



**Filipa Ramos
Carvalho de Oliveira**

Otimização da distribuição de cargas na INDASA



**Filipa Ramos
Carvalho de Oliveira**

Otimização da distribuição de cargas na INDASA

Relatório de Estágio apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Matemática e Aplicações, realizada sob a orientação científica do Doutor Agostinho Miguel Mendes Agra, Professor auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro, e da Doutora Adelaide de Fátima Baptista Valente Freitas, Professora auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho à minha mãe e avó.

o júri / the jury

presidente / president

Prof. Doutor António Ferreira Pereira

Professor Auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

vogais / examiners committee

Prof. Doutora Ana Raquel Reis Couto Xambre

Professora Auxiliar do Departamento de Economia, Gestão, Engenharia Industrial e Turismo da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Agostinho Miguel Mendes Agra

Professor Auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro (orientador)

**agradecimentos /
acknowledgements**

Gostaria de agradecer a toda a minha família, em especial à minha mãe, que sempre acreditou em mim e me apoiou ao longo destes anos.

Agradeço ao Eng.º Nelson Santos da INDASA, empresa onde decorreu o meu estágio, pela oportunidade e pela orientação. A todos aqueles com que me cruzei na INDASA pela simpatia e apoio prestado ao longo destes meses.

Por fim queria agradecer ao Professor Agostinho Agra e à Professora Adelaide Freitas pela disponibilidade e ajuda prestados durante a realização deste trabalho.

Palavras Chave

Planeamento, Alocação de cargas, Programação Linear Inteira

Resumo

O presente relatório realizou-se no âmbito do estágio curricular do curso do Mestrado de Matemática e Aplicações, que decorreu na INDASA, empresa pertencente à indústria de abrasivos flexíveis, com o objetivo de desenvolver um instrumento de apoio ao planeamento da alocação de cargas no trabalho das diversas máquinas. Pretende-se garantir o equilíbrio do esforço das máquinas.

Este trabalho dividiu-se em duas fases. Na primeira fase procedeu-se a uma análise dos dados fornecidos pela empresa, com vista a identificar as variáveis de interesse a considerar no problema de otimização. Para esse efeito procedeu-se a um agrupamento dos tipos de lixa por tempos de processamento e a um estudo estatístico baseado na análise de caixas de bigodes construídas com recurso ao *software* estatístico *R*. Na segunda fase foram desenvolvidos vários modelos de Programação Linear Inteira, os quais foram resolvidos com recurso ao *Open Solver* tendo sido desenvolvida uma aplicação em Excel como ferramenta de apoio ao planeamento de alocação ótimo das cargas.

Keywords

Planning, Load Allocation, Integer Linear Programming

Abstract

This report was carried out as part of the Mathematics and Applications Masters course, and addresses a problem proposed by INDASA, a company belonging to the flexible abrasives industry, with the objective of developing an instrument to support the planning of workload allocation of the various machines. It is intended to ensure the balance of the machine efforts.

This work was divided into two phases. In the first phase, the data provided by the company was analyzed to identify the variables of interest to be considered in the optimization problem. For this purpose a grouping of the sandpaper types was carried out for processing times and a statistical study based on the analysis of boxplots constructed with the use of R Statistical Software. In the second phase, several Integer Linear Programming models were developed, which were solved using the Open Solver and an Excel application was developed as a tool to support optimal load allocation planning.

Conteúdo

Conteúdo	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
1 Introdução	1
2 Identidade acolhedora - INDASA	3
2.1 Apresentação da INDASA	3
2.2 Descrição do processo produtivo	4
2.2.1 Descrição do processo produtivo - Secção de Produção	4
2.2.2 Descrição do processo produtivo - Secção de Transformação	5
3 Descrição do problema	7
4 Análise Estatística	9
4.1 Organização dos dados	9
4.2 Análise estatística da velocidade média em metros por hora pelo tamanho do grão . .	11
4.3 Análise de caixas de bigodes comparativas	14
4.4 Grupos	15
5 Modelos Matemáticos Propostos	25
5.1 Horas Extra	25
5.2 Alocação às máquinas	27
5.2.1 Problema 1: Cargas indivisíveis	28
5.2.2 Problema 2: Cargas divisíveis	31
5.2.3 Problema 3: Cargas divisíveis ou indivisíveis	33
5.3 Ordenação nas máquinas	35
6 Resultados Obtidos	37

6.1	Semana de 30 Janeiro a 3 de Fevereiro de 2017	37
6.1.1	Resultados obtidos pela aplicação - Sem divisão de cargas	37
6.1.2	Resultados obtidos pela aplicação - Com divisão de cargas	39
6.1.3	Resultados obtidos pela INDASA	41
6.2	Semana de 27 Março a 31 de Março de 2017	43
6.2.1	Resultados obtidos pela aplicação - Sem divisão de cargas	43
6.2.2	Resultados obtidos pela aplicação - Com divisão de cargas	44
6.2.3	Resultados obtidos pela INDASA	46
6.3	Semana de 15 Maio a 19 de Maio de 2017	48
6.3.1	Resultados obtidos pela aplicação - Sem divisão de cargas	48
6.3.2	Resultados obtidos pela aplicação - Com divisão de cargas	50
6.3.3	Resultados obtidos pela INDASA	52
6.4	Comparação entre os resultados obtidos pela aplicação e o realizado pela INDASA . .	53
7	Conclusão	55
	Referências	57
	Anexo A: Código R	59
	Anexo B: Guião Excel	67

Lista de Figuras

4.1	Caixas de bigodes comparativas	14
4.2	Caixas de bigodes comparativas	15
4.3	Caixa de bigodes comparativas entre o fator grão para a variável velocidade média (m/h)	16
4.4	Gráfico de barras: Frequência absoluta do grão	16
4.5	Caixa de bigodes comparativas entre o fator grão para a variável velocidade média (m/h) colorida	18
4.6	Caixas de bigodes dos grupos do grão	19
4.7	Caixa de bigodes comparativas entre o fator lixa para a variável velocidade média (m/h)	20
4.8	Gráfico de barras: Frequência absoluta da lixa	20
4.9	Caixa de bigodes comparativas entre o fator lixa e a variável velocidade média (m/h) colorida	21
4.10	Caixas de bigodes entre os grupos da lixa para a variável velocidade média	22
4.11	Caixas de bigodes entre os grupos finais para a variável velocidade média	23
5.1	Planeamento de cargas semanal - Fases	25
1	Limpar dados	67
2	Inserir dados	68
3	Turnos disponíveis	68
4	Cargas alocadas a uma ou várias máquinas	69
5	Open Solver	70
6	Obter solução	71

Lista de Tabelas

4.1	Identificação do tamanho do grão	10
4.2	Estatísticas do grão	12
4.3	Estatísticas do grão	13
4.4	Frequência absoluta do grão	17
4.5	Estatísticas dos grupos do grão	19
4.6	Frequência absoluta da lixa	21
4.7	Estatísticas dos grupos da lixa	22
4.8	Estatísticas dos grupos finais	23
5.1	Dados referentes ao Exemplo 1	26
5.2	Dados referentes ao Exemplo 2	26
5.3	Resolução 1: Cada artigo pode ser alocado a mais que uma máquina	27
5.4	Resolução 2: Cada artigo só pode ser alocado a uma e só uma máquina	27
6.1	Turnos disponíveis na semana 5	37
6.2	Necessidade de horas extra na semana 5	38
6.3	Resultado obtido pela aplicação - Sem divisão de cargas, semana 5	39
6.4	Esforço obtido por cada máquina	39
6.5	Resultado obtido pela aplicação - Com divisão de cargas, semana 5	40
6.6	Esforço obtido por cada máquina	41
6.7	Resultado obtido pela INDASA na semana 5	42
6.8	Esforço obtido por cada máquina	42
6.9	Turnos disponíveis na semana 13	43
6.10	Necessidade de horas extra na semana 13	43
6.11	Resultado obtido pela aplicação - Sem divisão de cargas, semana 13	44
6.12	Esforço obtido por cada máquina	44
6.13	Resultado obtido pela aplicação - Com divisão de cargas, semana 13	45
6.14	Esforço obtido por cada máquina	46
6.15	Resultado obtido pela INDASA na semana 13	47

6.16	Esforço obtido por cada máquina	47
6.17	Turnos disponíveis na semana 20	48
6.18	Necessidade de horas extra na semana 20	48
6.19	Resultado obtido pela aplicação - Sem divisão de cargas, semana 20	49
6.20	Esforço obtido por cada máquina	49
6.21	Resultado obtido pela aplicação - Com divisão de cargas, semana 20	51
6.22	Esforço obtido por cada máquina	51
6.23	Resultado obtido pela INDASA na semana 20	53
6.24	Esforço obtido por cada máquina	53

Introdução

Esta dissertação consiste no relatório de estágio realizado na INDASA, empresa de abrasivos flexíveis. O problema resolvido durante o estágio curricular do curso de Mestrado de Matemática e Aplicações tem como objetivo o estudo de abordagens que permitem realizar a afetação das cargas de trabalho às máquinas de forma a equilibrar o esforço de cada máquina.

O problema proposto pela INDASA considera o esforço das máquinas de corte de bandas na secção da transformação. Como existem vários tipos de lixas com diferentes tipos de grão, o desgaste sofrido pela máquina varia de acordo com o tipo de lixa. O objetivo deste estágio consiste na elaboração de um algoritmo que equilibre ao máximo o esforço das máquinas para que estas tenham esforços e sofram desgastes semelhantes entre si.

Para uma melhor resolução deste problema dividiu-se o trabalho em duas partes. A primeira consiste numa análise estatística (exploratória) para estudar os tempos de corte de cada tipo de lixa. Na segunda parte é realizada a afetação das cargas às máquinas de corte de bandas.

Para poder ser feita a alocação de cargas foi necessário conhecer como as máquinas funcionam, nomeadamente os tempos de corte. Primeiramente considerou-se como um único artigo todos os produtos que tinham o mesmo tipo de lixa e tamanho de grão, sendo que o tempo de corte considerado para esse artigo foi a média de tempos de todos os cortes realizados ao longo de dois anos. Após terem sido obtidos todos os tempos, procedeu-se à sua análise, através de caixas de bigodes, de modo a agrupar os artigos com tempos médios próximos. Obtiveram-se assim oito grupos de tempos, os quais foram considerados na fase seguinte de afetação de cargas.

Na parte relativa à afetação de cargas começou-se por diferenciar o esforço de cada grupo de grão. De seguida dividiu-se esta parte da resolução do problema em três. Começa-se por calcular a necessidade de horas extra para a semana conforme as quantidades de corte exigidas para essa semana. Segue-se a afetação de cargas às máquinas, considerando o esforço e outras restrições das máquinas. Termina-se pela ordenação em que o semiacabado é cortado na máquina, pois o corte de cada máquina tem de começar no grão mais fino e terminar no

mais grosso.

A afetação de cargas foi feita através de uma modelação resolvida por um suplemento do Excel, *Open Solver*[1].

No fim desenvolveu-se uma base de dados no Excel, onde constam os grupos formados, as velocidades médias (em m/h) destes, os modelos apresentados com a resolução em *Open Solver*[2] e as macros que foram necessárias para ajudar na organização/apresentação dos resultados.

A presente dissertação encontra-se dividida em vários capítulos. Inicialmente descreve-se a identidade acolhedora, INDASA. Apresentando-se um pouco da sua história e de como é efetuado o seu produto. No capítulo seguinte é descrito o problema proposto e estudado ao longo do estágio. A seguir consideram-se os capítulos relativos à resolução do problema proposto. Começando-se com o capítulo da análise estatística, passando para o das modelações matemáticas para a afetação de cargas e, por fim, o capítulo dos resultados obtidos.

Identidade acolhedora - INDASA

‘Em cada camião que sai, em cada produto que chega aos mercados, nós também vamos lá dentro... vai um bocadinho de cada um de nós, do nosso trabalho.[3].’

- Fundador Benjamim Pinho dos Santos

2.1 APRESENTAÇÃO DA INDASA

Em 1979, na cidade de Aveiro, Benjamim Santos funda a INDASA com o intuito de produzir lixa especializando-se no mercado da repintura automóvel. Decorria o ano de 1981 quando ocorreu a primeira exportação e nasceu a marca própria *Rhyno*. Hoje em dia a INDASA é um dos líderes mundiais no mercado de abrasivos flexíveis, e a sua fábrica é considerada uma das mais modernas da Europa. Ao colaborar com universidades na investigação e no desenvolvimento interno de produtos, a INDASA tenta obter sempre soluções adaptadas a cada tipo de mercado e a ter sistemas de lixagem inovadores. Com o negócio a crescer ao longo dos tempos, e com o intuito de chegar a todos os mercados nascem as sete filiais nos lugares das suas maiores comercializações. A primeira filial a ser criada foi em Espanha no ano de 1988. No ano seguinte surgem mais duas, no Reino Unido e em França. Em 1994 nasce a filial na Alemanha, juntando-se, em 1998, o Brasil junta a estas quatro. Em 1999, para além da criação de mais duas filiais sediadas na Polónia e nos Estados Unidos da América a INDASA, adquire o capital da Luzostela. Hoje, 90% dos produtos são exportados para cerca de cem países (rede de parceiros e distribuidores). Apesar de focada no mercado da repintura automóvel, a INDASA tem uma vasta gama de produtos que abrangem vários mercados, tais como a construção naval e compósitos, madeiras, construção civil e decoração, construção metálica, entre outras. Para dar resposta à procura global da gama de produtos *Rhyno*, a INDASA tem em curso um programa de expansão da sua fábrica, tendo em vista a maximização da capacidade e da flexibilidade produtiva.

2.2 DESCRIÇÃO DO PROCESSO PRODUTIVO

Definição: A lixa é, por definição e de uma forma simplista, um material constituído por um suporte (papel ou tecido, entre outros) em cuja superfície foi colado material abrasivo. Utiliza-se, geralmente, para provocar abrasão nas superfícies que se pretendem trabalhar. A sua granulometria varia, segundo a norma FEPA (Federation of European Producers of Abrasives)[4], entre P12 e P6000, que corresponde ao número de grãos de areia (abrasivo) por centímetro quadrado de suporte, o que significa que quanto maior for a granulometria, mais fina será a lixa (menor será o risco provocado).



Na produção de lixa, a INDASA utiliza diversos suportes (vários tipos de papel, telas e filmes poliéster), vários abrasivos de características distintas e diversas resinas, adaptadas às aplicações respetivas. É da conjugação de todas estas matérias primas que surge a sua vasta gama de produtos.

A resina sintética é designada por aglutinante. Existe a resina base e a resina formulada, esta última tem como composição aditivos e pigmentos. A resina formulada é colocada sobre os abrasivos e a resina base antes da colocação dos abrasivos. Empregam-se catalisadores ou endurecedores em função da resina que se pretende utilizar no momento. Os abrasivos são produtos sintéticos, onde o seu tamanho varia entre o 36 e 2500. Os mais usados são à base de óxidos de alumínio, carbonetos silício e alumínio zircônio (zr).

2.2.1 Descrição do processo produtivo - Secção de Produção

1. Produção de Jumbos
2. Humidificação
3. Flexibilização
4. Produção de Estearato
5. Produção de velcro/espuma ou autocolante

1. Produção de Jumbos

A produção de jumbos tem início com o desbobinar do suporte. Após esse processo segue-se a aplicação da resina, aglutinante base, frequentemente chamada de primeira cola. Denomina-se assim pois mais tarde irá ser aplicada novamente resina, nesse caso o aglutinante formulado, segunda cola. Entre as duas camadas de resina é introduzida uma camada de abrasivos, colocados via eletrostático. Antes do processo de dispor a segunda cola sobre os abrasivos, o semiacabado é encaminhado para a estufa a qual pode denominar-se por canal de secagem, para assim a resina ser polimerizada. Terminada a polimerização ocorre a aplicação da segunda cola. Após a colocação da segunda cola o semiacabado segue novamente para a estufa neste caso o segundo canal de secagem,

para polimerizar a resina formulada. Antes do semiacabado seguir para armazém para entrar em quarentena e o processo de estabilização poder ser efetuado, irá ser bobinado para assim obter o semiacabado em jumbo, com dimensão 940 mm de largura e 850 mm de diâmetro.

2. Humidificação

Terminada a quarentena inicia-se o processo de humidificação, que consiste em repor a humidade do suporte retirada durante os períodos de polimerização das resinas. Finalizado este processo, o semiacabado irá seguir novamente para armazém e efetuar a estabilização.

3. Flexibilização

Concluída mais uma quarentena introduz-se a flexibilização da lixa, onde o objetivo é quebrar a resina em alguns ângulos definidos. Essa flexibilização é efetuada a 90° e aos 45° opostos, encaminhando-se de volta para o armazém, para novo período de estabilização. Finalizada a quarentena, a lixa pode seguir dois caminhos, continuar na secção de produção, ou então prosseguir para a secção de transformação. Para a transformação seguem as lixas '*plain*' a húmido e as a seco sem estearato, as restantes permanecem na secção de produção.

4. Produção de Estearato

Estearato é a aplicação de lubrificante sobre o abrasivo, este substitui a água no caso da lixagem a seco. A sua aplicação é via húmido sendo depois seco ou fundido. Não sendo necessária a passagem à produção de velcro/espuma e autocolante significa que está pronto a seguir para a secção transformação.

5. Produção de velcro/espuma e autocolante

Por último encontra-se a produção de velcro/espuma e autocolante. Dada por terminada essa produção todos os semiacabados encontram-se prontos a avançar para a secção de transformação. As lixas que passam pela produção de velcro/espuma são '*grip*' e as de autocolante, '*sticks*'. Dá-se assim por terminado o processo de produção da lixa, seguindo a secção de transformação onde é efetuado o corte e a embalagem.

2.2.2 Descrição do processo produtivo - Secção de Transformação

Os semiacabados chegam da secção de produção prontos a ser transformados, sendo que podem seguir diferentes caminhos conforme o produto em que se vão tornar. Todos estes após serem cortados, ou seja, quando é obtido o produto final, seguem para serem embalados. Após serem embalados estão prontos a prosseguir para a expedição e assim chegar aos clientes. Os produtos finais que saem desta secção variam entre triângulos, cintas, discos, tiras, folhas e rolos.

Secção de Transformação - folhas e tiras

Antes de o corte ter início com o tamanho necessário para obter folhas ou tiras, a sua transformação começa pelo corte de bandas, onde a medida *standard* é 940 x 280 mm. No caso das tiras, a largura da banda pode variar entre 125 e 450 mm. De seguida, as bandas são encaminhadas para as guilhotinas, onde irá ser obtido o tamanho final. Existem várias medidas, especialmente nas tiras. A folha tem o tamanho *standard* de 230 x 280 mm, mas também existe a meia folha, um terço de folha e um quarto de folha. Quando é dado por terminado o trabalho nas guilhotinas pode ou não seguir para a furação. A folha no seu tamanho *standard* dirige-se diretamente para a embalagem, mas por exemplo a meia folha já pode conter furos. Nas tiras tem-se ambos os casos. Por último, as tiras e folhas vindas da furação seguem para a embalagem. Quando é dado por completo o trabalho na embalagem, folhas e tiras são encaminhadas para armazém indo depois para a secção de expedição.

Descrição do problema

O problema proposto pela INDASA centra-se na secção da transformação, mais especificamente nas máquinas de corte de bandas que dão origem às folhas e tiras. Primeiramente irá fazer-se a descrição do horário de trabalho e das restrições das máquinas e posteriormente irá ser descrito o modo como é efetuado o planeamento semanal.

