | 102824 | 125650 | -22829,991 | -3,1755 | 0,3224 |
| 3 | 138915 | 130650 | 8264,9443 | 1,1496 | 0,8621 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 271074 | 255070 | 16006,993 | 2,2265 | 0,5732 |
| 5 | 18051 | 13550 | 4501,6434 | 0,6261 | 0,9569 |
| 6 | 224079 | 218490 | 5590,5197 | 0,7776 | 0,9344 |
| 7 | 13340 | 5500 | 7844,627 | 1,0911 | 0,8749 |
| 8 | 5483 | -2660 | 8142,4609 | 1,1326 | 0,8659 |
| 9 | 3564 | 2580 | 980,17794 | 0,1363 | 0,9979 |
| 10 | 2682 | 3510 | -829,85638 | -0,1154 | 0,9985 |
| 11 | 290960 | 283100 | 7861,0886 | 1,0934 | 0,8744 |
| 12 | 41127 | 41560 | -429,6224 | -0,0598 | 0,9996 |
| 13 | 133369 | 165680 | -32309,004 | -4,4940 | 0,1036 |
| 14 | 58634 | 57890 | 745,66262 | 0,1037 | 0,9988 |
| 15 | 83169 | 78720 | 4450,1888 | 0,6190 | 0,9579 |
| 16 | 44604 | 44290 | 318,31071 | 0,0443 | 0,9998 |
| 17 | 10408 | 5370 | 5042,0718 | 0,7013 | 0,9463 |
| 18 | 5099 | 10910 | -5812,3976 | -0,8085 | 0,9293 |
| 19 | 36309 | 37140 | -831,68056 | -0,1157 | 0,9985 |
| 20 | 24775 | 34230 | -9451,0799 | -1,3146 | 0,8237 |
| 21 | 4562 | 14190 | -9625,4911 | -1,3388 | 0,8177 |
| 22 | 45 | -3240 | 3281,136 | 0,4564 | 0,9769 |
| 23 | 2097 | -4020 | 6115,2124 | 0,8506 | 0,9220 |
| 24 | 4737 | 16750 | -12009,56 | -1,6704 | 0,7311 |

Dari tabel 4.8, disusun matriks pembobot berupa matriks diagonal dengan elemen diagonalnya adalah $w_1$. Kemudian mencari nilai $\hat{\beta}$ dengan menggunakan persamaan 2.24, sehingga diperoleh nilai estimasi parameter yaitu:

$$\hat{\beta}_{(1)} = \begin{pmatrix} -35076 \\ 5 \\ 655 \end{pmatrix}.$$

Iterasi berlanjut hingga memperoleh $\hat{\beta}$ yang konvergen atau sama dengan iterasi sebelumnya. Proses iterasi berhenti pada iterasi ke-12 karena nilai $\hat{\beta}$ yang baru sama dengan sebelumnya.

**TABEL 4.10** Hasil estimasi parameter pada tiap iterasi

| Iterasi | $\widehat{\beta_0}$ | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_2$ |
|---|---|---|---|
| MKT | -51910 | 5 | 977 |
| Iterasi 1 | -35076 | 5 | 655 |
| Iterasi 2 | -24408 | 6 | 451 |
| Iterasi 3 | -19733 | 6 | 363 |
| Iterasi 4 | -16396 | 6 | 299 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Iterasi 5 | -14454 | 6 | 261 |
| Iterasi 6 | -13722 | 6 | 246 |
| Iterasi 7 | -13287 | 6 | 237 |
| Iterasi 8 | -13147 | 6 | 234 |
| Iterasi 9 | -13138 | 6 | 234 |
| Iterasi 10 | -13140 | 6 | 234 |
| Iterasi 11 | -13141 | 6 | 234 |
| Iterasi 12 | -13141 | 6 | 234 |

Berdasarkan data pada tabel 4.10, terlihat bahwa selisih nilai estimasi parameter pada iterasi ke-11 dan ke-12 sudah sama dengan nol sehingga peneliti tidak perlu melakukan perhitungan pada iterasi berikutnya. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi parameter telah konvergen, sehingga diperoleh model regresi robust dengan estimasi M, yaitu:

$$Y_i = -13141 + 6\,X_1 + 234\,X_2$$

A.2. Uji model regresi linear pada regresi robust dengan pembobot Welsch.

