

## MODELO MATEMÁTICO PARA CURVAS DE PRODUÇÃO DE OVOS

Flávio Bello Fialho<sup>1</sup>  
Mônica Corrêa Ledur<sup>2</sup>

O uso de modelos matemáticos para estimar curvas de produção de ovos com precisão é de grande importância para a pesquisa e produção de aves. Esses modelos permitem a comparação de diferentes curvas, previsão da produção total usando registros parciais e permitem uma análise mais detalhada do ciclo de produção de ovos.

A maioria dos modelos existentes estimam parâmetros de difícil interpretação direta por produtores e técnicos. Parâmetros com significado prático são desejáveis, pois facilitam o uso mais geral de um modelo. O presente trabalho apresenta um modelo de curva de produção de ovos baseado em parâmetros de fácil interpretação prática.

O modelo divide a curva de produção em três segmentos, conforme a Figura 1. No primeiro, antes do início da postura, a produção é zero. Entre o início da postura e o pico de produção, a curva é representada por uma função cúbica crescente. No terceiro segmento, após o pico, a produção sofre um decréscimo linear. O modelo é representado pelo conjunto de equações:

$$\begin{aligned} Y &= 0 && \text{para } x < x_o && \text{(Segmento I)} \\ Y &= a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 && \text{para } x_o \leq x < x_p && \text{(Segmento II)} \\ Y &= b_0 + b_1 \cdot x && \text{para } x_p \leq x && \text{(Segmento III)} \end{aligned}$$

onde  $Y$  é o nível de produção, em ovos/ave/dia,  $x$  é a idade da ave, em semanas, e  $x_o$  e  $x_p$  são as idades no início e pico da produção.

O modelo, na forma acima, possui oito parâmetros, sendo apenas  $x_o$  e  $x_p$  de fácil interpretação. Para reduzir o número de parâmetros, impôs-se as seguintes restrições:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 \cdot x_o + a_2 \cdot x_o^2 + a_3 \cdot x_o^3 &= 0 \\ a_0 + a_1 \cdot x_p + a_2 \cdot x_p^2 + a_3 \cdot x_p^3 &= b_0 + b_1 \cdot x_p \\ a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_o + 3 \cdot a_3 \cdot x_o^2 &= 0 \\ a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_p + 3 \cdot a_3 \cdot x_p^2 &= 0 \end{aligned}$$

As duas primeiras equações impõem que a curva seja contínua nas transições entre os segmentos I e II e entre os segmentos II e III. As duas últimas impõem que a declividade da curva do segmento II seja zero no início e pico de postura. Cada equação elimina um dos parâmetros do modelo, de modo que o modelo passa a ter quatro parâmetros após as restrições.

<sup>1</sup>Eng. Agro., Ph.D., pesquisador da Embrapa Suínos e Aves

<sup>2</sup>Zootecnista, Ph.D., pesquisadora da Embrapa Suínos e Aves

Para que os parâmetros do modelo sejam de interpretação mais simples, foram definidos três novos parâmetros:  $P$ ,  $s$  e  $t$ , onde

$$P = a_0 + a_1 \cdot x_p + a_2 \cdot x_p^2 + a_3 \cdot x_p^3 = b_0 + b_1 \cdot x_p$$

é o nível de produção no pico de postura,

$$s = -b_1$$

é a taxa de decréscimo na produção após o pico e

$$t = x_p - x_o$$

é o tempo entre o início e o pico de postura.

Após a imposição das restrições e reparametrização, o modelo pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} Y &= 0 && \text{para } x < x_p - t \\ Y &= P - 3 \cdot P \cdot \left(\frac{x_p - x}{t}\right)^2 + 2 \cdot P \cdot \left(\frac{x_p - x}{t}\right)^3 && \text{para } x_p - t \leq x < x_p \\ Y &= P - s \cdot (x - x_p) && \text{para } x_p \leq x \end{aligned}$$

onde  $x_p$  é a idade das aves, em semanas, no momento do pico de produção,  $P$  é o nível de produção no pico, em porcentagem,  $s$  é a taxa de decréscimo semanal na produção após o pico, em porcentagem por semana, e  $t$  é o tempo entre o início da postura e o pico de produção, em semanas, conforme a Figura 1.

Existem vários métodos descritos na literatura para estimar os parâmetros de modelos não-lineares (Newton, Gauss-Newton, Marquardt, etc.). Qualquer um deles pode ser utilizado para estimar os parâmetros do modelo acima. Um dos muitos livros a respeito do assunto foi escrito por Souza (1998) e publicado pela Embrapa.

O parâmetro  $s$  está relacionado com a persistência de postura, pois um alto valor de  $s$  significa que a postura diminui rapidamente após o pico, enquanto que um baixo valor de  $s$  indica boa persistência. O parâmetro  $t$  está relacionado com a uniformidade do lote, pois um tempo pequeno entre o início e o pico da postura significa que as aves iniciaram a postura mais ou menos juntas, ao passo que um tempo maior (alto valor de  $t$ ) indica desuniformidade da idade à maturidade sexual. A interpretação dos parâmetros  $x_p$  e  $P$  é óbvia, visto que representam a idade e o nível de postura no pico de produção.