O horário de trabalho dos operadores das máquinas de corte de bandas divide-se em dois: o horário geral e o de turnos. É considerado horário geral quando o trabalho é iniciado às 08h00 e terminado às 17h00 com 1h para almoço. Já no horário por turnos, são considerados dois turnos rotativos. O turno da ‘manhã’ começa às 08h00 e finda às 16h00, o turno da ‘tarde’ inicia-se às 16h00 e termina às 24h00. Tendo em conta os dois tipos de horários, toma-se como um dia de trabalho oito horas, as quais irão ser consideradas mais à frente como um turno.

As quantidades necessárias a produzir são determinadas pelo planeamento e são distribuídas semanalmente. Assim, considera-se que o prazo de entrega é o final da semana. As quantidades semanais a cortar de cada produto são entregues ao chefe de equipa. Este, após efetuar uma análise às cargas de trabalho, faz a respetiva distribuição pelas máquinas. Essa distribuição de cargas tem de considerar vários fatores, tais como, o número de máquinas que tem em funcionamento, a quantidade em média cortada num turno de cada produto, o tipo de material a ser cortado e as restrições relativas à operação de cada máquina.

Para o corte de bandas existem oito máquinas à disposição, não são todas iguais. Existe uma única máquina para o corte de tiras, que esta corta as bandas com largura entre 125 e 450 mm. O seu planeamento é realizado à parte do planeamento das restantes. Após o término do corte, verifica-se a sobra de tempo. Se existir tempo livre, este irá ser preenchido com o corte de bandas com tamanho 280 mm para obter como produto final folhas. Das restantes sete máquinas existem duas com restrição de granulometria, em que o grão tem de ser superior a 150. As restantes cinco máquinas são idênticas e não têm qualquer restrição de corte.

O número de máquinas a trabalhar não é constante. Podem estar as oito máquinas a laborar, ou então, haver máquinas paradas, existindo assim margem de manobra para lidar com avarias e com operações de manutenção das máquinas. Deste modo o dia de trabalho

projetado para a máquina não é perdido quando ocorrem avarias, pois o operador e o trabalho transitam para uma máquina que esteja disponível. O grosso do trabalho é efetuado até as 17h00, quando termina o horário geral. Até a essa hora encontram-se em funcionamento as máquinas com operadores a realizar o horário geral e o horário por turnos. A partir das 17h00 só existem os operadores que se encontram no turno das 16h00 às 24h00.

Ao ser efetuado o planeamento semanal da distribuição de trabalho por cada máquina, é preciso ter em consideração que cada uma corta em média 4000 metros num turno. A divisão de uma carga de trabalho por várias máquinas depende da quantidade pretendida e do respetivo tempo de corte. O mais usual é dividir o trabalho por mais que uma máquina apenas quando o tempo de corte é bastante superior a um turno. Para além da quantidade, é importante ter em atenção que quanto mais grosso o grão for, mais tempo o semiacabado demora a ser cortado, pois é exigido um esforço maior à máquina. Uma restrição importante que é preciso considerar quando é realizado o planeamento, é alternância de produto, e a ordem em que os semiacabados entram nas máquinas. O corte tem de se iniciar pelo grão mais pequeno (tamanho 2500) e ir aumentando (diminuir o tamanho, 36) à medida que se troca de produto. Isto acontece para maximizar o aproveitamento de lâminas, e evitar a contaminação que pode existir entre produtos. Esta contaminação acontece quando se soltam grãos do semiacabado no momento em que está a ser transformado em bandas, havendo o risco destes ficarem presos no produto que é cortado a seguir. Ao começar o trabalho com os grãos mais reduzidos e ir progressivamente aumentando, não se incorre no problema desse grão ficar no meio de outros maiores pois este não irá provocar danos na superfície a lixar, quando a lixa estiver a ser utilizada. Já no caso contrário, um grão consideravelmente mais grosso aos que constituem a lixa, provoca danos na superfície em que é utilizada a lixa, riscando assim o material.

Uma vez realizado o planeamento, são elaboradas as folhas de obra, as quais são distribuídas pelas máquinas. Com base nessas folhas de obra cada operador efetua o pedido de material e inicializa a linha. Antes de terminar o corte de um artigo é pedida a bobine que vai ser cortada a seguir o que faz com que não exista tempo de espera com a chegada do produto seguinte, pois este já se encontra à beira da máquina antes do início do seu corte. Quanto ao aproveitamento da lâmina, e como foi referido anteriormente, é útil cortar do mais fino para o mais grosso pois, garante melhor corte e, assim, melhor aproveitamento.

Antes de se iniciar o estudo do planeamento é preciso efetuar uma análise estatística (irá ser realizada no capítulo seguinte), para determinar os tempos e velocidades de corte. Este estudo será efetuado recorrendo ao *software* estatístico *R*[5]. Quanto ao planeamento, pretende-se otimizar a distribuição de cargas pelas máquinas de corte que, para além de ter em consideração o tempo de ocupação, considera o esforço que cada máquina realiza no corte dos produtos ao longo da semana, de modo a obter uma distribuição equilibrada.

Análise Estatística

4.1 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

A INDASA disponibilizou uma coleção de dados relativa a dois anos. As primeiras observações foram obtidas no dia 15 de Julho de 2014, e os últimos registos no dia 12 de Setembro de 2016. A base de dados fornecida é relativa a todas as máquinas de corte de bandas, onde se torna possível verificar consumos realizados por cada folha de obra e por cada artigo. O tempo de trabalho de cada máquina, numa determinada folha de obra, é fornecido através da hora de início e fim, sendo que também é possível verificar os tempos de paragem. A partir dos dados fornecidos, criou-se uma nova base de dados, com o objetivo de tornar mais acessível a realização da análise estatística pretendida. O primeiro passo na organização dos dados consistiu na identificação de cada artigo através de um código descritivo sequencial na forma: *armazém.lixa.forma.dimensão.grão.marca lixa.quantidade primária.quantidade secundária*. Na base de dados criada, os artigos ficam agrupados pelo código.

Não interessando as características *marca*, *quantidade primária* e *quantidade secundária*. Considerou-se apenas a primeira parte do código, *armazém.lixa.forma.dimensão.grão*. A parte relativa ao *armazém* irá ter o código com o número 2 para todos os artigos (estes ficam todos no mesmo armazém). A seguir apresenta-se o *tipo de lixa* (código com 3 dígitos), onde existem diversos códigos. Para saber a que corresponde cada número, apresenta-se a seguir uma lista com o respetivo código e a identificação da lixa.

- 201: Rhynowet plus
- 211: Rhynowet red
- 221: Rhynowet white
- 241: Rhynalox white
- 251: Rhynalox red
- 271: Rhynolite heavy
- 291: Rhynodry white
- 301: Rhynalox plus

- 311: Rhynalox plus
- 321: Rhynodry c white
- 331: Rhynodry red
- 361: Rhynodry plus red
- 381: Rhynowood
- 401: Rhynalox yellow
- 501: Rhynoblue
- 511: Rhynometal
- 581: Rhyno F/A

O ponto a seguir abordado no código de identificação de um artigo é a *forma*. Nesta parte do código ter-se-á o número 20 ou 30, conforme é considerado folha ou tira, respetivamente. Para o problema em causa só interessa as folhas, ou seja, só os artigos que na parte da forma tenham o código 20. A seguir encontra-se a *dimensão*, onde é definido o tamanho da folha e se tem ou não furação (quando nada indicado, significa sem furos).

- 00001: 230 x 280 - folha
- 00002: 115 x 280 - meia folha
- 00003: 230 x 90 - um terço de folha
- 00004: 115 x 140 - um quarto de folha
- 00005: 230 x 140 - meia folha
- 07002: 115 x 280 - meia folha, 10 furos

Por último, na identificação de um artigo está o *tamanho do grão*. Na tabela, a seguir apresentada, encontra-se a correspondência entre o tamanho do abrasivo e o respetivo código.

Nº do código	06	07	08	09	10	11	12	13
Tamanho	P 36	P 40	P 50	P 60	P 80	P 100	P 120	P 150
Nº do código	14	15	16	17	18	19	20	21
Tamanho	P 180	P 220	P 240	P 280	P 320	P 360	P 400	P 500
Nº do código	22	23	24	25	26	27	28	
Tamanho	P 600	P 800	P 1000	P 1200	P 1500	P 2000	P 2500	

Tabela 4.1: Identificação do tamanho do grão

Para a presente análise optou-se por agrupar os artigos, ou seja, um produto nesta base de dados pode corresponder a cinco na anterior desde que o tipo de lixa e o tamanho do grão sejam os mesmos. Por exemplo, para lixa com o código 201 e o grão com código 9, observaram-se dez artigos que foram condensados num único tendo sido tomada a média do tempo de corte. Para além da identificação dos artigos pelo seu código na base de dados, a identificação do código do artigo também está traduzido por extenso, ou seja, pelo nome que segue para o mercado.

Em cada artigo tem-se: informação relativa ao tempo em segundos, quantidade em metros, tempo médio em segundos por metro, velocidade média em metros por segundo, velocidade média em metros por hora, variação, percentagem variação, grão, suporte, gramagem e, por fim, lixa. O tempo, em segundos, é calculado tomando a hora de início e fim de cada folha de obra, somando os tempos (em segundos) correspondente a todas as folhas de obra de um determinado artigo. A quantidade em metros é calculada exatamente como o tempo em segundos, verificando-se o consumo de cada folha de obra juntando as que pertencem ao mesmo artigo, e contabilizando o total consumido em metros. O tempo médio em segundos, é dado pelo quociente entre o tempo em segundos e a quantidade em metros. A velocidade média em metros por segundo é o inverso do tempo médio, ou seja, o quociente entre a quantidade em metros e o tempo em segundos. Optou-se por passar a velocidade média em metros por segundo para metros por hora, para tornar a compreensão mais fácil e conseguir-se ter uma melhor percepção do que poderia ser cortado, por exemplo, num turno. O cálculo da variação é feito através da diferença entre 500 e a velocidade média em metros por hora. Utiliza-se 500 m/h para proceder ao cálculo da variação pois este é o valor médio teórico do que se corta no espaço de uma hora. O cálculo não foi efetuado em valor absoluto para ter-se a percepção do sinal, isto é do que foi cortado a mais ou menos que os 500 m/h, ou seja, existem valores negativos quando se corta mais do que os 500m/h. A percentagem da variação, tal como o próprio nome indica, é o valor da variação traduzido em percentagem. O grão é o tamanho do abrasivo. O suporte está dividido em seis categorias diferentes e dentro de cada um, podem existir gramagens diferentes, referindo-se a quatro tipos de papéis e dois de telas.

4.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA DA VELOCIDADE MÉDIA EM METROS POR HORA PELO TAMANHO DO GRÃO

O primeiro passo antes de realizar a análise dos dados é proceder a uma limpeza de observações que sejam consideradas erros. Para isso irá analisar-se os tempos relativos à velocidade média (em m/h), dentro do grupo tamanho do grão, a fim de verificar a existência de anomalias nesses tempos. A Tabela 4.2 contém os valores relativos ao mínimo, máximo, quartis, mediana e média. Os possíveis erros irão ser identificados através da interpretação real dos valores observados para o mínimo e o máximo.

Grão	Min	1°Q	Mediana	Média	3°Q	Máximo
6	77,96	108,70	141,20	153,50	186,00	253,70
7	78,61	165,20	188,80	213,80	282,70	340,30
8	149,80	184,50	219,20	214,50	246,90	274,60
9	144,00	253,00	304,30	303,80	373,40	424,80
10	64,35	299,80	372,20	344,70	449,20	476,30
11	66,64	218,10	399,90	340,00	471,40	494,50
12	199,00	340,50	451,40	407,20	494,50	583,60
13	46,61	228,40	363,00	365,80	505,30	537,60
14	204,00	314,30	445,20	411,30	512,20	564,80
15	33,39	261,10	467,00	393,20	538,50	609,00
16	18,25	214,90	367,70	329,80	464,70	526,20
17	65,02	161,00	375,30	321,80	459,40	504,30
18	166,90	217,90	431,40	389,70	536,40	562,20
19	65,31	318,40	497,30	397,30	510,70	531,50
20	200,60	274,10	531,50	457,20	576,30	747,30
21	343,10	382,10	424,20	436,60	486,60	552,40
22	375,00	457,00	521,20	499,70	552,50	582,30
23	275,20	468,60	543,80	488,80	554,00	602,20
24	263,10	355,60	436,80	433,90	552,00	561,70
25	310,00	429,90	481,10	443,90	495,10	503,30
26	297,70	425,50	553,30	470,40	556,70	560,10
27	368,90	469,50	570,20	510,00	580,50	590,90
28	454,00	455,30	456,60	456,60	457,80	459,10

Tabela 4.2: Estatísticas do grão

Quando é efetuada a análise dos resultados obtidos, verifica-se a possibilidade de existir valores que podem ser considerados observações incorretas, pois há uma discrepância entre estes e os restantes valores registados. Estas discrepâncias verificam-se nos mínimos obtidos nos grãos com o código 6, 7, 10, 11, 13, 15, 16, 17 e 19, e máximo para o grão com o código 20 (destacados na Tabela 4.2). É necessário efetuar uma análise a cada caso, pois os valores acima referenciados não podem simplesmente ser considerados erros só por diferenciarem-se dos restantes. Naqueles em que o tamanho do grão corresponde ao código 6, 7, 10 e 11 constata-se que estes pertencem todos ao mesmo tipo de lixa, neste caso 271, por isso não se elimina, pois iriam perder-se todos os valores para analisar a lixa 271.

Já quanto aos grãos identificados pelo código 13, 15 e 16, também correspondem a uma mesma lixa, neste caso à 331. Ao contrário do caso anterior, estes podem e irão ser eliminados, pois são bastantes baixos. Quando se elimina estes últimos continua a ser possível analisar a lixa 331, pois existem mais amostras desta lixa com outros tamanhos de grão. Relativamente aos resultados dos grãos com os códigos 17 e 19, tem-se que são casos iguais, mas em diferentes tipos de lixa. Neste caso é preciso analisar o tipo de lixa a que pertencem para assim estudar o tamanho do grão anterior e o seguinte a estes verificando-se se o valor obtido difere muito destes. Começando-se pelo código 17, este tem como valor mínimo 65.02 m/h que correspondem à velocidade média da lixa 581; analisando as observações individuais anterior e seguinte na base de dados, ou seja, 16 e 18, tem-se que a velocidade média é de 143 m/h e 167.8 m/h

respetivamente. Assim, considera-se o valor 65.02 m/h erro e descarta-se das observações. Passando para o grão 19, com uma velocidade de 65.31 m/h inserido na lixa 511, vem que o grão 18 tem uma velocidade média de 182.6 m/h e o 20 de 200.6 m/h; portanto, elimina-se o 19. Este tem um valor muito baixo em relação ao 18 e 20. Quando se passa à análise do grão com o código 20, o valor que pode vir a ser considerado erro, ao contrário dos outros, não é encontrado no mínimo mas sim no máximo; este encontra-se na observação relativa à lixa 401. Ao estudar-se os restantes valores dessa lixa verifica-se que este é mais alto que os restantes, passando-se assim à observação dos outros máximos, sendo que este continua a destacar-se, pelo que considera-se erro e elimina-se.

Terminado o processamento e limpeza da base de dados com a eliminação de dados considerados erro, passa-se a ter uma amostra de 176 observações em vez das 182 iniciais. Após esta eliminação de observações, calculam-se medidas descritivas associada à velocidade média (m/h) pelo grão, obtendo-se os resultados apresentados na Tabela 4.3.

Grão	Min	1°Q	Mediana	Média	3°Q	Máximo
6	77,96	108,70	141,20	153,50	186,00	253,70
7	78,61	165,20	188,80	213,80	282,70	340,30
8	149,80	184,50	219,20	214,50	246,90	274,60
9	144,00	253,00	304,30	303,80	373,40	424,80
10	64,35	299,80	372,20	344,70	449,20	476,30
11	66,64	218,10	399,90	340,00	471,40	494,50
12	199,00	340,50	451,40	407,20	494,50	583,60
13	176,30	298,10	420,30	392,40	508,90	537,60
14	204,00	314,30	445,20	411,30	512,20	564,80
15	180,40	277,00	533,30	425,90	540,10	609,00
16	143,90	247,60	381,60	358,10	476,10	526,20
17	109,20	274,00	422,70	350,30	464,00	504,30
18	166,90	217,90	431,40	389,70	536,40	562,20
19	194,20	425,90	502,40	444,70	516,40	531,50
20	200,60	241,60	495,70	425,00	575,70	582,20
21	343,10	382,10	424,20	436,60	486,60	552,40
22	375,00	457,00	521,20	499,70	552,50	582,30
23	275,20	468,60	543,80	488,80	554,00	602,20
24	263,10	355,60	436,80	433,90	552,00	561,70
25	310,00	429,90	481,10	443,90	495,10	503,30
26	297,70	425,50	553,30	470,40	556,70	560,10
27	368,90	469,50	570,20	510,00	580,50	590,90
28	454,00	455,30	456,60	456,60	457,80	459,10

Tabela 4.3: Estatísticas do grão

Da Tabela 4.3 com os novos resultados, verifica-se que houve uma subida nos valores que eram mínimos e foram considerados erros e o máximo desceu, percebendo-se que estes novos valores são mais próximos e parecidos com os restantes mínimos e máximos dos outros tamanhos de abrasivos.

4.3 ANÁLISE DE CAIXAS DE BIGODES COMPARATIVAS

Nesta parte do capítulo, efetuar-se-ão caixas de bigodes comparativas para diversas variáveis quantitativas em função das variáveis categorizadas: tamanho do grão, suporte e tipo de lixa. As variáveis quantitativas utilizadas foram: o tempo em segundos utilizado para cortar um determinado produto no espaço de tempo dos dados, a quantidade em metros que foi utilizada para cortar as bandas de um determinado artigo, o tempo médio em segundos por metro, a velocidade média em metros por hora que um determinado produto demora a ser cortado e, por fim, a variação. Assim foram obtidos quinze gráficos apresentados nas Figuras 4.1 e 4.2.