a. Pengujian Hipotesis Serentak

1) Formulasi Hipotesis
   $H_0 :\ \beta_1 =\ \beta_2 = 0$
2) Menentukan taraf nyata $(\alpha)$ dan nilai F tabel
   Taraf $(\alpha = 0{,}05)$ dan nilai F tabel ditentukan dengan derajat bebas $v1 = k = 2$ dan $v2 = n - k - 1 = 24 - 2 - 1 = 21$.
   $$F\alpha(v1)(v2) = F0{,}05(2)(21) = 3{,}47$$
3) Menentukan kriteria pengujian
   $H_0$ diterima jika $F_{hitung} \leq 3{,}47$
   $H_0$ ditolak jika $F_{hitung} > 3{,}47$
4) Nilai statistik uji
   $$F_{hitung} = \frac{MSR}{MSE} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} w_i(\hat{y}_i - \bar{y})^2\right]/(k)}{\left[\left[\sum_{i=1}^{n} w_i(y_i - \hat{y}_i)^2\right]/(n-k-1)\right]}$$
   $$F_{hitung} = \frac{1{,}50883\text{E} + 11/2}{840486154{,}4/21}$$
   $$F_{hitung} = \frac{75441637568}{40023150{,}21}$$
   $$F_{hitung} = 1884{,}95$$
5) kesimpulan

Karena nilai $F$ hitung = 1884,95 jauh lebih besar dari nilai $F$ tabel = 3,47, kita menolak $H_0$ atau menerima $H_1$. Jadi,disimpulkan bahwa sekurang-kurangnya satu nilai $\beta$ tidak sama dengan 0. Hal ini berarti bahwa persamaan regresi tersebut signifikan, artinya kedua peubah bebas, yaitu luas panen dan produktivitas jagung secara bersama-sama merupakan peubah peramal yang baik dalam menaksir jumlah produksi jagung.

## PENUTUP

### A. Kesimpulan

Penyelesaian parameter-parameter dalam regresi robust menggunakan metode estimasi M. Penduga parameter pada regresi Robust adalah:

$$\beta = (X'W_0X)^{-1}(X'W_0Y)$$

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa melalui regresi linear robust dengan estimasi M diperoleh suatu estimasi parameter regresi yang konvergen tanpa harus membuang pengamatan yang mengandung pencilan. Hal ini berarti regresi linear robust dengan estimasi M dapat digunakan untuk mengatasi suatu data yang mengandung pencilan. Dari model regresi robust diperoleh suatu suatu model regresi robust dengan persamaan:

$$Y_i = -13141 + 6\,X_1 + 234\,X_2$$

## B. Saran

Pada penelitian ini, peneliti hanya menggunakan estimasi M untuk mengatasi adanya pencilan dalam data amatan, sehingga untuk penelitian selanjutnya disarankan dapat meggunakan metode estimasi robust yang lain, seperti estimasi S, Least Trimmeed of Squares (LTS), Least Median of Square (LMS) dan estimasi Methode of Moment (MM), untuk mengetahui perbedaan hasil estimasi parameter yang diberikan dan efektivitasnnya dalam mengatasi masalah pencilan dalam pemodelan regresi linear berganda.

## DAFTAR PUSTAKA


Hasan, Iqbal. 2001. *Pokok-Pokok Materi Statistik 1* (*Statistik Deskriptif*). Edisi kedua. Jakarta: Bumi Aksara.

Hisani, N. & Cahyandari, R. 2012. Model Regresi Linier Berganda Menggunakan Penaksir Parameter Regresi Robust M-Estimator. *Edisi Juli 2012 Volume VI No. 1-2.*

Indarto,Tiar. 2016. *Makalah Analisis Regresi Terapan*. Bogor. Institut Pertanian Bogor.

Karra, Muslimin. 2013. *Statistik Ekonomi*. Makassar: Alauddin University Press.

Kazmier, L. J. 2004. *Statistik Untuk Bisnis*. Jakarta: Penerbit Erlangga

Kurniawan, Eko. 2011. *Regresi Robust dengan Estimasi MM* (*Method of Moment*). [Skripsi]. Tidak dipublikasikan. UIN Sunan Kalijaga.

Myers, R. H., 1990, *Classical and Modern Regression with Aplication*, PWS-KENT, Boston, dalam Putri, N. A, 2009. Studi Komparatif Metode Kuadrat Terkecil dengan Metode Regresi Robust Pembobot Welsch pada Data yang Mengandung Pencilan. *Jurnal Matematika UNAND. Vol. 2 No. 4 Hal. 18-26.*

Paludi, Salman. 2009. Identifikasi dan Pengaruh Keberadaan Data Pencilan (Outlier) (Studi Kasus Jumlah Kunjungan Wisman dan Pengunjung Asing ke Indonesia Melalui Pintu Masuk Makasar Antara Bulan Januari 2007 s.d. Juli 2008). *Majalah Ilmiah Panorama Nusantara, edisi VI.*

Sungkawa, Iwa. 2009. Pendeteksian Pencilan (Outlier) dan Residual Pada Regresi Linear. *Jurnal Informatika Pertanian Volume 18 No. 2*.

Tiro, M. A. 2000. *Analisis Korelasi dan Regresi*. Edisi pertama. Makassar: Makassar State University Press.

Tiro, M. A. 2010. *Analisis Korelasi dan Regresi*. Edisi ketiga. Makassar: Andira Publisher.