A produção acumulada de ovos ( $A$ ) até uma determinada idade  $x$  pode ser estimada pela área sob a curva, sendo que  $A$  é igual a zero antes do início da postura,

$$A = \frac{7 \cdot P \cdot \left( x - x_p + \frac{t}{2} + \frac{(x_p - x)^3}{t^2} - \frac{(x_p - x)^4}{2 \cdot t^3} \right)}{100\%}$$

entre o início e o pico da postura e

$$A = \frac{7 \cdot P \cdot \left( x - x_p + \frac{t}{2} \right) - \frac{s \cdot (x - x_p)^2}{2}}{100\%}$$

após o pico da postura.

O modelo proposto apresenta parâmetros de fácil interpretação, podendo ser utilizado em situações práticas por técnicos, tanto na pesquisa quanto na produção. Alguns exemplos de aplicações do modelo incluem o planejamento da venda de ovos e substituições de lotes, comparação de curvas submetidas a diferentes tratamentos e predição da produção de ovos para seleção de aves.

## Referências Bibliográficas

SOUZA, G. S. *Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear*. Brasília: Embrapa-SPI / Embrapa-SEA. 1998. 505 p.

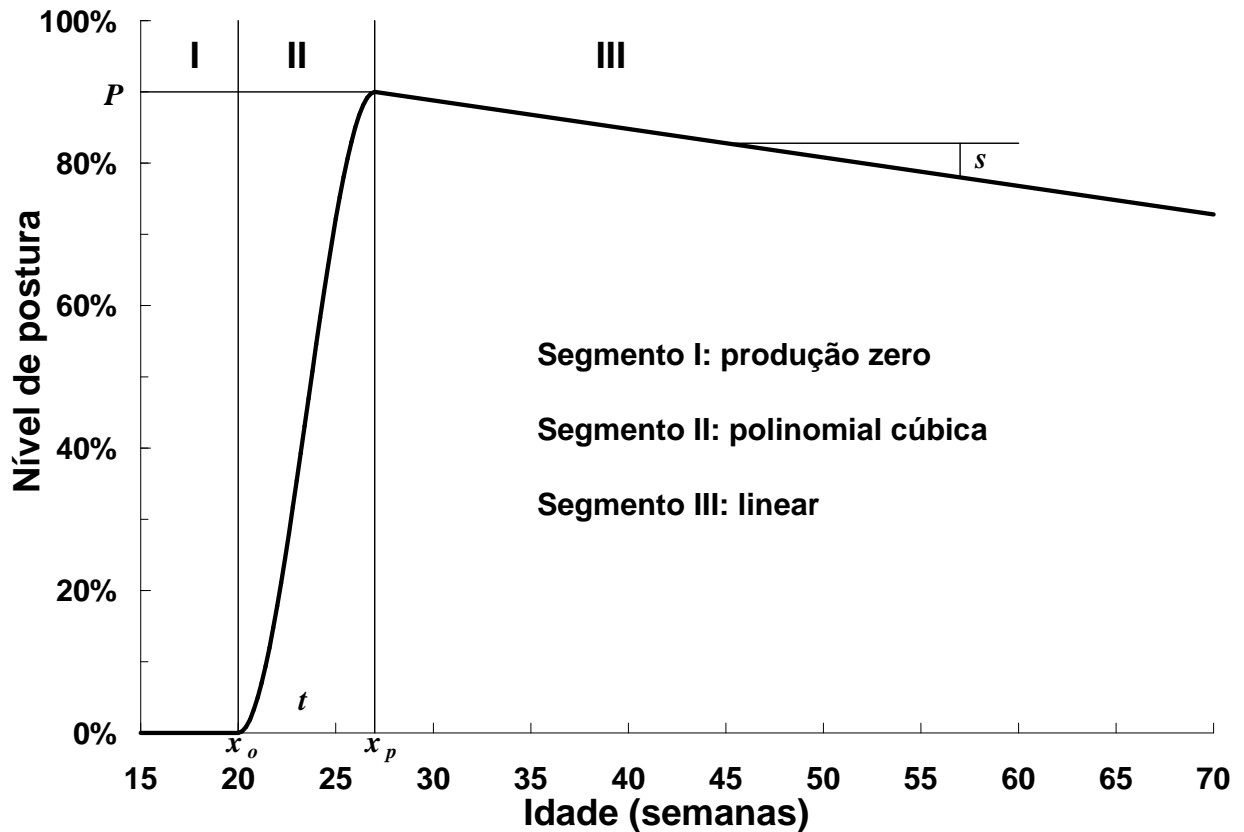


Figura 1 – Curva de produção de ovos e representação gráfica dos parâmetros do modelo:  $x_o$  = idade no início da postura (semanas),  $t$  = tempo do início ao pico de postura (semanas),  $x_p$  = idade no pico de postura (semanas),  $P$  = produção no pico de postura (%),  $s$  = decréscimo na produção após o pico (%/semana).