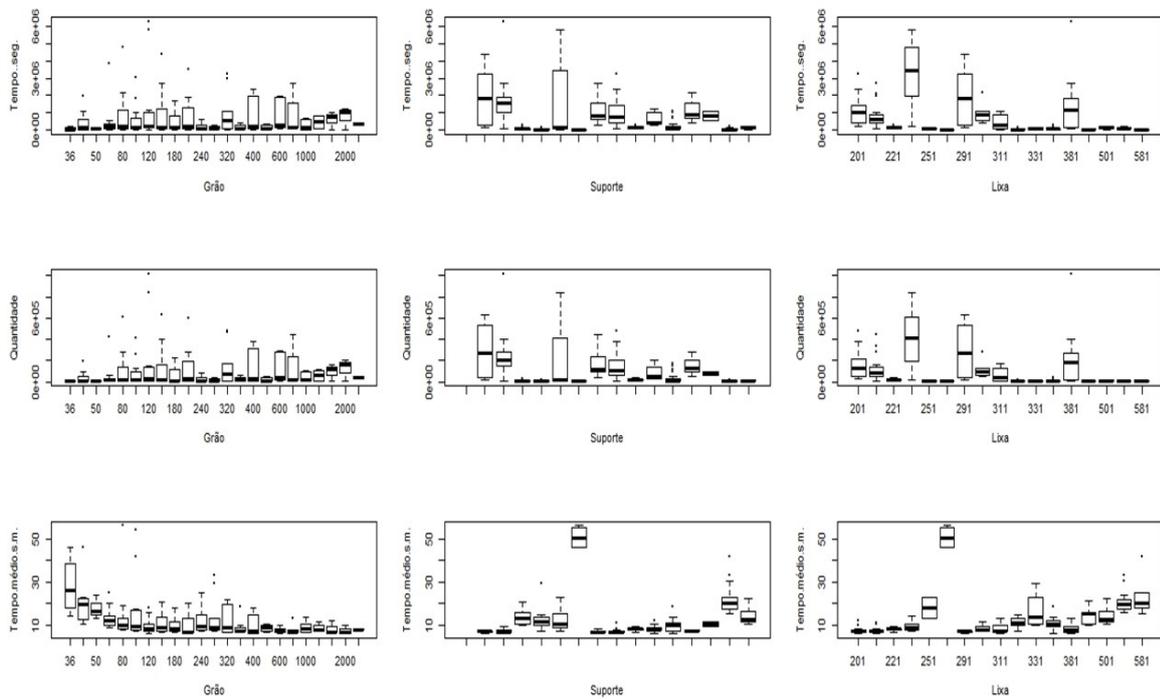


Figura 4.1: Caixas de bigodes comparativas

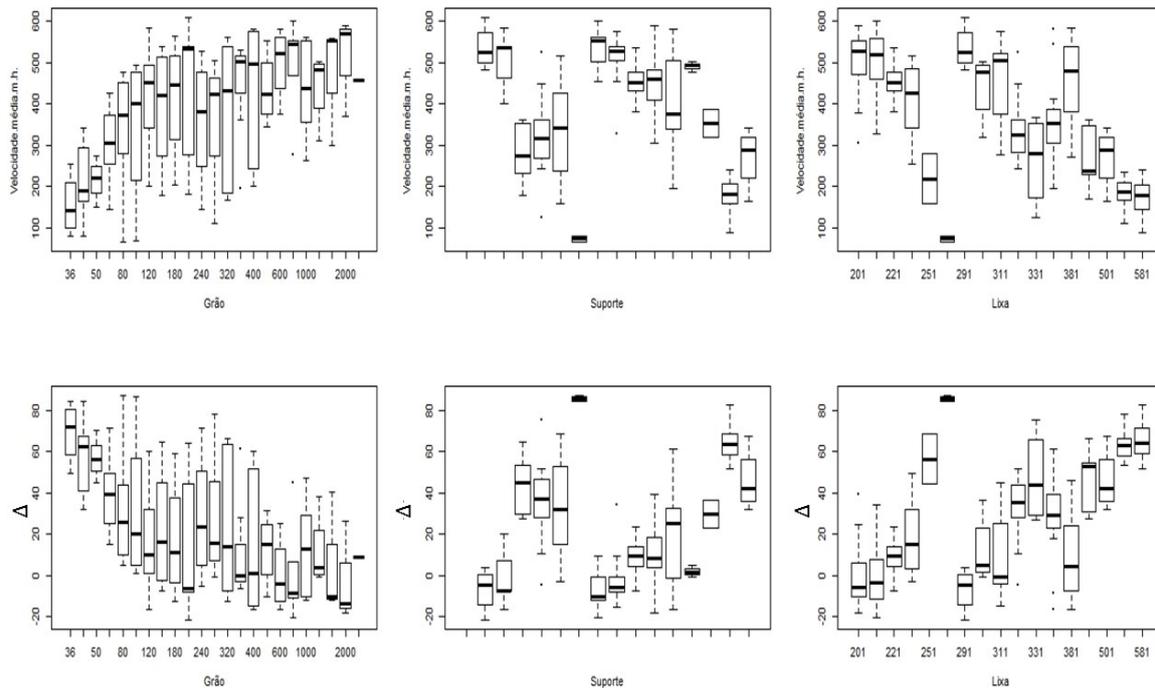


Figura 4.2: Caixas de bigodes comparativas

Da análise das caixas de bigodes comparativas apresentadas, verifica-se que a velocidade média (m/h) e a variação são simétricas, ou seja, nos mesmos fatores consegue-se obter entre elas o efeito espelho. Tomou-se a decisão de usar como fatores o tamanho do grão e o tipo de lixa, e como variável a velocidade média (m/h), após a observação dos gráficos obtidos. Como o suporte depende do tipo de lixa e do tamanho do grão então não é uma escolha para fator. A velocidade média (m/h) é escolhida como variável, pois é onde se verifica a possibilidade de haver grupos a dividir os fatores. Após esta escolha irá ser realizada uma análise mais detalhada das respectivas caixas de bigode comparativas, a fim de perceber quais os grupos que podem ser formados.

4.4 GRUPOS

Nesta secção, apresentar-se-ão gráficos de barras, para análise a distribuição dos dados por tamanho de grão e por tipo de lixa, ficando-se assim com acesso à informação de quantos valores estão representados em cada caixa de bigodes.

Começar-se-á por representar as caixas de bigodes (Figura 4.3) da variável velocidade média (m/h) e o gráfico de barras (Figura 4.4), ambos relativos ao fator grão.

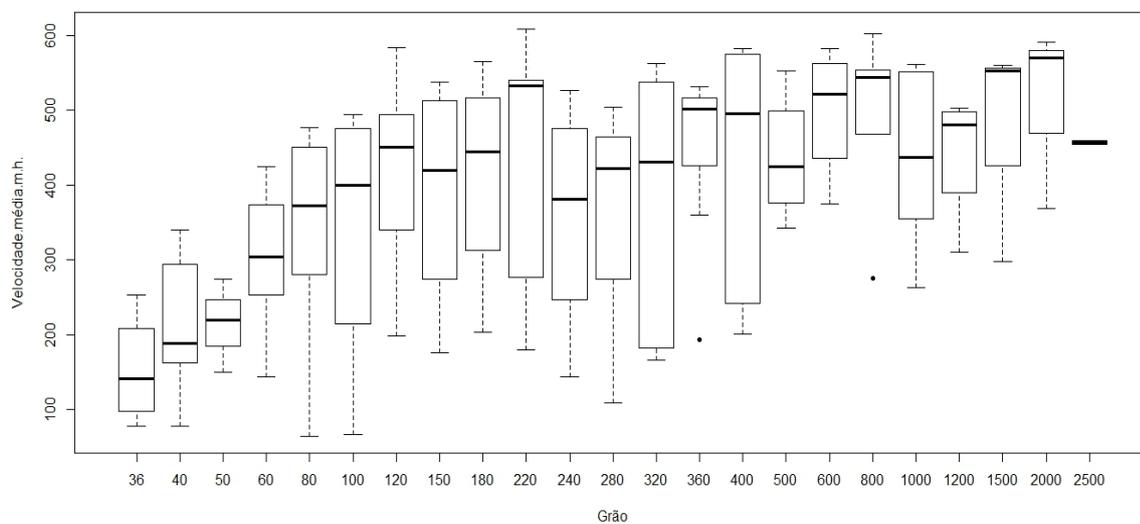


Figura 4.3: Caixa de bigodes comparativas entre o fator grão para a variável velocidade média (m/h)

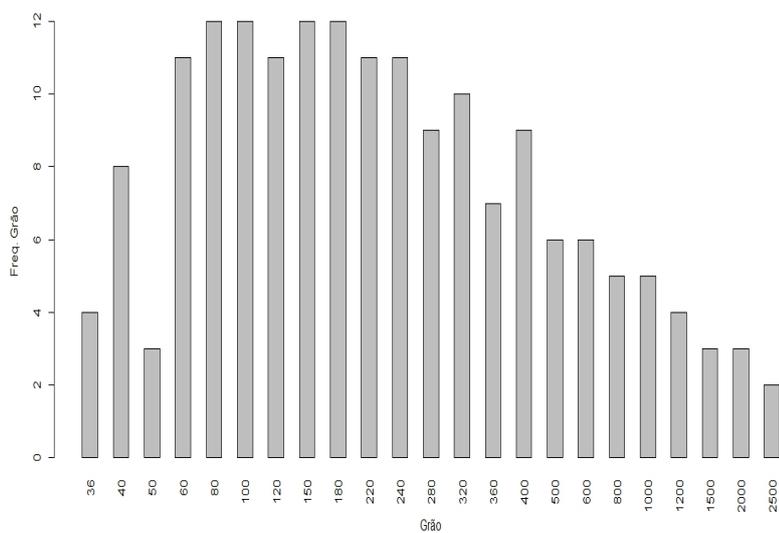


Figura 4.4: Gráfico de barras: Frequência absoluta do grão

Os dados apresentados na Figura 4.4 foram traduzidos para uma tabela.

Tamanho do Grão	36	40	50	60	80	100	120	150	180	220	240	280
Frequência Absoluta	4	8	3	11	12	12	11	12	12	11	11	9

Tamanho do Grão	320	360	400	500	600	800	1000	1200
Frequência Absoluta	10	7	9	6	6	5	5	4

Tamanho do Grão	1500	2000	2500
Frequência Absoluta	3	3	2

Tabela 4.4: Frequência absoluta do grão

Com a observação das Figuras 4.3, 4.4 e da Tabela 4.4 conjectura-se a possibilidade de haver três grupos pelo tamanho do grão (36-50; 60-400; 500-2500), contudo esta divisão não é evidente. A seguir irá apresentar-se o mesmo gráfico mas desta vez com cores para tornar mais fácil a sua interpretação. Verificando o gráfico de barras e a Tabela 4.4, nota-se que há uma grande variação entre o número de elementos que correspondem a cada tamanho de grão. Por exemplo, o abrasivo de tamanho 2500 só possui duas amostras, o que pode vir a ser muito reduzido para efetuar a análise estatística. Já na ponta oposta, com mais observações, pois existem vários abrasivos, sendo que estes contam com doze elementos. Como dito anteriormente agora irá apresentar-se o gráfico com as caixas de bigodes coloridas, para se proceder a identificação de grupos através do tamanho do grão. Ter-se-á três grupos: fino, médio e grosso.

Grão Grosso:

- 36
- 40
- 50

Grão Médio:

- 60
- 80
- 100
- 120
- 150
- 180
- 220
- 240
- 280
- 320
- 360
- 400

Grão Fino:

- 500
- 600
- 800
- 1000
- 1200
- 1500
- 2000
- 2500

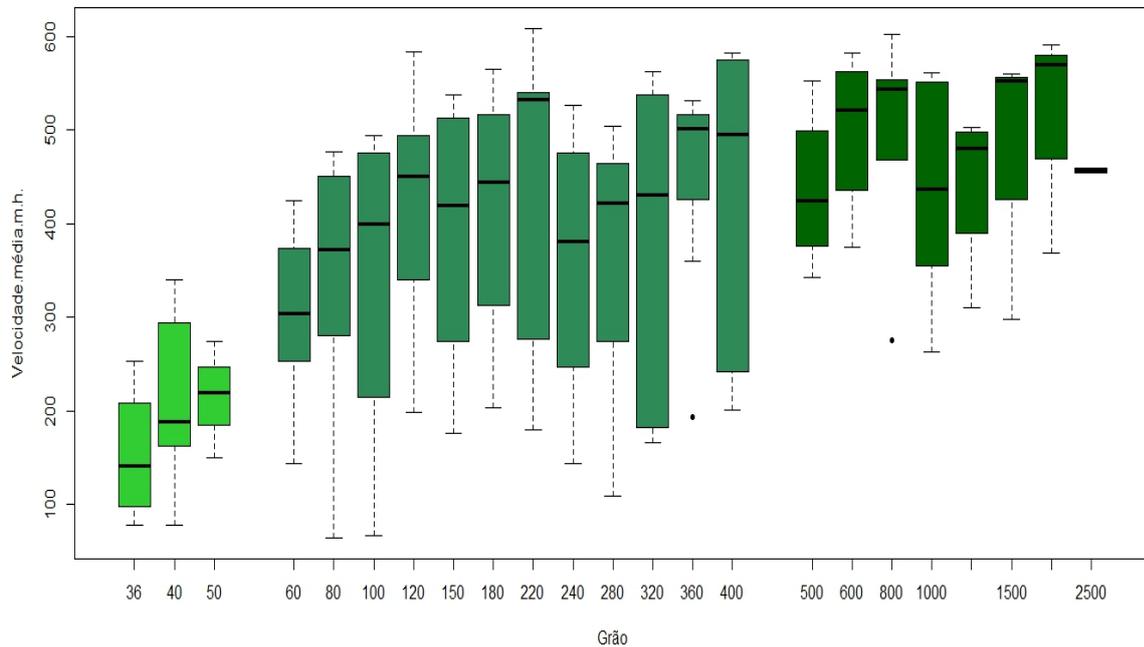


Figura 4.5: Caixa de bigodes comparativas entre o fator grão para a variável velocidade média (m/h) colorida

Analisando a Figura 4.5 e a Tabela 4.4 relativa às observações correspondentes à variável velocidade média (em m/h) e ao fator tamanho do grão, verifica-se que ao realizar-se a divisão em três grupos (grosso, médio e fino), estes podem não ter sido os mais adequados. Ao analisar-se as Figuras 4.3 e 4.4, a divisão pode ter sido um erro, pois o tamanho do grão parece não ter uma divisão óbvia para os três grupos. O facto de existir tamanhos com poucas observações (verifica-se na Figura 4.4 e na Tabela 4.4), também pode ter induzido a erros nas divisões e na análise correta dos dados. Apesar disso prosseguiu-se com as divisões. Sendo assim têm-se, o grupo corresponde ao grão grosso, contendo os tamanhos 36, 40 e 50, o grupo denominado médio, que varia entre os tamanhos 60 e 400 inclusive e, por fim, tem-se o grão fino onde o tamanho do abrasivo está entre 500 e 2500 com estes incluídos. Após a formação dos grupos, elaborou-se uma análise estatística aos dados agrupados, que inclui, como anteriormente, o cálculo do mínimo, máximo, quartis, mediana e média. Também foi obtido um gráfico com as caixas de bigodes de cada grupo relativa à velocidade média.

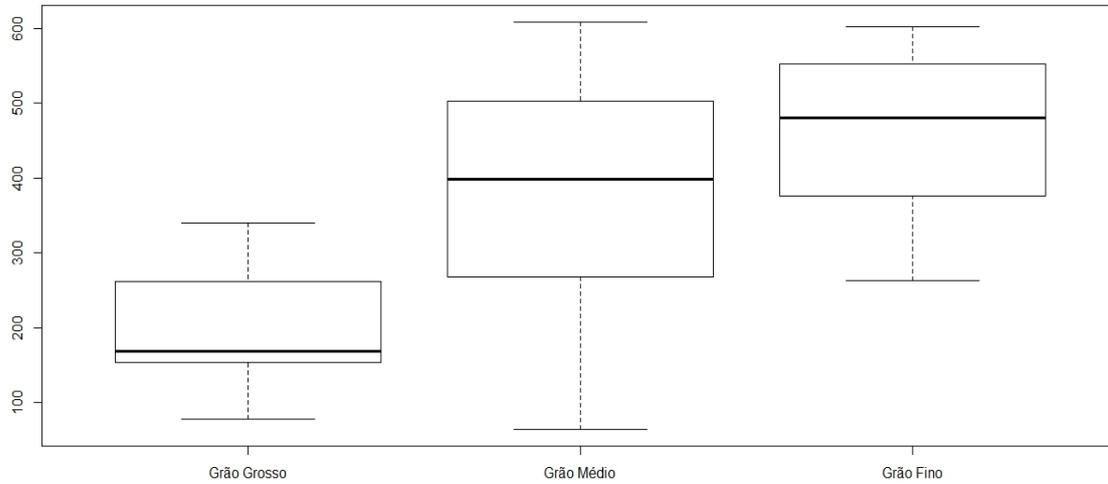


Figura 4.6: Caixas de bigodes dos grupos do grão

	Min	1°Q	Mediana	Média	3°Q	Máximo
Grosso 36 - 50	77,96	153,60	168,60	197,90	262,30	340,30
Médio 60 - 400	64,35	268,30	398,10	380,30	502,60	609,00
Fino 500-2500	263,10	382,10	481,10	466,50	553,10	602,20

Tabela 4.5: Estatísticas dos grupos do grão

Ao fazer-se a verificação dos valores obtidos e olhando para as caixas de bigodes, percebe-se que existe alguma possibilidade de haver erros na divisão dos grupos, ou mesmo de ainda existirem observações nos dados que possam ser consideradas erradas. Há essa ideia, porque olhando para o valor mínimo do grupo correspondente ao grão médio este tem um valor mais baixo que o mínimo do grão grosso, quando deveria aumentar. Sabe-se que era suposto aumentar, pois é a tendência da velocidade média, crescer do grão grosso para o médio, podendo-se verificar em ambos os quartis, 1° e 3°, na média e mediana e, por fim, no máximo. Outra possibilidade de erro relaciona-se com o valor máximo do grão médio e fino, pois o valor do grão médio é mais alto que o do fino, e deveria ser o contrário. Finalizada a análise ao fator tamanho do grão, irá proceder-se ao estudo do fator tipo de lixa mantendo a variável velocidade média (em m/h).

Tal como anteriormente quando o fator era o tamanho do grão, irá iniciar-se com um gráfico relativo às caixas de bigodes para se tentar obter grupos que dividam o tipo de lixa.

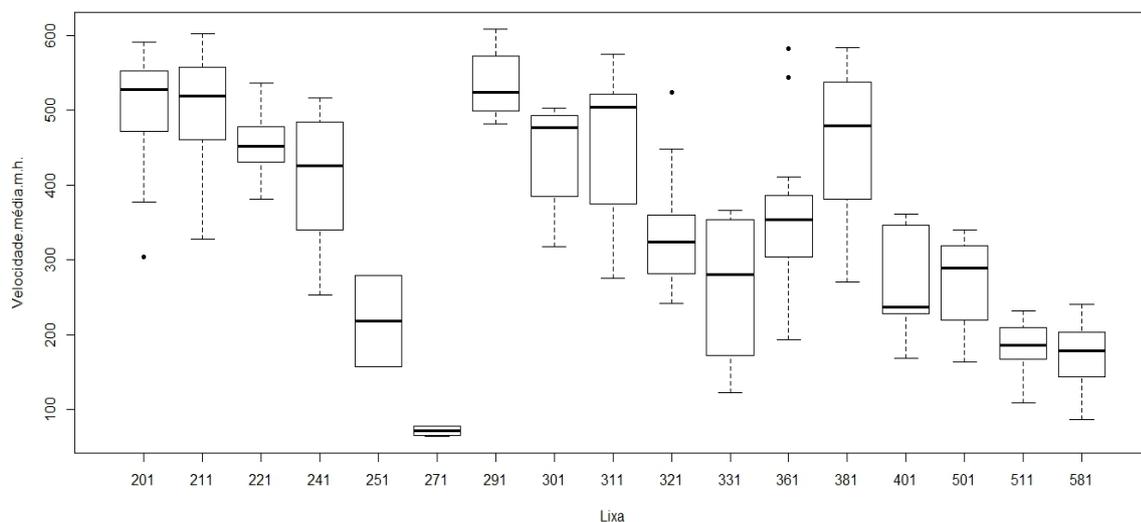


Figura 4.7: Caixa de bigodes comparativas entre o fator lixa para a variável velocidade média (m/h)

Com a construção do gráfico de barras relativo à frequência absoluta dos tipos de lixa (Figura 4.8) e a tabela de frequência absoluta (Tabela 4.6), poderá ficar-se com a ideia da existência de poucos dados relativos a algum tipo de lixa que possa induzir em erro o processo da divisão dos grupos.

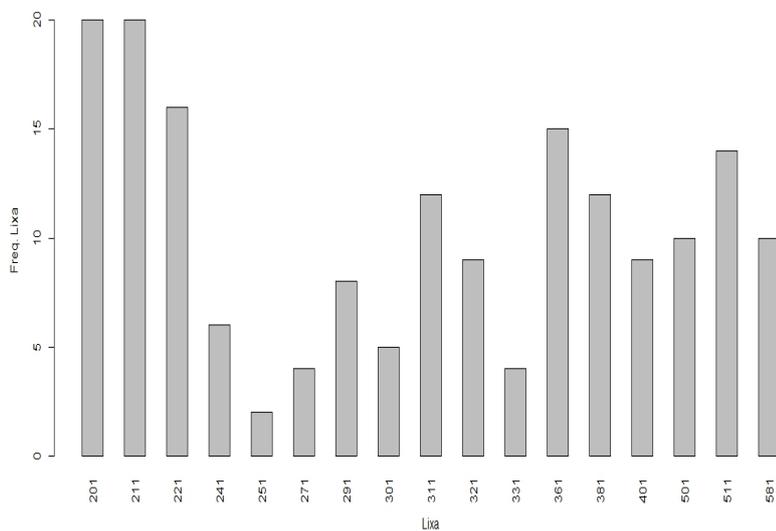


Figura 4.8: Gráfico de barras: Frequência absoluta da lixa

Tipo de Lixa	201	211	221	241	251	271	291	301	311
Frequência Absoluta	20	20	16	6	2	4	8	5	12
Tipo de Lixa	321	331	361	381	401	501	511	581	
Frequência Absoluta	9	4	15	12	9	10	14	10	

Tabela 4.6: Frequência absoluta da lixa

Tal como aconteceu quando ocorreu a análise do fator tamanho do grão, irá ser apresentado o gráfico com as caixas de bigode comparativas, mas desta vez com a identificação dos grupos do tipo de lixa por cores (Figura 4.9), e a análise relativa aos dois gráficos anteriores e da Tabela 4.6 irá ser efetuada após a representação do gráfico das caixas de bigodes coloridas.

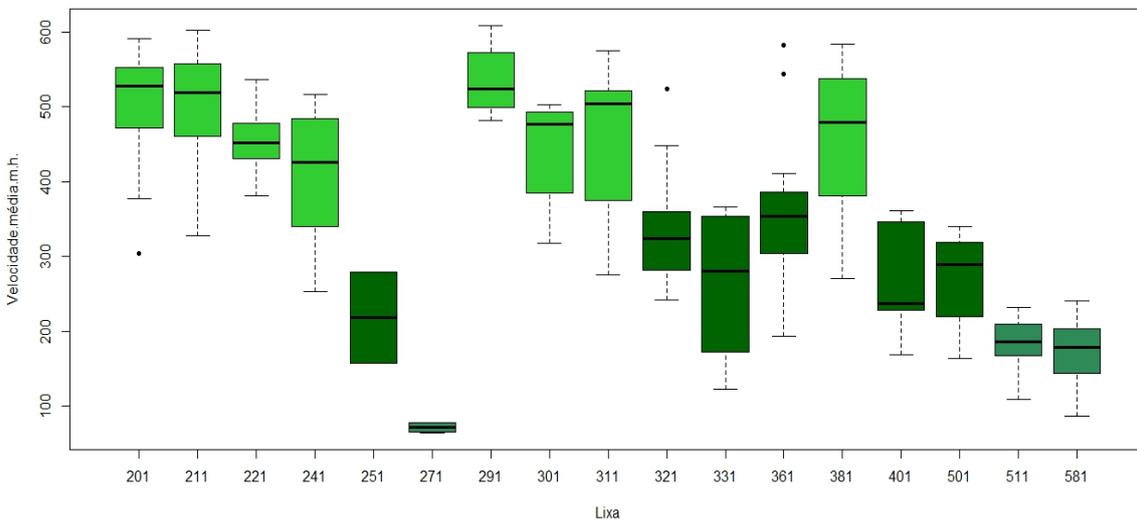


Figura 4.9: Caixa de bigodes comparativas entre o fator lixa e a variável velocidade média (m/h) colorida

Terminada a observação dos resultados obtidos pelo fator tipo de lixa, tanto a tabela como as figuras com gráficos, consegue-se entender que o fator ao ser o tipo de lixa, contrariamente ao tamanho do grão, a divisão dos grupos parece ser algo evidente. Sendo que existem sempre valores que podem suscitar dúvidas, porque tem-se tipos de lixa com dimensões de amostras reduzidas como é o caso do 251 que só tem 2 observações. O que pode dar origem a uma divisão de grupos do tipo de lixa com erros. Então identifica-se por grupo 1, os tipo de lizas 201, 211, 221, 241, 391, 301, 311 e 381, grupo 2, as lizas 251, 321, 331, 361, 401 e 501 e, por fim, tem-se o grupo denominado por grupo 3 onde estão incluídas as lizas 271, 511 e 581.

De seguida irá desenvolver-se uma análise estatística descritiva dos grupos que foram aqui definidos para o tipo de lixa. Irá ser calculado o mínimo, máximo, quartis (o 1º e o 3º), média e mediana (Tabela 4.7); também serão apresentadas as caixas de bigodes dos grupos relativas à velocidade média (m/h) (Figura 4.10).

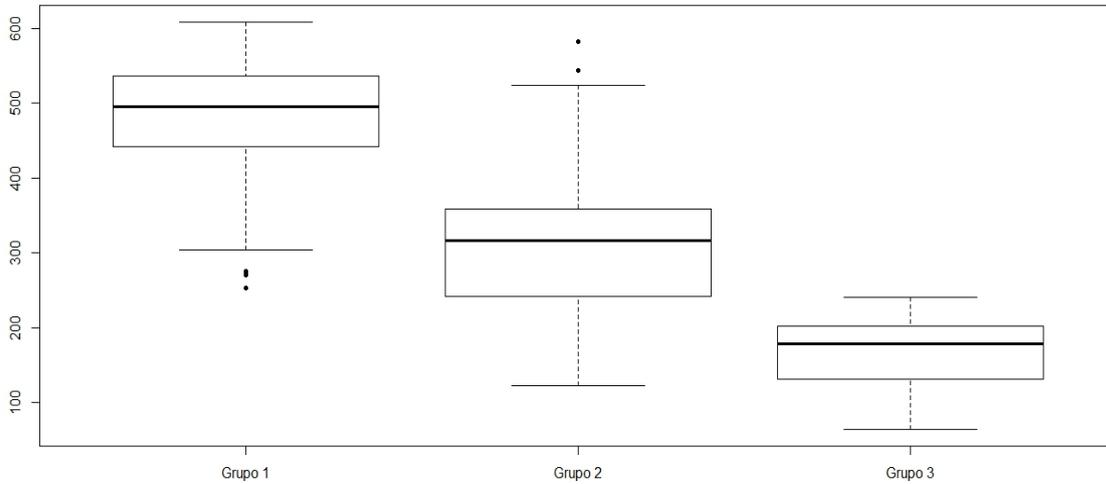


Figura 4.10: Caixas de bigodes entre os grupos da lixa para a variável velocidade média

	Min	1ºQ	Mediana	Média	3ºQ	Máximo
Grupo 1	253,70	441,70	495,70	478,10	536,50	609,00
Grupo 2	123,40	241,60	316,10	309,60	358,40	582,30
Grupo 3	64,35	137,70	178,30	164,80	202,10	241,10

Tabela 4.7: Estatísticas dos grupos da lixa

Ao se observar a Figura 4.10, verifica-se imediatamente a existência de valores atípicos (*outliers*), mas ao passar-se para a análise da Tabela 4.7, verifica-se que esses valores à partida não devem causar problemas pois constata-se sempre uma diminuição da velocidade média entre os grupos, indo do grupo 1 ao 3. Portanto, existem algumas garantias que o agrupamento das lixas é adequado.

Definida a divisão dos dados de ambos os fatores analisados com a variável velocidade média (em m/h), prossegue-se com a junção dos fatores. Tal significa que dentro do grupo 1 irá existir os três grupos relativos ao tamanho do grão, o grosso, médio e o fino, assim como no 2 e 3. No total haverá nove grupos. A seguir avança-se para uma análise descritiva similar às que foram realizadas anteriormente para os grupos identificados na Figura 4.11 e Tabela 4.8.

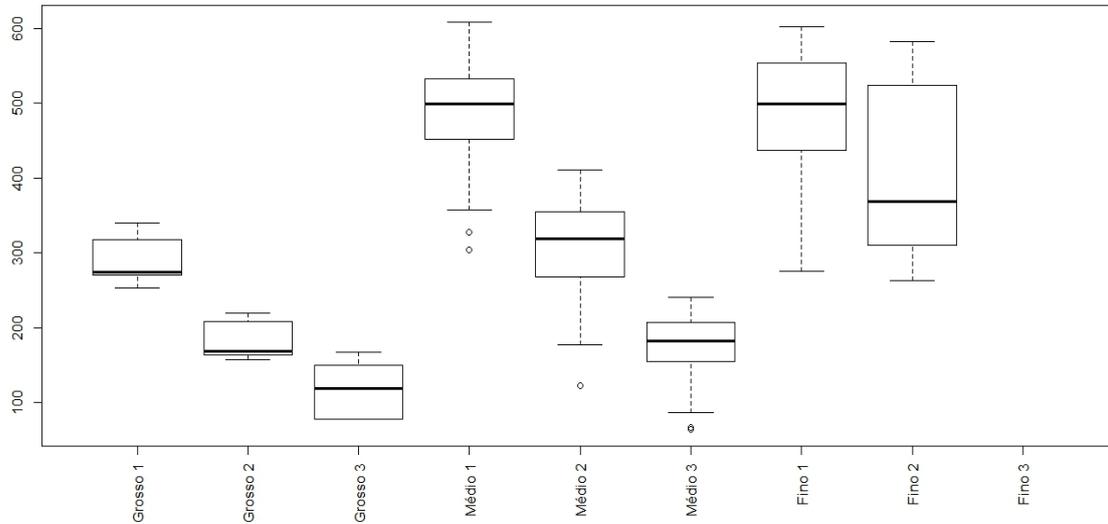


Figura 4.11: Caixas de bigodes entre os grupos finais para a variável velocidade média

Grupo Grão	Grupo Lixa	Min	1ºQ	Mediana	Média	3ºQ	Máximo
Grosso	Grupo 1	253,70	270,90	274,60	291,50	317,80	340,30
	Grupo 2	157,50	163,40	168,60	183,60	209,00	219,20
	Grupo 3	77,96	78,61	119,00	118,60	149,80	167,70
Médio	Grupo 1	304,30	452,70	499,50	488,40	532,70	609,00
	Grupo 2	123,40	268,30	319,40	302,10	355,20	411,70
	Grupo 3	64,35	155,40	182,60	174,80	206,80	241,10
Fino	Grupo 1	275,20	436,80	499,30	487,20	554,00	602,20
	Grupo 2	263,10	310,00	368,90	409,00	523,80	582,30
	Grupo 3						

Tabela 4.8: Estatísticas dos grupos finais

A conclusão imediata que se tira é que no grupo 3 não existe o grão mais fino. Ao fazer-se a observação pelos grupos de grãos percebe-se que aparentemente os grupos estão adequados, pois os valores da velocidade média vão diminuindo à medida que se passa do grupo 1 para o grupo 2 e 3 dos tipos lixa. Tal acontece nos três grupos de grão. Agora ao analisar, por exemplo, o grupo 1 nos três grupos de abrasivos, o valor mínimo do grão médio tem um resultado mais elevado que o fino. São incoerências como esta que podem fazer surgir dúvidas de onde possam existir valores que estejam errados na definição dos grupos. Daqui para a frente, na modelação e na aplicação do algoritmo do problema proposto, irão ser estes os valores a usar, que correspondem às médias destes oito grupos definidos pelo grupo grosso, médio, fino com os grupos 1, 2, 3 existentes (Tabela 4.8).

Modelos Matemáticos Propostos

No presente capítulo elaboram-se vários modelos matemáticos, com o objetivo de otimizar o equilíbrio do esforço das máquinas de corte de bandas. Estes modelos permitem a afetação do semiacabado às máquinas tendo em conta as condições e restrições que precisam de ser satisfeitas. O planeamento da afetação é feito à semana. A afetação das cargas foi dividida em três fases como se vê na Figura 5.1. A elaboração de modelos entra na fase dois.

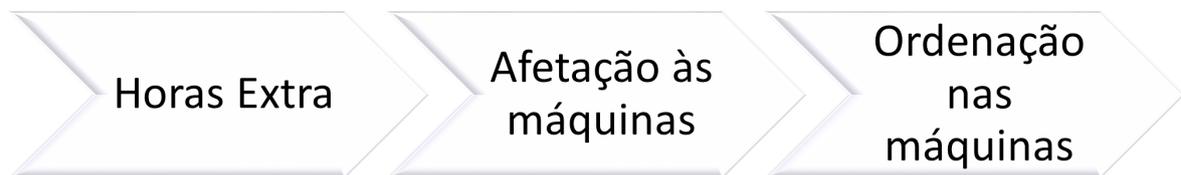


Figura 5.1: Planeamento de cargas semanal - Fases

5.1 HORAS EXTRA

Nesta secção irá analisar-se a necessidade de horas extra. Não foi realizado nenhum modelo para resolver este problema. Um modelo resolveria o problema dizendo qual o número mínimo de turnos para cada máquina.

Optou-se por saber as horas extra através de cálculos simples. Calcula-se o número de turnos necessários ao corte do planeamento dessa semana, calcula-se o número de turnos disponíveis nas máquinas. De seguida faz-se a diferença entre os turnos necessários e os turnos disponíveis, o resultado obtido dá-nos o número de horas extra ou o tempo que sobra nessa semana.

Exemplo 1: Consideram-se duas máquinas, em que cada uma tem 4 turnos disponíveis. Pretende-se cortar 3 artigos. O artigo 'a' demora 4,5 turnos a cortar, o artigo 'b' 2,5 turnos e por fim o artigo 'c' precisa 1,2 turnos para ser cortado.

	Máquina 1	Máquina 2
Turnos disponíveis	4	4
Artigo 'a'	4,5	
Artigo 'b'	2,5	
Artigo 'c'	1,2	
	Turnos disponíveis	8
	Turnos necessários	8,2
	Horas Extra	0,2

Tabela 5.1: Dados referentes ao Exemplo 1

Como se pode verificar na Tabela 5.1, é necessário recorrer a horas extra, são precisos mais 0,2 turnos. Não se acrescentando turnos a pelo menos uma máquina, o problema não têm solução.

Exemplo 2: Consideram-se duas máquinas, em que cada uma tem 4 turnos disponíveis. Pretende-se cortar 3 artigos. O artigo 'a' demora 4,2 turnos a cortar, o artigo 'b' 2,5 turnos e por fim o artigo 'c' precisa 1,2 turnos para ser cortado.

	Máquina 1	Máquina 2
Turnos disponíveis	4	4
Artigo 'a'	4,2	
Artigo 'b'	2,5	
Artigo 'c'	1,2	
	Turnos disponíveis	8
	Turnos necessários	7,9
	Horas Extra	-0,1

Tabela 5.2: Dados referentes ao Exemplo 2

Como se pode verificar na Tabela 5.2, não é necessário recorrer a horas extra, sobram 0,1 turnos.

	Máquina 1	Máquina 2
Artigo 'a'	4	Artigo 'a' 0,2 Artigo 'b' 2,5 Artigo 'c' 1,2
Total	4	3,9

Tabela 5.3: Resolução 1: Cada artigo pode ser alocado a mais que uma máquina

	Máquina 1	Máquina 2
Artigo 'a'	4,2	Artigo 'b' 2,5 Artigo 'c' 1,2
Total	4,2	3,7

Tabela 5.4: Resolução 2: Cada artigo só pode ser alocado a uma e só uma máquina

Esta verificação do número de horas necessárias apenas é válida quando as cargas de trabalho se podem distribuir por várias máquinas. Como verifica-se nas Tabelas 5.3 e 5.4, este problema só apresenta solução quando se verifica a possibilidade de os artigos poderem ser alocados a mais que uma máquina. Ao considerar-se que os artigos só podem ser alocados a uma máquina então não é possível encontrar uma solução com o número de turnos disponíveis.

5.2 ALOCAÇÃO ÀS MÁQUINAS

Ao fazer-se a alocação das bobines que vêm da secção de produção para serem transformadas em bandas e por fim em folhas ou tiras, tem de se ter em conta o equilíbrio das máquinas em termos de esforço. Ou seja, dependendo do tamanho do grão, a máquina sofre desgaste, pois se for um grão que pertença ao grupo grosso então o esforço da máquina será maior do que um grão médio ou fino.

Para se diferenciar dos esforços entre os grupos de grãos atribuiu-se um 'peso' a cada grupo. No grupo de grão grosso, atribuiu-se o 'peso' 3, pois este é o que provoca um maior desgaste nas máquinas, ao médio 2 e ao fino 1. Assim, a alocação terá em consideração os diferentes esforços por tamanho de grão.

Ao contrário do problema clássico de afetação, no qual se pretende afetar n tarefas a n máquinas, que pode ser considerado como um problema de transportes[6] e resolvido de maneira eficiente (por exemplo pelo método Húngaro segundo Winston[7]), o problema de alocação que será considerado é mais complexo como se explicará mais adiante.

Na prática o plano de distribuição de cargas pelas máquinas obedece a inúmeros fatores que dificilmente podem ser contemplados num modelo. Nesta secção serão apresentados três problemas que diferem na forma como as cargas são distribuídas pelas máquinas variando na possibilidade de dividir ou não as cargas (ver Exemplo 2). Deste modo pretendeu-se testar alternativas por forma a gerar soluções que estejam mais próximas das reais. Ao mesmo tempo este estudo permite estabelecer ligações com outros modelos conhecidos na literatura. Serão

apresentados modelos em programação inteira mista para cada problema. Estes modelos podem ser utilizados por métodos como o *Branch-and-Bound*[8] para obter a solução ótima do problema. De maneira a definir os modelos é necessário considerar:

- Função objetivo
- Variáveis de decisão
- Restrições

Uma vez que o equilíbrio total de esforço resultante da distribuição das cargas pelas máquinas pode não ser alcançável, serão apresentados três modelos para cada problema com funções objetivo diferentes. Começar-se-á por minimizar o esforço médio, de seguida a diferença entre o esforço máximo e mínimo e por fim minimizar o esforço máximo.

De seguida serão definidos os conjuntos, variáveis, índices e parâmetros comuns a todos os modelos, especificando depois em cada um os que só pertencem a esses modelos.

Começa-se por definir os conjuntos usados nas formulações:

- Conjunto das cargas: $P = 1, \dots, p$.
- Conjunto das máquinas: $M = 1, \dots, m$.

Para representar os elementos de cada conjunto temos os seguintes índices:

- $i \in P$.
- $j \in M$.

Para se poder efetuar a afetação das cargas às máquinas utilizam-se os seguintes parâmetros:

- q_i : quantidade em turnos da carga i , $i \in P$.
- g_i : ‘peso’ do grão da carga i , $i \in P$.
- n_j : número de turnos da máquina j , $j \in M$.
- M : majorante para o número de turnos disponíveis.
- $h_j = \begin{cases} 1, & \text{considera a máquina } j \\ 0, & \text{a máquina não é utilizada no planeamento} \end{cases}$

Como o objetivo de minimizar o esforço de cada máquina pretende-se determinar as seguintes variáveis:

- $y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{a carga } i \text{ é produzida na máquina } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- t_{\max} : esforço máximo entre as máquinas que são utilizadas.
- t_{\min} : esforço mínimo entre as máquinas que são utilizadas.
- t_{med} : esforço médio entre as máquinas que são utilizadas.
- t_j : esforço da máquina j , $j \in M$.
- x_{ij} : quantidade, medida em número de turnos a produzir da carga i na máquina j , $i \in P$, $j \in M$.

5.2.1 Problema 1: Cargas indivisíveis

Neste primeiro problema não são admitidas divisões de cargas de trabalho, isto é, cada carga i é alocada a uma e uma só máquina j .

Modelo 1.1: Minimizar o esforço médio. O objetivo deste primeiro modelo é o de encontrar uma distribuição de cargas pelas máquinas equilibrada em termos de esforço médio.

$$\min t_{méd} \quad (5.1)$$

$$s.a \ t_{méd} = \sum_{i \in P} \frac{g_i q_i}{n_j} y_{ij} \quad \forall j \in M \quad (5.2)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in P \quad (5.3)$$

$$\sum_{i \in P} y_{ij} q_i \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.4)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.5)$$

As função objetivo (5.1) consiste em minimizar o esforço médio.

A restrição (5.2) obriga o esforço médio a ser a média ponderada das quantidades das cargas, onde a quantidade a cortar de cada produto é ponderada pelo ‘peso’ do respectivo produto.

A restrição (5.3) obriga a que cada carga i seja alocada a uma e uma só máquina j .

A restrição (5.4) garante que as quantidades das cargas i produzidas na máquina j sejam menores ou iguais à quantidade de turnos da respetiva máquina j .

A restrição (5.5) obriga a variável y_{ij} a tomar valores 0 ou 1.

Neste caso não seria necessário colocar função objetivo pois as restrições obrigam a que o esforço seja igual em todas as máquinas, mas para resolver um problema de programação linear inteira é necessário função objetivo.

Note-se que o problema da determinação de uma distribuição de cargas que torne iguais o esforço médio de cada máquina é um problema NP-completo pois generaliza o problema da partição (que é NP-completo, ver[9]). No problema da partição são dados n números inteiros a_1, \dots, a_n , e pretende-se determinar se existe uma partição de $N = \{1, \dots, n\}$ tal que $\sum_{j \in S} a_j = \sum_{j \in N \setminus S} a_j$. Para reduzir o problema da partição ao problema anterior basta considerar $P = N$, $q_i = a_i$, $g_i = 1, \forall i$ e duas máquinas com $n_1 = n_2 = \sum_{i \in P} q_i$. Assim existe uma tal partição de N só se o modelo (5.2)-(5.5) tem uma solução admissível de valor $1/2 \sum_{j \in N} a_j$, tendo-se $S = \{j \in N : y_{j,1} = 1\}$. Portanto o problema de encontrar uma solução generaliza o problema de encontrar uma partição de N em m conjuntos de modo que a soma dos números em cada conjunto seja sempre igual.

Na prática é muito difícil conseguir obter o esforço médio igual em todas as máquinas então quando o modelo foi resolvido passou-se a restrição de igualdade do esforço médio para uma restrição de maior ou igual.

Modelo 1.2: Minimizar a diferença entre o esforço máximo e mínimo. Deste modo permite-se que existam mais soluções admissíveis o que torna o problema mais fácil de resolver.

$$\min z = t_{m\acute{a}x} - t_{min} \quad (5.6)$$

$$s.a \ t_{m\acute{a}x} \geq \sum_{i \in P} g_i q_i y_{ij} \quad \forall j \in M \quad (5.7)$$

$$t_{min} \leq \sum_{i \in P} g_i q_i y_{ij} + M(1 - h_j) \quad \forall j \in M \quad (5.8)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in P \quad (5.9)$$

$$\sum_{i \in P} y_{ij} q_i \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.10)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.11)$$

As função objetivo (5.6) pretende minimizar a diferença entre o esforço máximo e mínimo.

A restrição (5.7) indica que o esforço máximo tem de ser maior que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas na máquina.

A restrição (5.8) indica que o esforço mínimo tem de ser menor que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas na máquina. O termo $M(1 - h_j)$ destina-se a garantir que o esforço mínimo é apenas considerado relativamente às máquinas utilizadas, deste modo permitem-se soluções onde uma máquina não é utilizada de modo a que as restantes sejam utilizadas de forma mais equilibrada.

A explicação das restrições (5.9), (5.10) e (5.11) é omitida pois estas são repetidas do modelo anterior.

Note-se que como a função objetivo é de minimização, então na solução ótima o t_{max} toma o menor valor possível e o t_{min} toma o maior valor possível.

Modelo 1.3: Minimizar o esforço máximo.

$$\min t_{m\acute{a}x} \quad (5.12)$$

$$s.a \ t_{m\acute{a}x} \geq \sum_{i \in P} g_i q_i y_{ij} \quad \forall j \in M \quad (5.13)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in P \quad (5.14)$$

$$\sum_{i \in P} y_{ij} q_i \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.15)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.16)$$

As função objetivo (5.12) pretende minimizar o esforço máximo.

As restantes restrições já se encontram descritas nos modelos anteriores.

5.2.2 Problema 2: Cargas divisíveis

Na prática pode haver a necessidade de dividir cargas por mais que uma máquina, principalmente quando é necessário cortar um elevado número de bandas. Neste modelo, o algoritmo pode ou não dividir as quantidades a transformar da carga i por mais que uma máquina j . Mas como não é dito quais as cargas a dividir, pode existir tanto divisões de cargas pequenas como grandes.

Modelo 2.1: Minimizar o esforço médio

$$\min t_{méd} \quad (5.17)$$

$$s.a \ t_{méd} = \sum_{i \in P} \frac{x_{ij} g_i}{n_j} \quad \forall j \in M \quad (5.18)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = q_i \quad \forall i \in P \quad (5.19)$$

$$x_{ij} \leq q_i y_{ij} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.20)$$

$$\sum_{i \in P} x_{ij} \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.21)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.22)$$

A função objetivo (5.17) pretende minimizar o esforço médio.

A restrição (5.18) obriga o esforço médio a ser a média das quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina.

A restrição (5.19) obriga que as quantidades de uma determinada carga i produzidas pelas várias máquinas têm de ser iguais à quantidade pretendida dessa mesma carga i .

A restrição (5.20) indica que se quantidade da carga i produzida na máquina j for positiva então a variável y_{ij} tem de ser 1.

A restrição (5.21) garante que as quantidades das cargas i produzidas na máquina j sejam menores ou iguais à quantidade de turnos disponíveis na respetiva máquina j .

Para finalizar a restrição (5.22) obriga a variável y_{ij} a tomar valores 0 ou 1.

Tal como acontece no Problema 1 quando se minimiza o esforço médio neste modelo também não seria necessário considerar uma função objectivo pois, se existir solução, o valor é único.

Modelo 2.2: Minimizar a diferença entre o esforço máximo e mínimo.

$$\min z = t_{\max} - t_{\min} \quad (5.23)$$

$$s.a \ t_{\max} \geq \sum_{i \in P} x_{ij} g_i \quad \forall j \in M \quad (5.24)$$

$$t_{\min} \leq \sum_{i \in P} x_{ij} g_i + M(1 - h_j) \quad \forall j \in M \quad (5.25)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = q_i \quad \forall i \in P \quad (5.26)$$

$$x_{ij} \leq q_i y_{ij} \quad \forall i \in P, \forall j \in M \quad (5.27)$$

$$\sum_{i \in P} x_{ij} \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.28)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.29)$$

A função objetivo (5.23) pretende minimizar a diferença entre o esforço máximo e mínimo.

A restrição (5.24) indica que o esforço máximo tem de ser maior que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina.

A restrição (5.25) indica que o esforço mínimo tem de ser menor que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina. O termo $M(1 - h_j)$ destina-se a garantir que o esforço mínimo é apenas considerado relativamente às máquinas utilizadas, deste modo permitem-se soluções onde uma máquina não é utilizada de modo a que as restantes sejam utilizadas de forma mais equilibrada.

As restrições deste modelo que não se encontram aqui explicadas é porque são repetidas de outros modelos e já estão explicadas anteriormente.

Modelo 2.3: Minimizar o esforço máximo.

$$\min t_{\max} \quad (5.30)$$

$$s.a \ t_j \geq \sum_{i \in P} x_{ij} g_i \quad \forall j \in M \quad (5.31)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = q_i \quad \forall i \in P \quad (5.32)$$

$$x_{ij} \leq q_i y_{ij} \quad \forall i \in P, \forall j \in M \quad (5.33)$$

$$\sum_{i \in P} x_{ij} \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.34)$$

$$t_{\max} \geq t_j \quad \forall j \in M \quad (5.35)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in P, \forall j \in M \quad (5.36)$$

A função objetivo (5.30) pretende minimizar o esforço máximo.

A restrição (5.31) indica que o esforço de uma determinada máquina j tem de ser maior que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina.

A restrição (5.35) obriga que o esforço máximo das máquina seja maior ou igual ao esforço de uma determinada máquina j .

As restantes restrições encontram-se explicadas nos modelos anteriores.

5.2.3 Problema 3: Cargas divisíveis ou indivisíveis

Tal como referido anteriormente na realidade surge por vezes a necessidade de alocar cargas grandes em mais que uma máquina. Neste último modelo, é permitido dividir as cargas por um determinado número máximo de máquinas especificado a *priori*. Como é inserido o número de máquinas a *priori*, pode-se optar por não haver divisões, atribuindo ao número máximo de máquinas o valor 1. Neste modelo são inseridos mais dois parâmetros:

- f_i : número máximo de máquinas em que é possível dividir a carga i .
- q_{min} : quantidade mínima a produzir numa máquina, caso a carga seja alocada a essa máquina.

Modelo 3.1: Minimizar o esforço médio.

$$\min t_{méd} \quad (5.37)$$

$$s.a \quad t_{méd} = \sum_{i \in P} \frac{x_{ij}g_i}{n_j} \quad \forall j \in M \quad (5.38)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = q_i \quad \forall i \in P \quad (5.39)$$

$$x_{ij} \leq q_i y_{ij} \quad \forall i \in P, \forall j \in M \quad (5.40)$$

$$\sum_{i \in P} x_{ij} \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.41)$$

$$x_{ij} \geq q_{min} y_{ij} \quad \forall j \in M \forall i \in P \quad (5.42)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} \leq f_i \quad \forall i \in P \quad (5.43)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in P, \forall j \in M \quad (5.44)$$

A função objetivo (5.37) pretende minimizar o esforço médio.

A restrição (5.38) que obriga o esforço médio a ser a média das quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina.

A restrição (5.39) obriga que as quantidades de uma determinada carga i produzida ao longo das máquinas j tem de ser iguais à quantidade pretendida dessa mesma carga i .

A restrição (5.40) indica que a quantidade da carga i produzida na máquina j for positiva então a variável y_{ij} tem de ser 1.

A restrição (5.41) garante que as quantidades das cargas i produzidas na máquina j sejam menores ou iguais à quantidade de turnos da respetiva máquina j .

A restrição (5.42) garante que a quantidade das carga i a produzir na máquina j seja igual ou superior à quantidade mínima de cada carga i na respetiva máquina j .

A restrição (5.43) garante que o número de máquinas em que a carga i é produzida (obtido pela soma em j das variáveis y_{ij} não pode exceder o número máximo de máquinas em que pode ser produzida a carga i .

A restrição (5.44) obriga a variável y_{ij} a tomar valores 0 ou 1.

Mais uma vez tal como acontece nos problemas 1 e 2 quando se minimiza o esforço médio neste modelo também não seria necessário considerar uma função objectivo pois, se existir solução, o valor é único.

Modelo 3.2: Minimizar a diferença entre o esforço máximo e mínimo.

$$\min z = t_{\max} - t_{\min} \quad (5.45)$$

$$s.a \ t_{\max} \geq \sum_{i \in P} x_{ij} g_i \quad \forall j \in M \quad (5.46)$$

$$t_{\min} \leq \sum_{i \in P} x_{ij} g_i + M(1 - h_j) \quad \forall j \in M \quad (5.47)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = q_i \quad \forall i \in P \quad (5.48)$$

$$x_{ij} \leq q_i y_{ij} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.49)$$

$$\sum_{i \in P} x_{ij} \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.50)$$

$$x_{ij} \geq q_{\min} y_{ij} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.51)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} \leq f_i \quad \forall i \in P \quad (5.52)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.53)$$

A função objetivo (5.45) pretende minimizar a diferença entre o esforço máximo e mínimo.

A restrição (5.46) indica que o esforço máximo tem de ser maior que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina.

A restrição (5.47) indica que o esforço mínimo tem de ser menor que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina. O termo $M(1 - h_j)$ destina-se a garantir que o esforço mínimo é apenas considerado relativamente às máquinas utilizadas, deste modo permitem-se soluções onde uma máquina não é utilizada de modo a que as restantes sejam utilizadas de forma mais equilibrada.

Por último, as restrições que aqui não se encontram explicadas já o estão em modelos anteriores.

Modelo 3.3: Minimizar o esforço máximo.

$$\min t_{m\acute{a}x} \quad (5.54)$$

$$s.a \ t_j \geq \sum_{i \in P} x_{ij} g_i \quad \forall j \in M \quad (5.55)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = q_i \quad \forall i \in P \quad (5.56)$$

$$x_{ij} \leq q_i y_{ij} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.57)$$

$$\sum_{i \in P} x_{ij} \leq n_j \quad \forall j \in M \quad (5.58)$$

$$t_{max} \geq t_j \quad \forall j \in M \quad (5.59)$$

$$x_{ij} \geq q_{min} y_{ij} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.60)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} \leq f_i \quad \forall i \in P \quad (5.61)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M, \forall i \in P \quad (5.62)$$

A função objetivo (5.54) pretende minimizar o esforço máximo.

A restrição (5.55) indica que o esforço de uma determinada máquina j tem de ser maior que as quantidades das cargas ponderadas pelo ‘peso’ do grão das respetivas cargas desse produto na máquina.

A restrição (5.59) obriga que o esforço máximo das máquina seja maior ou igual ao esforço de uma determinada máquina j .

As justificações aqui em falta, estão em modelos anteriores pois as restrições encontram-se repetidas de outros modelos.

5.3 ORDENAÇÃO NAS MÁQUINAS

Após obtida a solução do problema de alocação, ou seja, depois de saber-se o que foi alocado em cada máquina é preciso ordenar os semiacabados na máquina para estes serem transformados. Tem-se sempre de cortar do grão mais fino para o mais grosso, e é nessa ordem que os semiacabados têm de entrar na máquina ao longo da semana. Esta secção no Excel foi resolvida com recurso a macros.

Resultados Obtidos

Neste capítulo irão ser apresentados exemplos correspondentes a três semanas, nos quais foi aplicado o modelo 3.1 desenvolvido no capítulo anterior. Foi escolhido minimizar o esforço médio (com restrição de maior ou igual) e não a diferença entre o esforço máximo e mínimo ou o esforço máximo, pois após alguns pequenos testes, percebeu-se que este era o que mais equilibrava as máquinas em termos de esforço.

Para obtenção dos resultados recorreu-se ao uso do suplemento do Excel *Open Solver* com as opções definidas por defeito. Para cada semana serão apresentados três planeamentos, dois obtidos pela aplicação do Excel (um em que as cargas são alocadas a uma e uma só máquina, e outro onde poderá ocorrer a divisão de artigos por mais do que uma máquina) e o terceiro efetuado nessa semana pela INDASA. Sendo assim possível fazer uma comparação entre o realizado pela INDASA e os obtidos pelos algoritmos de otimização.

6.1 SEMANA DE 30 JANEIRO A 3 DE FEVEREIRO DE 2017

6.1.1 Resultados obtidos pela aplicação - Sem divisão de cargas

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Nº turnos disponíveis	0	10	10	5
	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Nº turnos disponíveis	5	5	5	5

Tabela 6.1: Turnos disponíveis na semana 5

Capacidade disponível:	45
Capacidade necessária:	43,872
Horas Extra:	-1,128

Tabela 6.2: Necessidade de horas extra na semana 5

Na Tabela 6.1 pode-se encontrar os turnos disponíveis em cada máquina ao longo dessa semana. Na máquina 2 e 3 têm-se o dobro dos turnos das restantes pois estas laboram dois turnos por dia. Existem dois operadores a manusear a máquina num dia, um no turno da ‘manhã’ e outro no turno da ‘tarde’. A Tabela 6.2 mostra que não existe a necessidade de horas extra, aliás há um excedente de 1,128 turnos.

Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3	
		2.201.20.00001.25	1,319	2.201.20.00001.28	0,401
		2.211.20.00001.22	1,592	2.211.20.00005.26	0,104
		2.211.20.00001.17	0,586	2.211.20.00001.24	0,950
		2.201.20.00001.16	0,238	2.311.20.00001.20	1,927
		2.501.20.00001.15	0,147	2.201.20.00001.20	2,217
		2.221.20.00001.14	0,398	2.311.20.00001.18	1,256
		2.201.20.00001.13	1,082	2.221.20.00001.16	0,205
		2.381.20.00001.13	0,638	2.201.20.00001.15	0,552
		2.381.20.00001.12	0,620	2.381.20.00001.15	0,054
		2.241.20.00001.11	0,418	2.381.20.00001.10	0,324
		2.301.20.00001.10	1,685	2.241.20.00001.10	1,063
		2.511.20.00001.10	0,330	2.501.20.00001.10	0,319
		2.221.20.00001.09	0,093	2.241.20.00001.09	0,462
		2.501.20.00001.09	0,146	2.241.20.00001.06	0,023
		2.511.20.00001.09	0,161		
		2.241.20.00001.07	0,411		

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.361.20.00001.23	0,348	2.211.20.00001.21	0,792	2.201.20.00005.28	0,018
2.201.20.00001.18	2,842	2.201.20.00001.19	0,874	2.361.20.00001.18	0,211
2.201.20.00001.17	0,342	2.311.20.00001.16	0,306	2.361.20.00001.15	0,223
2.301.20.00001.12	1,311	2.381.20.00001.14	0,423	2.361.20.00002.15	0,015
		2.311.20.00001.13	1,794	2.211.20.00001.14	0,250
		2.511.20.00001.13	0,048	2.201.20.00001.14	0,844
		2.221.20.00001.11	0,339	2.291.20.00001.13	2,197
		2.221.20.00001.10	0,397	2.301.20.00001.09	0,629
				2.201.20.00001.09	0,204

Máquina 7		Máquina 8	
2.201.20.00001.26	1,731	2.201.20.00001.27	0,005
2.201.20.00001.22	0,320	2.201.20.00002.27	0,003
2.211.20.00001.18	0,649	2.211.20.00001.26	0,671
2.291.20.00001.18	1,355	2.291.20.00001.15	3,644
2.291.20.00001.14	0,905	2.311.20.00001.14	0,099
		2.221.20.00001.13	0,360

Tabela 6.3: Resultado obtido pela aplicação - Sem divisão de cargas, semana 5

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	0,000	1,723	1,828	1,868

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	1,831	1,832	1,574	1,777

Tabela 6.4: Esforço obtido por cada máquina

A Tabela 6.3 mostra o planejamento obtido com a aplicação, alocando as cargas a uma e uma só máquina, conseguindo-se ver qual as cargas que vão ser cortadas em cada máquina e o tempo (em turnos) que vão estar a ocupar a máquina.

A Tabela 6.4 dá o esforço médio realizado por cada máquina. O esforço máximo é de 1,868 realizado pela máquina 4.

6.1.2 Resultados obtidos pela aplicação - Com divisão de cargas

Neste caso não se apresentam as tabelas com o número de turnos disponíveis por máquina e a necessidade de horas extra, pois estas são iguais às do caso em que as cargas são alocadas a uma e uma só máquina. Então o número de turnos disponíveis é nos dado pela Tabela 6.1 e a necessidade de horas extra pela Tabela 6.2. Neste caso considera-se a possibilidade de alocar as cargas a mais que uma máquina. A condição para alocar uma carga em mais que uma máquina é a carga ocupar mais de três turnos. Nesta semana só a carga identificada por 2.291.20.00001.15 obedece a essa condição, por isso só esta poderá ser alocada em mais que uma máquina.

Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3	
		2.201.20.00001.26	1,731	2.201.20.00002.27	0,003
		2.201.20.00001.25	1,319	2.211.20.00005.26	0,104
		2.311.20.00001.18	1,256	2.361.20.00001.23	0,348
		2.201.20.00001.17	0,342	2.211.20.00001.22	1,592
		2.291.20.00001.14	0,905	2.311.20.00001.20	1,927
		2.381.20.00001.13	0,638	2.201.20.00001.19	0,874
		2.301.20.00001.10	1,685	2.201.20.00001.15	0,552
		2.241.20.00001.10	1,063	2.381.20.00001.15	0,054
		2.221.20.00001.10	0,397	2.311.20.00001.14	0,099
		2.501.20.00001.09	0,146	2.381.20.00001.14	0,423
		2.241.20.00001.07	0,411	2.201.20.00001.13	1,082
				2.311.20.00001.13	1,794
				2.381.20.00001.10	0,324
				2.511.20.00001.10	0,330
				2.201.20.00001.09	0,204
				2.221.20.00001.09	0,093

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.201.20.00005.28	0,018	2.211.20.00001.21	0,792	2.211.20.00001.26	0,671
2.211.20.00001.24	0,950	2.291.20.00001.18	1,355	2.201.20.00001.18	2,842
2.211.20.00001.17	0,586	2.291.20.00001.13	2,197	2.501.20.00001.15	0,147
2.221.20.00001.16	0,205	2.221.20.00001.11	0,339	2.211.20.00001.14	0,250
2.301.20.00001.12	1,311	2.511.20.00001.09	0,161	2.221.20.00001.14	0,398
2.381.20.00001.12	0,620			2.301.20.00001.09	0,629
2.241.20.00001.11	0,418				
2.501.20.00001.10	0,319				
2.241.20.00001.09	0,462				
2.241.20.00001.06	0,023				

Máquina 7		Máquina 8	
2.211.20.00001.18	0,649	2.201.20.00001.28	0,401
2.291.20.00001.15	3,644	2.201.20.00001.27	0,005
2.221.20.00001.13	0,360	2.201.20.00001.22	0,320
		2.201.20.00001.20	2,217
		2.361.20.00001.18	0,211
		2.201.20.00001.16	0,238
		2.311.20.00001.16	0,306
		2.361.20.00001.15	0,223
		2.361.20.00002.15	0,015
		2.201.20.00001.14	0,844
		2.511.20.00001.13	0,048

Tabela 6.5: Resultado obtido pela aplicação - Com divisão de cargas, semana 5

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	0,000	1,715	1,756	1,776
	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	1,779	1,841	1,861	1,786

Tabela 6.6: Esforço obtido por cada máquina

Como se pode verificar pela Tabela 6.5 a aplicação optou por não alocar a carga 2.291.20.00001.15 a mais que uma máquina, ficando a sua transformação a cargo da máquina 7. Não havendo assim nenhuma carga alocada em mais que uma máquina o valor da função objetivo (maior esforço médio) obtido deveria ser igual ao anterior, quando a carga era alocada a uma e uma só máquina. Comparando os resultados verifica-se na Tabela 6.6 que estes são semelhantes, inicialmente tinha-se 1,868 e agora 1,861 e passou ser a máquina 7 que realiza o esforço maior. Esta ligeira diferença pode explicar-se pelo facto de o *Open Solver* considerar por defeito uma tolerância de 5% que permite o método de *Branch and Bound* terminar antes de obter a solução ótima.

6.1.3 Resultados obtidos pela INDASA

Nesta secção analisa-se o planeamento efetuado pela INDASA na semana 5. Para o cálculo do esforço médio, considerou-se o tempo em que a máquina esteve a operar durante a semana.

Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3	
2.221.20.00001.19	0,28435	2.201.20.00005.28	0,385	2.201.20.00001.23	2,215
		2.201.20.00001.25	0,352	2.311.20.00001.20	0,809
		2.361.20.00001.23	0,171	2.201.20.00001.18	1,506
		2.201.20.00001.22	1,118	2.311.20.00001.15	0,720
		2.221.20.00001.22	0,320	2.291.20.00001.15	0,887
		2.201.20.00001.21	0,259	2.311.20.00001.14	0,877
		2.201.20.00001.18	1,428	2.311.20.00001.13	1,160
		2.311.20.00001.18	1,128	2.221.20.00001.12	0,074
		2.361.20.00001.18	0,079	2.301.20.00001.09	0,630
		2.291.20.00001.15	2,828		
		2.361.20.00001.15	0,242		
		2.311.20.00001.14	0,096		
		2.291.20.00001.13	0,881		
		2.511.20.00001.12	0,229		
		2.221.20.00001.11	0,344		
		2.221.20.00001.10	0,433		
		2.511.20.00001.10	0,232		
		2.381.20.00001.09	0,310		
		2.511.20.00001.09	0,159		

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.201.20.00001.22	0,808	2.211.20.00001.22	1,151	2.201.20.00001.22	0,152
2.201.20.00001.17	0,340	2.201.20.00001.20	1,656	2.201.20.00001.20	1,288
2.201.20.00001.14	0,838	2.381.20.00001.13	0,516	2.361.20.00001.18	0,111
2.381.20.00001.14	0,377	2.201.20.00001.13	1,075	2.381.20.00001.15	0,054
2.291.20.00001.13	0,307	2.381.20.00001.11	0,498	2.501.20.00001.15	0,153
2.241.20.00001.12	0,917			2.201.20.00001.15	0,946
2.381.20.00001.12	0,717			2.381.20.00001.14	0,055
				2.201.20.00001.14	0,527
				2.381.20.00001.13	0,119
				2.511.20.00001.13	0,150
				2.381.20.00001.12	0,120
				2.381.20.00001.10	0,591
				2.511.20.00001.10	0,331

Máquina 7		Máquina 8	
2.201.20.00005.27	2,106	2.201.20.00005.26	1,326
2.201.20.00001.25	1,317	2.201.20.00001.24	0,702
2.211.20.00001.22	0,436	2.211.20.00001.24	0,307
2.311.20.00001.19	0,467	2.311.20.00001.18	0,242
2.291.20.00001.18	1,363	2.311.20.00001.16	0,308
2.381.20.00001.15	0,238	2.201.20.00001.16	0,713
2.291.20.00001.14	0,461	2.201.20.00001.15	0,637
2.381.20.00001.14	0,197		
2.381.20.00001.13	0,345		

Tabela 6.7: Resultado obtido pela INDASA na semana 5

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	2,000	1,938	1,554	1,560

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	1,728	1,808	2,000	1,227

Tabela 6.8: Esforço obtido por cada máquina

Pela Tabela 6.7 consegue-se entender que existem várias cargas que foram alocadas em mais que uma máquina. Por exemplo a carga 2.201.20.00001.22 foi alocada em três máquinas diferentes, na máquina 2, 4 e 6. Verificou-se na Tabela 6.5 que quando houve a possibilidade de alocar cargas em mais que uma máquina a aplicação não o fez. O esforço maior obtido médio nesta semana pela INDASA foi de 2,000 (Tabela 6.8) na máquina 1 e 7. Sendo que este valor é mais alto que os obtidos pela aplicação, 1,868 (Tabela 6.4) e 1,861 (Tabela 6.6). Em contrapartida ao esforço realizado pelas máquinas 1 e 7, a máquina 8 apresenta um esforço médio de 1,227, mostrando que a semana não foi equilibrada em termos de esforço médio entre as máquinas.

6.2 SEMANA DE 27 MARÇO A 31 DE MARÇO DE 2017

6.2.1 Resultados obtidos pela aplicação - Sem divisão de cargas

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Nº turnos disponíveis	0	10	5	5

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Nº turnos disponíveis	5	5	5	5

Tabela 6.9: Turnos disponíveis na semana 13

Capacidade disponível:	40
Capacidade necessária:	39,028
Horas Extra:	-0,972

Tabela 6.10: Necessidade de horas extra na semana 13

Na Tabela 6.9 pode-se encontrar os turnos disponíveis em cada máquina ao longo dessa semana. A máquina 2 dispõe do dobro dos turnos das restantes pois esta labora dois turnos por dia. A Tabela 6.10 mostra que não existe a necessidade de horas extra, aliás há um excedente de 0,972 turnos.

Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
2.201.20.00005.27	0,361	2.201.20.00001.27 0,136
2.201.20.00001.26	0,090	2.201.20.00001.25 0,361
2.211.20.00001.26	0,054	2.211.20.00001.23 1,120
2.201.20.00001.20	0,991	2.201.20.00001.15 0,640
2.201.20.00001.13	0,955	2.291.20.00001.13 3,082
2.381.20.00001.12	0,260	2.241.20.00001.12 3,452
2.401.20.00002.11	0,015	2.211.20.00001.12 0,451
2.241.20.00001.11	1,026	2.201.20.00001.10 0,721
2.211.20.00001.10	0,451	
2.301.20.00001.10	0,324	
2.301.20.00001.09	0,018	

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.361.20.00001.23	0,043	2.211.20.00001.20	3,316	2.201.20.00001.23	0,479
2.201.20.00001.22	2,304	2.211.20.00001.15	0,541	2.201.20.00001.21	0,027
2.201.20.00001.17	0,036	2.201.20.00001.12	0,721	2.291.20.00001.17	0,018
2.201.20.00001.16	0,288			2.361.20.00002.16	0,015
2.291.20.00001.14	0,771			2.331.20.00002.12	0,015
2.381.20.00001.13	0,378			2.241.20.00001.10	2,370
2.241.20.00002.12	0,018			2.241.20.00001.09	1,871
2.201.20.00001.11	0,288				
2.401.20.00002.10	0,020				
2.211.20.00001.09	0,451				
2.241.20.00001.07	0,362				

Máquina 7		Máquina 8	
2.201.20.00001.28	0,036	2.211.20.00001.22	1,211
2.221.20.00001.25	0,190	2.291.20.00001.18	1,649
2.201.20.00001.24	0,659	2.201.20.00001.18	2,082
2.291.20.00001.20	0,901		
2.201.20.00001.19	0,009		
2.321.20.00001.16	0,015		
2.291.20.00001.15	2,361		
2.381.20.00001.14	0,189		
2.311.20.00001.14	0,541		
2.201.20.00001.14	0,063		

Tabela 6.11: Resultado obtido pela aplicação - Sem divisão de cargas, semana 13

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	0,000	1,717	1,831	1,587

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	1,831	1,816	1,809	1,734

Tabela 6.12: Esforço obtido por cada máquina

A Tabela 6.11 mostra o planeamento obtido com a aplicação, alocando as cargas a uma e uma só máquina, indicando as cargas que vão ser cortadas em cada máquina e o tempo (em turnos) que vão estar a ocupar a máquina.

A Tabela 6.12 dá o esforço médio realizado por cada máquina. O esforço médio máximo é de 1,831 realizado pelas máquinas 5 e 3.

6.2.2 Resultados obtidos pela aplicação - Com divisão de cargas

O número de turnos disponíveis é nos dado pela Tabela 6.9 e a necessidade de horas pela Tabela 6.10. Neste caso está-se a considerar a possibilidade de alocar as cargas a mais que uma máquina. Como a condição para alocar uma carga a várias máquinas é a carga ocupar mais

do que três turnos a máquina, nesta semana consideram-se três cargas que podem ser alocadas a mais que uma máquina, estando identificadas por 2.211.20.00001.20, 2.241.20.00001.12 e 2.291.20.00001.13.

Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3	
		2.211.20.00001.23	1,120	2.201.20.00001.22	2,304
		2.211.20.00001.20	1,658	2.211.20.00001.15	0,541
		2.321.20.00001.16	0,015	2.311.20.00001.14	0,541
		2.241.20.00002.12	0,018	2.201.20.00001.13	0,955
		2.201.20.00001.11	0,288	2.241.20.00001.12	3,452
		2.241.20.00001.09	1,871	2.201.20.00001.12	0,721
				2.241.20.00001.11	1,026
				2.241.20.00001.07	0,362

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.291.20.00001.20	0,901	2.201.20.00001.27	0,136	2.211.20.00001.22	1,211
2.201.20.00001.18	2,082	2.201.20.00001.26	0,090	2.381.20.00001.14	0,189
2.291.20.00001.13	1,541	2.211.20.00001.26	0,054	2.381.20.00001.12	0,260
		2.201.20.00001.24	0,659	2.401.20.00002.11	0,015
		2.211.20.00001.20	1,658	2.241.20.00001.10	2,370
		2.291.20.00001.17	0,018	2.401.20.00002.10	0,020
		2.201.20.00001.15	0,640	2.211.20.00001.10	0,451
		2.211.20.00001.12	0,451	2.301.20.00001.09	0,018
		2.331.20.00002.12	0,015	2.211.20.00001.09	0,451
		2.201.20.00001.10	0,721		
		2.301.20.00001.10	0,324		

Máquina 7		Máquina 8	
2.201.20.00001.28	0,036	2.221.20.00001.25	0,190
2.201.20.00005.27	0,361	2.201.20.00001.23	0,479
2.201.20.00001.25	0,361	2.201.20.00001.20	0,991
2.361.20.00001.23	0,043	2.291.20.00001.18	1,649
2.201.20.00001.21	0,027	2.291.20.00001.13	1,541
2.201.20.00001.19	0,009		
2.201.20.00001.17	0,036		
2.201.20.00001.16	0,288		
2.361.20.00002.16	0,015		
2.291.20.00001.15	2,361		
2.201.20.00001.14	0,063		
2.291.20.00001.14	0,771		
2.381.20.00001.13	0,378		

Tabela 6.13: Resultado obtido pela aplicação - Com divisão de cargas, semana 13

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	0,000	1,764	1,786	1,810
	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	1,719	1,751	1,735	1,806

Tabela 6.14: Esforço obtido por cada máquina

Como se pode verificar pela Tabela 6.13 a aplicação optou por não alocar a carga 2.241.20.00001.12 em mais do que uma máquina, ficando a sua transformação a cargo da máquina 3, alocando a mais do que uma máquina as cargas 2.211.20.00001.20 (máquina 2 e 5) e 2.291.20.00001.13 (máquina 4 e 8). Visto que existem duas cargas alocadas a mais do que uma máquina, espera-se que o esforço realizado quando as cargas estavam alocadas a uma e uma só máquina (Tabela 6.12) seja diferente. Comparando os resultados da Tabela 6.12 com os resultados da Tabela 6.14, verifica-se que existe uma ligeira descida em termos de esforço, antes era de 1.831 e agora 1.810.

6.2.3 Resultados obtidos pela INDASA

Nesta secção analisa-se o planeamento efetuado pela INDASA na semana 13. Para o cálculo do esforço médio, considerou-se o tempo em que a máquina esteve a operar durante a semana.

Máquina 1	Máquina 2		Máquina 3	
	2.201.20.00005.28	0,265	2.511.20.00001.15	0,136
	2.221.20.00001.24	0,476	2.581.20.00001.13	0,104
	2.201.20.00001.22	1,078	2.291.20.00001.13	1,682
	2.201.20.00001.16	0,229	2.211.20.00001.12	0,728
	2.511.20.00001.16	0,085	2.241.20.00001.12	2,353
	2.511.20.00001.14	0,263	2.381.20.00001.10	0,998
	2.221.20.00001.13	0,108	2.241.20.00001.09	0,723
	2.511.20.00001.13	0,111	2.301.20.00001.07	1,078
	2.301.20.00001.11	1,180		
	2.301.20.00001.10	0,729		
	2.501.20.00001.09	0,113		
	2.301.20.00001.07	0,757		

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.201.20.00001.25	0,439	2.221.20.00001.20	0,538	2.201.20.00001.27	0,067
2.221.20.00001.25	0,259	2.291.20.00001.18	0,307	2.511.20.00001.20	0,081
2.201.20.00001.23	1,371	2.221.20.00001.16	0,162	2.311.20.00001.18	0,799
2.221.20.00001.23	0,431	2.221.20.00001.15	0,708	2.381.20.00001.16	0,114
2.201.20.00001.21	0,366	2.201.20.00001.13	0,904	2.381.20.00001.13	0,399
2.221.20.00001.21	0,158	2.301.20.00001.12	0,907	2.381.20.00001.12	1,389
2.221.20.00001.19	0,402	2.381.20.00001.12	0,713	2.511.20.00001.12	0,225
2.241.20.00001.12	1,094	2.241.20.00001.11	0,684	2.381.20.00001.10	0,374
2.201.20.00001.12	0,746	2.221.20.00001.11	0,232	2.241.20.00001.10	0,758
2.211.20.00001.11	0,055			2.511.20.00001.10	0,186
				2.381.20.00001.09	0,234
				2.381.20.00001.07	0,212
				2.241.20.00001.06	0,432

Máquina 7		Máquina 8	
2.201.20.00005.27	0,550	2.211.20.00001.23	1,239
2.211.20.00001.23	1,960	2.211.20.00001.22	0,954
2.201.20.00001.20	1,028	2.291.20.00001.20	0,167
2.211.20.00001.20	0,735	2.291.20.00001.15	1,713
2.201.20.00001.18	1,999	2.381.20.00001.15	0,711
		2.201.20.00001.14	0,138

Tabela 6.15: Resultado obtido pela INDASA na semana 13

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	0,000	1,9463	1,668	1,524

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	2,062	2,223	2,007	1,530

Tabela 6.16: Esforço obtido por cada máquina

Tal como aconteceu na semana 5, a Tabela 6.15 permite verificar que existem várias cargas que foram alocadas a mais do que uma máquina. Verificou-se na Tabela 6.13 que a aplicação optou por alocar só duas cargas em mais do que uma máquina. O esforço obtido médio máximo nesta semana pelo planeamento INDASA foi de 2,223 (Tabela 6.16) na máquina 6. Este valor é mais alto que os obtidos pela aplicação, 1,831 (Tabela 6.12) e 1,810 (Tabela 6.14). Em contrapartida ao esforço realizado pela máquina 6, verificou-se um esforço médio de 1,524 na máquina 4, mostrando que a semana não foi equilibrada em termos de esforço médio entre as máquinas.

6.3 SEMANA DE 15 MAIO A 19 DE MAIO DE 2017

6.3.1 Resultados obtidos pela aplicação - Sem divisão de cargas

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Nº turnos disponíveis	0,5	10	10	10

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Nº turnos disponíveis	5	5	5	5

Tabela 6.17: Turnos disponíveis na semana 20

Capacidade disponível:	50,5
Capacidade necessária:	50,043
Horas Extra:	-0,457

Tabela 6.18: Necessidade de horas extra na semana 20

A Tabela 6.17 indica os turnos disponíveis em cada máquina ao longo dessa semana. Nesta semana já foram necessárias três máquinas a ter de realizar o dobro do esforço das restantes, neste caso a máquinas 2, 3 e 4. A máquina 1 tem 0,5 turnos disponíveis para cortar bandas para folhas, correspondente ao tempo que sobrou após cortar bandas para tiras. A Tabela 6.18 mostra que não existe a necessidade de horas extra, aliás há um excedente de 0,457 turnos.

Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3	
2.201.20.00001.24	0,081	2.211.20.00001.28	0,392	2.201.20.00001.28	0,634
2.581.20.00001.17	0,013	2.201.20.00001.25	0,804	2.221.20.00001.22	0,235
2.581.20.00001.15	0,113	2.201.20.00005.25	0,140	2.211.20.00001.21	1,545
2.211.20.00001.12	0,177	2.211.20.00001.22	1,701	2.201.20.00001.20	0,771
2.241.20.00002.10	0,063	2.291.20.00001.17	0,788	2.211.20.00001.19	0,164
2.331.20.07002.10	0,015	2.201.20.00001.16	0,045	2.201.20.00001.13	0,809
2.251.20.00002.09	0,015	2.241.20.00001.11	1,728	2.311.20.00001.13	1,053
2.511.20.00001.07	0,019	2.301.20.00001.10	1,180	2.381.20.00001.12	0,911
		2.241.20.00001.10	0,991	2.211.20.00001.11	0,474
		2.211.20.00001.10	0,732	2.241.20.00001.09	0,809
		2.511.20.00001.08	0,208	2.241.20.00001.07	2,271
		2.301.20.00001.07	0,991		
		2.381.20.00001.07	0,288		

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.211.20.00005.28	0,090	2.211.20.00005.27	0,023	2.201.20.00001.23	0,587
2.211.20.00001.27	0,101	2.211.20.00001.23	1,572	2.311.20.00001.18	0,894
2.201.20.00001.22	1,176	2.291.20.00001.20	2,493	2.211.20.00001.16	0,548
2.211.20.00001.17	0,178	2.361.20.00001.16	0,015	2.201.20.00001.14	0,009
2.381.20.00001.17	0,096	2.511.20.00001.16	0,149	2.311.20.00001.14	1,491
2.381.20.00001.16	0,202	2.581.20.00001.13	0,013	2.291.20.00001.13	1,418
2.201.20.00001.15	1,087	2.511.20.00001.12	0,038	2.331.20.00001.10	0,022
2.211.20.00001.15	2,725	2.241.20.00002.11	0,018		
2.221.20.00001.14	0,072	2.381.20.00001.09	0,412		
2.241.20.00001.12	2,741	2.251.20.00001.07	0,268		
2.201.20.00001.12	0,344				
2.221.20.00001.12	0,285				
2.511.20.00001.11	0,272				
2.381.20.00001.08	0,121				
2.241.20.00001.06	0,476				

Máquina 7		Máquina 8	
2.211.20.00001.24	0,296	2.221.20.00001.25	0,027
2.321.20.00001.21	0,258	2.321.20.00001.22	0,011
2.211.20.00001.20	2,020	2.361.20.00001.22	0,011
2.221.20.00001.20	0,166	2.311.20.00001.21	0,293
2.401.20.00002.16	0,007	2.201.20.00001.18	1,081
2.501.20.00001.15	0,227	2.211.20.00001.18	1,188
2.381.20.00001.14	0,688	2.311.20.00001.16	0,018
2.211.20.00001.14	0,233	2.311.20.00001.15	2,318
2.381.20.00001.13	1,091	2.581.20.00001.14	0,013
		2.221.20.00001.13	0,005

Tabela 6.19: Resultado obtido pela aplicação - Sem divisão de cargas, semana 20

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	1,853	1,842	1,921	1,916

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	1,734	1,871	1,884	1,917

Tabela 6.20: Esforço obtido por cada máquina

A Tabela 6.19 mostra o planejamento obtido com a aplicação, alocando as cargas a uma e uma só máquina, indicando as cargas que vão ser cortadas em cada máquina e o tempo (em turnos) que vão estar a ocupar a máquina.

A Tabela 6.20 indica o esforço médio realizado por cada máquina. O esforço médio máximo é 1,916 efetuado pela máquina 4.

6.3.2 Resultados obtidos pela aplicação - Com divisão de cargas

O número de turnos disponíveis é nos dado pela Tabela 6.17 e a necessidade de horas pela Tabela 6.18. Neste caso está-se a considerar alocar as cargas a mais do que uma máquina. Como a condição para alocar uma carga a várias máquinas não é satisfeita por nenhuma carga, optou-se por considerar uma condição menos restritiva de exigir que a carga ocupe pelo menos dois turnos, de modo a ser dividida. Após a mudança de condição considera-se seis cargas que podem ser alocadas por mais que uma máquina.

Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3	
2.211.20.00005.28	0,090	2.211.20.00001.28	0,392	2.201.20.00001.28	0,634
2.361.20.00001.22	0,011	2.211.20.00001.21	1,545	2.201.20.00005.25	0,140
2.581.20.00001.17	0,013	2.211.20.00001.16	0,548	2.211.20.00001.23	1,572
2.361.20.00001.16	0,015	2.311.20.00001.16	0,018	2.291.20.00001.20	1,246
2.401.20.00002.16	0,007	2.311.20.00001.15	1,159	2.211.20.00001.20	1,010
2.581.20.00001.15	0,113	2.311.20.00001.13	1,053	2.211.20.00001.19	0,164
2.201.20.00001.14	0,009	2.221.20.00001.12	0,285	2.381.20.00001.13	1,091
2.581.20.00001.14	0,013	2.241.20.00001.11	1,728	2.241.20.00001.12	1,370
2.211.20.00001.12	0,177	2.211.20.00001.11	0,474	2.201.20.00001.12	0,344
2.511.20.00001.12	0,038	2.241.20.00001.10	0,991	2.241.20.00002.11	0,018
2.331.20.07002.10	0,015	2.241.20.00001.09	0,809	2.301.20.00001.10	1,180
		2.301.20.00001.07	0,991	2.381.20.00001.08	0,121
				2.511.20.00001.08	0,208
				2.381.20.00001.07	0,288
				2.241.20.00001.06	0,476

Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.211.20.00001.27	0,101	2.211.20.00001.22	1,701	2.211.20.00001.24	0,296
2.201.20.00001.25	0,804	2.381.20.00001.17	0,096	2.201.20.00001.23	0,587
2.201.20.00001.22	1,176	2.511.20.00001.16	0,149	2.201.20.00001.20	0,771
2.321.20.00001.22	0,011	2.211.20.00001.14	0,233	2.211.20.00001.18	1,188
2.321.20.00001.21	0,258	2.221.20.00001.13	0,005	2.291.20.00001.17	0,788
2.211.20.00001.15	2,725	2.241.20.00001.12	1,370	2.211.20.00001.17	0,178
2.291.20.00001.13	1,418	2.331.20.00001.10	0,022	2.201.20.00001.15	1,087
2.581.20.00001.13	0,013	2.251.20.00001.07	0,268	2.241.20.00002.10	0,063
2.381.20.00001.12	0,911	2.241.20.00001.07	1,135	2.511.20.00001.07	0,019
2.511.20.00001.11	0,272				
2.211.20.00001.10	0,732				
2.251.20.00002.09	0,015				
2.381.20.00001.09	0,412				
2.241.20.00001.07	1,135				

Máquina 7		Máquina 8	
2.211.20.00001.20	1,010	2.211.20.00005.27	0,023
2.291.20.00001.20	1,246	2.221.20.00001.25	0,027
2.501.20.00001.15	0,227	2.201.20.00001.24	0,081
2.311.20.00001.14	1,491	2.221.20.00001.22	0,235
2.201.20.00001.13	0,809	2.311.20.00001.21	0,293
		2.221.20.00001.20	0,166
		2.201.20.00001.18	1,081
		2.311.20.00001.18	0,894
		2.201.20.00001.16	0,045
		2.381.20.00001.16	0,202
		2.311.20.00001.15	1,159
		2.381.20.00001.14	0,688
		2.221.20.00001.14	0,072

Tabela 6.21: Resultado obtido pela aplicação - Com divisão de cargas, semana 20

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	1,796	1,904	1,847	1,875

	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	1,932	1.818	1,914	1,854

Tabela 6.22: Esforço obtido por cada máquina

Como se pode verificar pela Tabela 6.21, a aplicação optou por não alocar uma das seis cargas a mais que uma máquina. Ou seja, foram alocadas a mais do que uma máquina cinco cargas que estão identificadas como: 2.311.20.00001.15, 2.291.20.00001.20, 2.211.20.00001.20, 2.241.20.00001.12 e 2.241.20.00001.07. Visto que existem cinco cargas alocadas a mais do que uma máquina, espera-se que o esforço realizado quando as cargas estavam alocadas a uma e uma só máquina (Tabela 6.20) seja diferente. Comparando os resultados verifica-se na Tabela 6.22 que existe uma ligeira subida em termos de esforço, antes era de 1,916 e agora 1,932. Note-se que seria de esperar obter um melhor valor no caso em que se admite a divisão de algumas cargas. Contudo o software usa por defeito uma tolerância de 5% como critério de paragem do método de *Branch and Bound*, o que significa que as soluções encontradas podem não ser ótimas.

6.3.3 Resultados obtidos pela INDASA

Nesta secção analisa-se o que foi efetuado pela INDASA na semana 20.

Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3	
2.291.20.00001.14	0,482	2.211.20.00001.24	0,292	2.201.20.00001.28	0,130
		2.291.20.00001.20	1,509	2.211.20.00001.21	0,183
		2.201.20.00001.18	1,076	2.291.20.00001.20	0,974
		2.211.20.00001.17	0,169	2.211.20.00001.19	0,150
		2.511.20.00001.16	0,137	2.211.20.00001.18	0,724
		2.201.20.00001.15	0,747	2.201.20.00001.16	0,208
		2.381.20.00001.12	2,544	2.311.20.00001.15	0,361
		2.241.20.00001.11	1,365	2.511.20.00001.15	0,187
		2.301.20.00001.11	0,417	2.311.20.00001.15	0,572
		2.241.20.00001.10	0,565	2.581.20.00001.15	0,103
		2.211.20.00001.10	0,729	2.381.20.00001.14	0,489
		2.301.20.00001.09	0,252	2.221.20.00001.14	0,069
		2.241.20.00001.07	1,005	2.501.20.00001.14	0,167
		2.301.20.00001.07	0,503	2.311.20.00001.14	0,300
		2.241.20.00001.06	0,465	2.211.20.00001.14	0,228
				2.201.20.00001.13	0,596
				2.381.20.00001.12	3,624
				2.511.20.00001.10	0,411
				2.241.20.00001.09	0,454
Máquina 4		Máquina 5		Máquina 6	
2.211.20.00001.27	0,605	2.211.20.00001.23	1,765	2.211.20.00001.22	1,632
2.201.20.00001.22	0,279	2.211.20.00001.20	1,640	2.211.20.00001.20	0,982
2.201.20.00001.19	0,198	2.211.20.00001.16	0,524	2.381.20.00001.12	0,815
2.381.20.00001.18	0,165	2.381.20.00001.13	0,506		
2.221.20.00001.17	0,114	2.381.20.00001.12	0,642		
2.211.20.00001.15	1,718	2.381.20.00001.11	0,832		
2.211.20.00001.12	0,176				
2.201.20.00001.12	0,377				
2.381.20.00001.12	0,489				
2.241.20.00002.12	0,040				
2.201.20.00001.11	0,740				
2.241.20.00001.09	0,344				

Máquina 7		Máquina 8	
2.211.20.00001.28	0,424	2.201.20.00001.28	0,492
2.221.20.00001.23	0,166	2.291.20.00001.20	1,747
2.221.20.00001.22	0,103	2.291.20.00001.19	0,535
2.321.20.00001.21	0,264	2.291.20.00001.18	0,550
2.201.20.00001.20	0,376	2.211.20.00001.15	0,676
2.221.20.00001.20	0,165	2.291.20.00001.13	1,457
2.291.20.00001.18	1,432		
2.211.20.00001.18	1,934		
2.311.20.00001.18	0,896		
2.311.20.00001.15	0,051		
2.291.20.00001.13	0,303		

Tabela 6.23: Resultado obtido pela INDASA na semana 20

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Esforço Máquina	1,927	2,523	1,955	0,960
	Máquina 5	Máquina 6	Máquina 7	Máquina 8
Esforço Máquina	2,011	1,045	2,254	2,085

Tabela 6.24: Esforço obtido por cada máquina

Tal como aconteceu na semana 5 e 13, a Tabela 6.23 permite verificar que existem várias cargas que foram alocadas em mais que uma máquina. O esforço médio máximo verificado no planeamento realizado pela INDASA foi de 2,523 (Tabela 6.24) na máquina 2. Sendo que este valor é mais alto que os obtidos pela aplicação, 1,916 (Tabela 6.20) e 1,932 (Tabela 6.22). Em contrapartida ao esforço realizado pela máquina 2, as máquinas 4 e 6 realizam um esforço de 0,960 e 1,045 respetivamente, mostrando que a semana não foi equilibrada em termos de esforço médio entre as máquinas.

6.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELA APLICAÇÃO E O REALIZADO PELA INDASA

Em relação ao esforço realizado pela aplicação tanto quanto as cargas são alocadas a uma e uma só máquina ou a mais que uma máquina em comparação com o esforço obtido pelo que foi realizado na INDASA estes são mais baixos. Pela análise das três semanas é possível observar que quer o esforço médio máximo quer a diferença de esforços médios entre as máquinas, foram superiores no caso do planeamento efetivamente realizado pela INDASA relativamente ao planeamento obtido com recurso à aplicação. Por isso pode-se prever que a utilização da aplicação por parte da INDASA pode vir a trazer maior equilíbrio em termos de esforço das máquinas.

Conclusão

Ao longo desta dissertação foi estudado um problema proposto pela INDASA, empresa que pertence à indústria de abrasivos flexíveis. O problema considerado foi o da otimização da afetação das cargas de trabalho pelas máquinas por forma a obter um planeamento que equilibre o esforço realizado por cada máquina.

Para resolver este problema de otimização foram criados vários modelos de programação inteira mista, os quais foram comparados em termos das soluções produzidas com recurso a software de otimização.

De modo a serem considerados os tempos de corte dos vários artigos e atendendo ao elevado número de artigos existentes, foi necessário realizar um estudo estatístico com o objectivo de agrupar artigos com tempos médios de corte semelhantes. A diferenciação dos grupos foi feita recorrendo a caixas de bigodes que permitiram criar oito grupos de artigos.

Foi desenvolvida para a empresa uma aplicação em Excel que realiza a afetação das cargas através do modelo seleccionado e que recorre ao *Open Solver*[10] e a macros desenvolvidos no âmbito do estágio.

Resultados preliminares mostram que o planeamento fornecido pela aplicação tende a gerar planeamentos mais equilibrados, em termos de esforço médio de cada máquina, do que os planeamentos realizados sem recurso à aplicação.

Referências

- [1] A. Mason, *Open Solver - An Open Source Add - in to Solve Linear and Integer Proceedings*, Klatte, Diethard, Lüthi, Hans-Jakob, Schmodders, Karl e S. B. Heidelberg, eds. 2011, pp. 401–406.
- [2] (2017). Open Solver, URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-29210-1-64>.
- [3] (2016). INDASA, URL: <https://www.indasa-abrasives.com/pt/pt>.
- [4] (2017). FEPA, URL: <https://www.fepa-abrasives.com/>.
- [5] (2016). Software R, URL: <https://cran.r-project.org/bin/windows/base/old/3.3.1/>.
- [6] J. Júdice, P. Martins, M. Pascoal e J. Santos, *Otimização em Redes*, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, 2006.
- [7] W. L. Winston, *Operations Research-Applications and Algorithms*, ed. por Brooks/Cole. 2004.
- [8] L. Wolsey, *Integer Programming*, Wiley, ed. 1996.
- [9] M. R. Garey e D. S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Teory of NP-Completeness*, W. Freeman, ed., ed. por C. N. York. 1990.
- [10] (2017). Open Solver, URL: <http://opensolver.org>.

Anexo A: Código R

```

# Leitura dos dados

dados<-read.table("dados.txt",sep="\t",dec="," ,header=TRUE)
dados=dados[-c(183:185),]
str(dados)

### 1. ANÁLISE ESTATÍSTICA DA VELOCIDADE MÉDIA m/h PELO TAMANHO DO GRÃO

# 1.1. Definição dos grãos pelo seu tamanho

grão6=dados[which(c(dados$Grão==36)),]
summary(grão6$Velocidade.média.m.h.)

grão7=dados[which(c(dados$Grão==40)),]
summary(grão7$Velocidade.média.m.h.)

grão8=dados[which(c(dados$Grão==50)),]
summary(grão8$Velocidade.média.m.h.)

grão9=dados[which(c(dados$Grão==60)),]
summary(grão9$Velocidade.média.m.h.)

grão10=dados[which(c(dados$Grão==80)),]
summary(grão10$Velocidade.média.m.h.)

grão11=dados[which(c(dados$Grão==100)),]
summary(grão11$Velocidade.média.m.h.)

grão12=dados[which(c(dados$Grão==120)),]
summary(grão12$Velocidade.média.m.h.)

grão13=dados[which(c(dados$Grão==150)),]
summary(grão13$Velocidade.média.m.h.)

grão14=dados[which(c(dados$Grão==180)),]
summary(grão14$Velocidade.média.m.h.)

grão15=dados[which(c(dados$Grão==220)),]
summary(grão15$Velocidade.média.m.h.)

grão16=dados[which(c(dados$Grão==240)),]
summary(grão16$Velocidade.média.m.h.)

grão17=dados[which(c(dados$Grão==280)),]
summary(grão17$Velocidade.média.m.h.)

grão18=dados[which(c(dados$Grão==320)),]
summary(grão18$Velocidade.média.m.h.)

grão19=dados[which(c(dados$Grão==360)),]
summary(grão19$Velocidade.média.m.h.)

grão20=dados[which(c(dados$Grão==400)),]

```

```
summary(grão20$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão21=dados[which(c(dados$Grão==500)),]  
summary(grão21$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão22=dados[which(c(dados$Grão==600)),]  
summary(grão22$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão23=dados[which(c(dados$Grão==800)),]  
summary(grão23$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão24=dados[which(c(dados$Grão==1000)),]  
summary(grão24$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão25=dados[which(c(dados$Grão==1200)),]  
summary(grão25$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão26=dados[which(c(dados$Grão==1500)),]  
summary(grão26$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão27=dados[which(c(dados$Grão==2000)),]  
summary(grão27$Velocidade.média.m.h.)
```

```
grão28=dados[which(c(dados$Grão==2500)),]  
summary(grão28$Velocidade.média.m.h.)
```

2. ELIMINAÇÃO DE DADOS PROBLEMÁTICOS

```
# 2.1. Identificação das linhas onde encontram-se os possíveis dados  
problemáticos
```

```
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão6$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão7$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão10$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão11$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão13$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão15$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão16$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão17$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==min(grão19$Velocidade.média.m.h.))  
which(dados$Velocidade.média.m.h.==max(grão20$Velocidade.média.m.h.))
```

```
# 2.2. Redefinição dos dados
```

```
dados=dados[-c(106:108,146,170,180),]  
str(dados)
```

```
# 2.3. Repetição do ponto 1.1.
```

```
## Apenas para os grãos em que forem eliminados dados, neste caso para o  
grão 13,  
## grão 15, 16, 17, 19 e 20
```

3. CAIXAS DE BIGODES COMPARATIVAS

```

# 3.1. Caixas de bigodes entre possíveis variáveis e fatores

dados$Gramagem=as.factor(dados$Gramagem)

par(mfrow=c(3,3))
indvar=c(3,4,5)
indfac=c(10,11,13)
for (i in indvar)
{ variavel=dados[,i]
  for (j in indfac)
  {
    fator=dados[,j]
    n=dim(table(fator))
    boxplot(variavel~fator, data=dados, pch=20,
            xlab=c(colnames(dados)[j]), ylab=colnames(dados)[i],at=c(1:n))
  }
}

par(mfrow=c(2,3))
indvar=c(7,9)
indfac=c(10,11,13)
for (i in indvar)
{ variavel=dados[,i]
  for (j in indfac)
  {
    fator=dados[,j]
    n=dim(table(fator))
    boxplot(variavel~fator, data=dados, pch=20,
            xlab=c(colnames(dados)[j]), ylab=colnames(dados)[i],at=c(1:n))
  }
}

# 3.2. Caixas de bigodes comparativas, Grão - Velocidade média m/h

i=7
j=10
variavel=dados[,i]
fator=dados[,j]
n=dim(table(fator))
boxplot(variavel~fator, data=dados, pch=20,
        xlab=c(colnames(dados)[j]), ylab=colnames(dados)[i],at=c(1:n))

#3.2.1. Histograma para saber quantos elementos estão em cada caixa de
bigodes

barplot(table(dados$Grão),ylab=paste("Freq.
Grão"),xlab=paste("Grão"),space=1,las=3)

#3.2.2. Tabela para saber quantos elementos estão em cada caixa de
bigodes

```

```
table(dados$Grão)
```

#3.2.3. Caixas de bigodes comparativas, Grão - Velocidade média m/h, com identificação dos grupos

```
boxplot(variavel~fator, data=dados, pch=20,  
xlab=colnames(dados)[j], ylab=colnames(dados)[i],  
col=c("LimeGreen","LimeGreen",  
"LimeGreen","SeaGreen","SeaGreen","SeaGreen","SeaGreen","SeaGr  
een",  
"SeaGreen","SeaGreen","SeaGreen","SeaGreen","SeaGreen","SeaGreen","DarkGr  
een",  
"DarkGreen","DarkGreen","DarkGreen","DarkGreen","DarkGreen","DarkGreen"),  
at=c(1,2,3,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,18,19,20,21,22,23,24,25))
```

3.3. Caixas de bigodes comparativas, Lixa - Velocidade média m/h

```
i=7  
j=13  
variavel=dados[,i]  
fator=dados[,j]  
n=dim(table(fator))  
boxplot(variavel~fator, data=dados, pch=20,  
xlab=c(colnames(dados)[j]), ylab=colnames(dados)[i],at=c(1:n))
```

#3.3.1. Histograma para saber quantos elementos estão em cada caixa de bigodes

```
barplot(table(dados$Lixa),ylab=paste("Freq.  
Lixa"),xlab=paste("Lixa"),space=1,las=3)
```

#3.3.2. Tabela para saber quantos elementos estão em cada caixa de bigodes

```
table(dados$Lixa)
```

#3.3.3. Caixas de bigodes comparativas, Lixa - Velocidade média m/h, com identificação dos grupos

```
boxplot(variavel~fator, data=dados, pch=20,xlab=colnames(dados)[j],  
ylab=colnames(dados)[i],col=c("LimeGreen","LimeGreen",  
"LimeGreen","LimeGreen","DarkGreen","SeaGreen","LimeGreen",  
"LimeGreen","LimeGreen","DarkGreen","DarkGreen","DarkGreen",  
"LimeGreen","DarkGreen","DarkGreen","SeaGreen","SeaGreen"))
```

4. DEFINIÇÃO DE GRUPOS

4.1. Definição de grupos pelo tamanho do grão

```
#4.1.1. Grão grosso: 36-50 (6-8)
```

```
grosso=dados[which(c(dados$Grão==36|dados$Grão==40|dados$Grão==50)),]  
str(grosso)  
summary(grosso$Velocidade.média.m.h.)
```

```
#4.1.2. Grão médio: 60-400 (9-20)
```

```
médio=dados[which(c(dados$Grão==60|dados$Grão==80|dados$Grão==100|dados$Grão==120|  
dados$Grão==150|dados$Grão==180|dados$Grão==220|dados$Grão==240|dados$Grão==280|  
dados$Grão==320|dados$Grão==360|dados$Grão==400)),]  
str(médio)  
summary(médio$Velocidade.média.m.h.)
```

```
#4.1.3. Grão fino: 500-2500 (21-28)
```

```
fino=dados[which(c(dados$Grão==500|dados$Grão==600|  
dados$Grão==800|dados$Grão==1000|dados$Grão==1200|dados$Grão==1500|  
dados$Grão==2000|dados$Grão==2500)),]  
str(fino)  
summary(fino$Velocidade.média.m.h.)
```

```
#4.1.4 Caixa de bigodes relativa aos grupos por tamanho de grãos
```

```
boxplot(grosso$Velocidade.média.m.h.,médio$Velocidade.média.m.h.,fino$Velocidade.média.m.h.,  
names=c("Grão Grosso","Grão Médio","Grão Fino"))
```

```
# 4.2. Definição de grupos pelo tipo de Lixa
```

```
#4.2.1. Grupo 1 : 201, 211, 221, 241, 291, 301, 311, 381
```

```
g1=dados[which(c(dados$Lixa==201|dados$Lixa==211|dados$Lixa==221|dados$Lixa==241|  
dados$Lixa==291|dados$Lixa==301|dados$Lixa==311|dados$Lixa==381)),]  
str(g1)  
summary(g1$Velocidade.média.m.h.)
```

```
#4.2.2 Grupo 2: 251, 321, 331, 361, 401, 501
```

```
g2=dados[which(c(dados$Lixa==251|dados$Lixa==321|dados$Lixa==331|dados$Lixa==361|  
dados$Lixa==401|dados$Lixa==501)),]  
str(g2)  
summary(g2$Velocidade.média.m.h.)
```

```
#4.2.3. Grupo 3: 271, 511, 581
```

```
g3=dados[which(c(dados$Lixa==271|dados$Lixa==511|dados$Lixa==581)),]  
str(g3)
```

```

summary(g3$Velocidade.média.m.h.)

# 4.3. Caixa de bigodes relativa aos grupos por tipo de Lixa

boxplot(g1$Velocidade.média.m.h.,g2$Velocidade.média.m.h.,g3$Velocidade.m
édia.m.h.,
pch=20,names=c("Grupo 1", "Grupo 2", "Grupo 3"))

# 5. DEFINIÇÃO DOS GRUPOS POR TAMANHO DE GRÃO E TIPO DE LIXA

#5.1.1. Grão grosso: 36-50 (6-8) & Grupo 1

grosso1=merge(grosso,g1)
str(grosso1)
summary(grosso1$Velocidade.média.m.h.)

#5.1.2. Grão grosso: 36-50 (6-8) & Grupo 2

grosso2=merge(grosso,g2)
str(grosso2)
summary(grosso2$Velocidade.média.m.h.)

#5.1.3. Grão grosso: 36-50 (6-8) & Grupo 3
grosso3=merge(grosso,g3)
str(grosso3)
summary(grosso3$Velocidade.média.m.h.)

#5.1.4. Grão médio: 60-400 (9-20) & Grupo 1

médio1=merge(médio,g1)
str(médio1)
summary(médio1$Velocidade.média.m.h.)

#5.1.5. Grão médio: 60-400 (9-20) & Grupo 2

médio2=merge(médio,g2)
str(médio2)
summary(médio2$Velocidade.média.m.h.)

#5.1.6. Grão médio: 60-400 (9-20) & Grupo 3

médio3=merge(médio,g3)
str(médio3)
summary(médio3$Velocidade.média.m.h.)

#5.1.7. Grão fino: 500-2500 (21-28) & Grupo 1

fino1=merge(fino,g1)
str(fino1)
summary(fino1$Velocidade.média.m.h.)

#5.1.8. Grão fino: 500-2500 (21-28) & Grupo 2

fino2=merge(fino,g2)

```

```
str(fino2)
summary(fino2$Velocidade.média.m.h.)
```

```
#5.1.9. Grão fino: 500-2500 (21-28) & Grupo 3
```

```
fino3=merge(fino,g3)
str(fino3)
summary(fino3$Velocidade.média.m.h.)
```

```
# 5.2. Caixa de bigodes dos grupos por tamanho de grão e de tipo de lixa
```

```
a=c("Grosso 1","Grosso 2","Grosso 3","Médio 1","Médio 2","Médio 3","Fino
1","Fino 2","Fino 3")
boxplot(grosso1$Velocidade.média.m.h.,grosso2$Velocidade.média.m.h.,gross
o3$Velocidade.média.m.h.,
médio1$Velocidade.média.m.h.,médio2$Velocidade.média.m.h.,médio3$Velocida
de.média.m.h.,
fino1$Velocidade.média.m.h.,fino2$Velocidade.média.m.h.,fino3$Velocidade.
média.m.h.,
names=a,las=3)
```

Anexo B: Guião Excel

Neste anexo irão ser explicados os passos da utilização da aplicação criada em *Excel*, com recurso ao *Open Solver* para resolução do modelo escolhido.

Separador *Input*

Antes de inserir os dados no separador *Input* é necessário fazer a limpeza dos que lá se encontram como mostra a Figura 1.

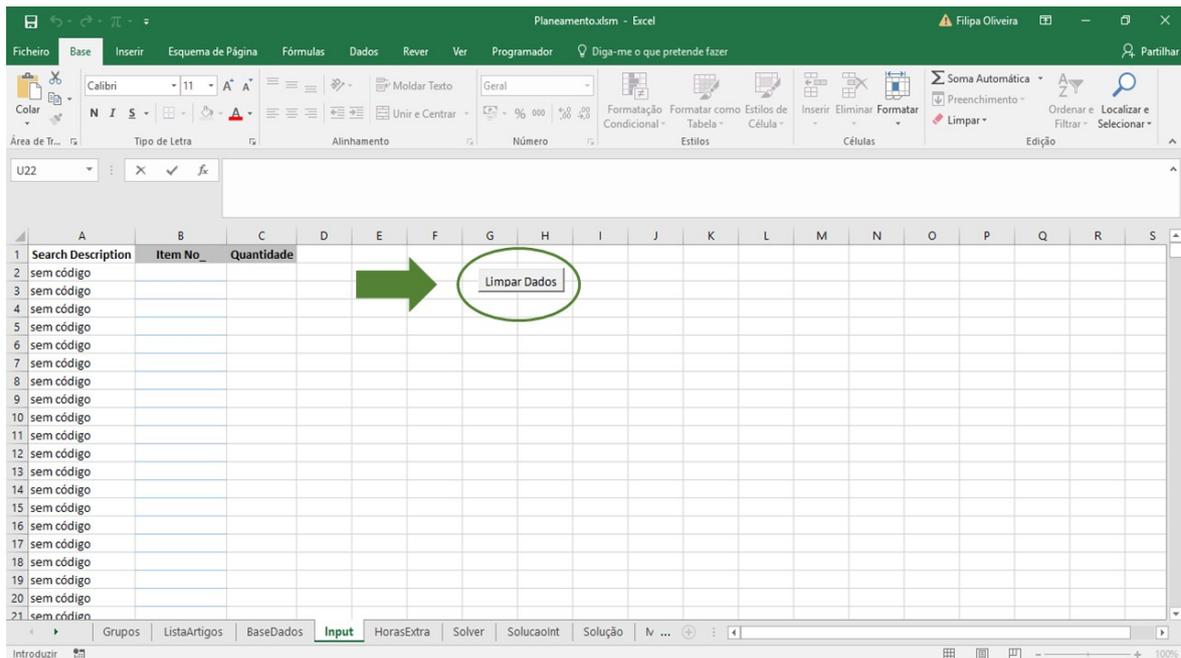


Figura 1: Limpar dados

Após remover os dados, insere-se os novos dados, como exemplifica a Figura 2.

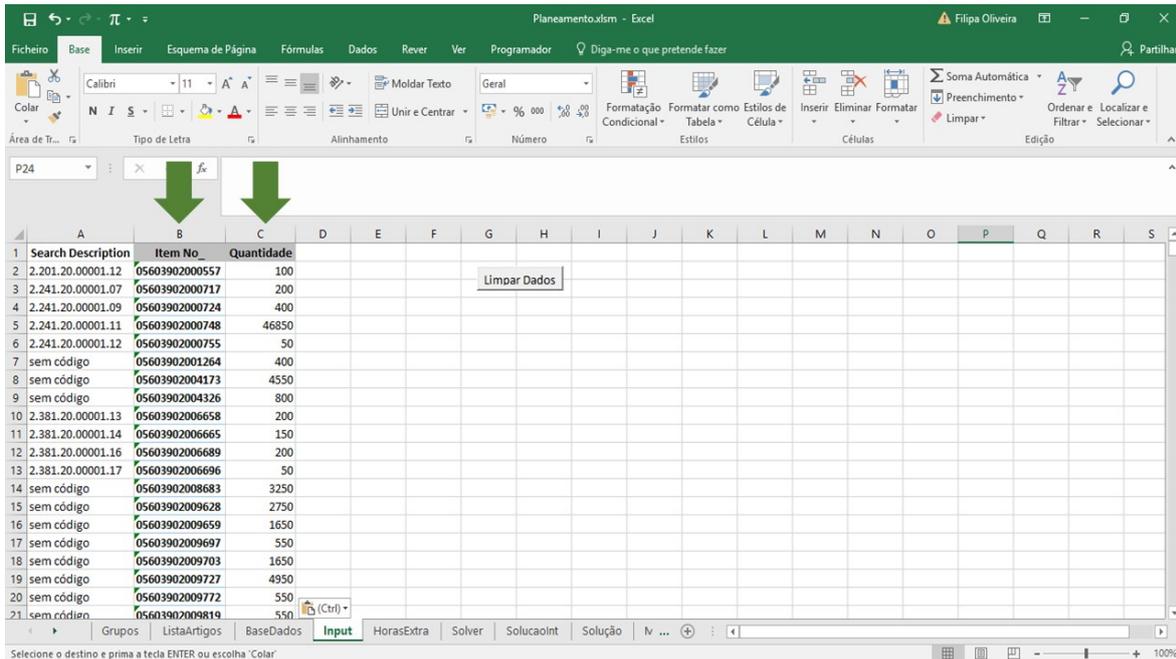


Figura 2: Inserir dados

Separador *HorasExtra*

Neste separador começa-se por identificar quantos turnos estão disponíveis em cada máquina nessa semana (Figura 3).

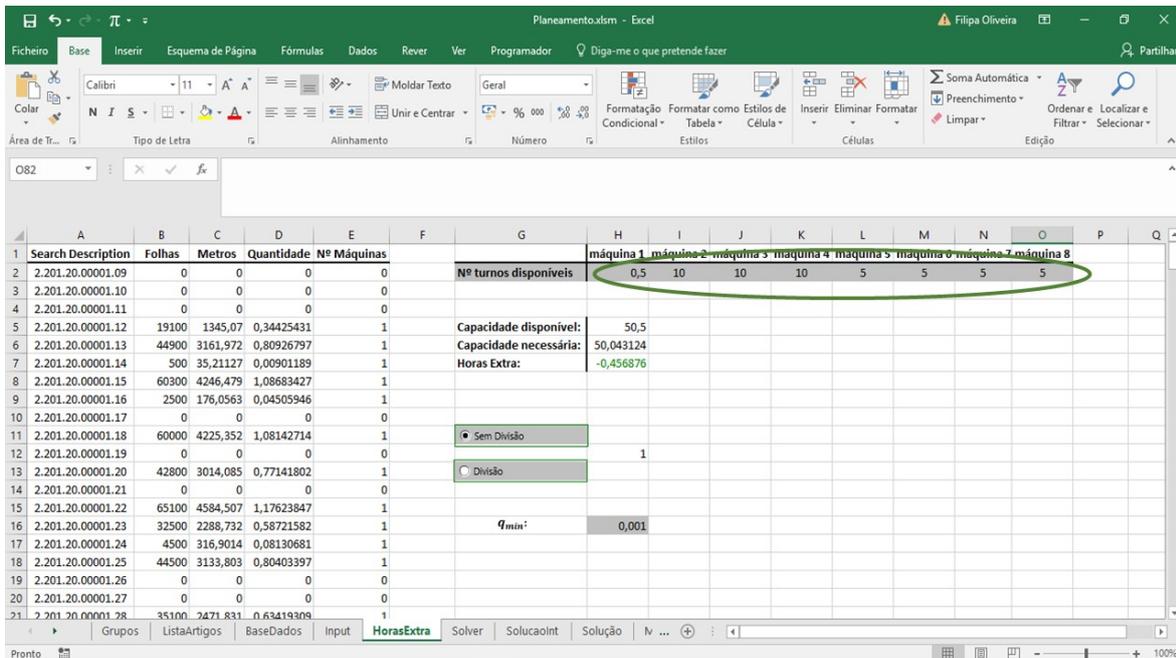


Figura 3: Turnos disponíveis

Ainda no separador *HorasExtra* é realizada a escolha de as cargas serem alocadas a uma e uma só máquina, ou a possibilidade de serem alocadas a mais que uma máquina. Como se vê na Figura 4, é feita da escolha entre *Sem Divisão* e *Divisão*.

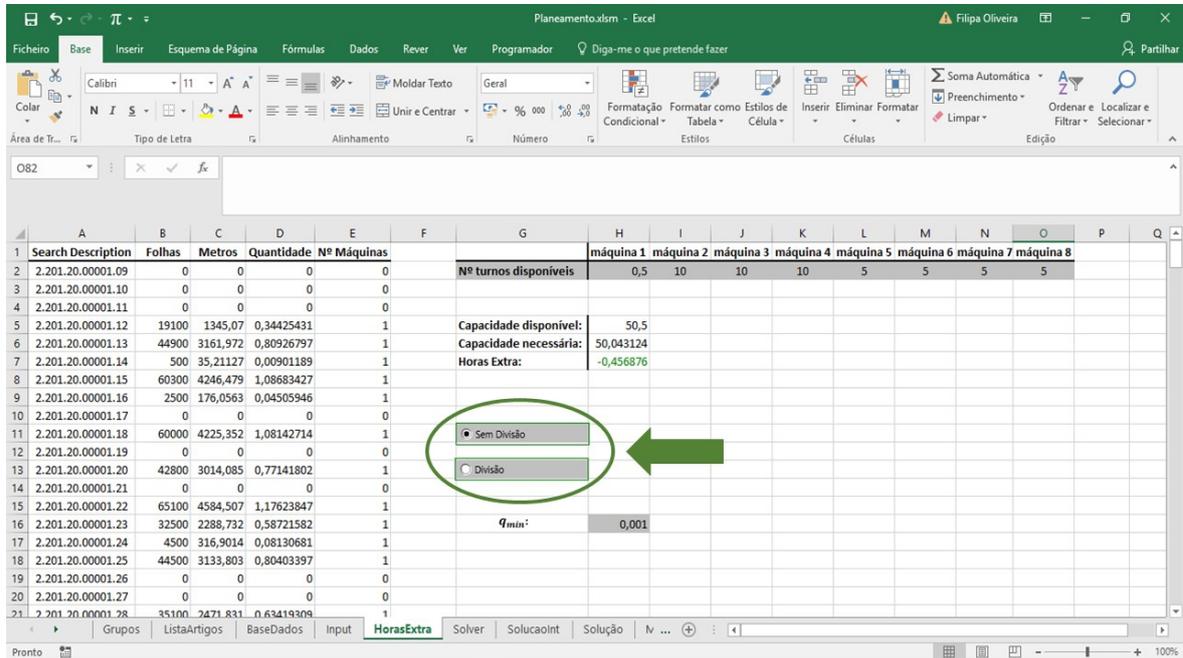


Figura 4: Cargas alocadas a uma ou várias máquinas

Separador *Solver*

No separador *Solver* é onde corre o modelo escolhido. É necessário entrar no separador **DADOS**, do Excel, e depois já é possível correr o *Open Solver*, como exemplifica a Figura 5.

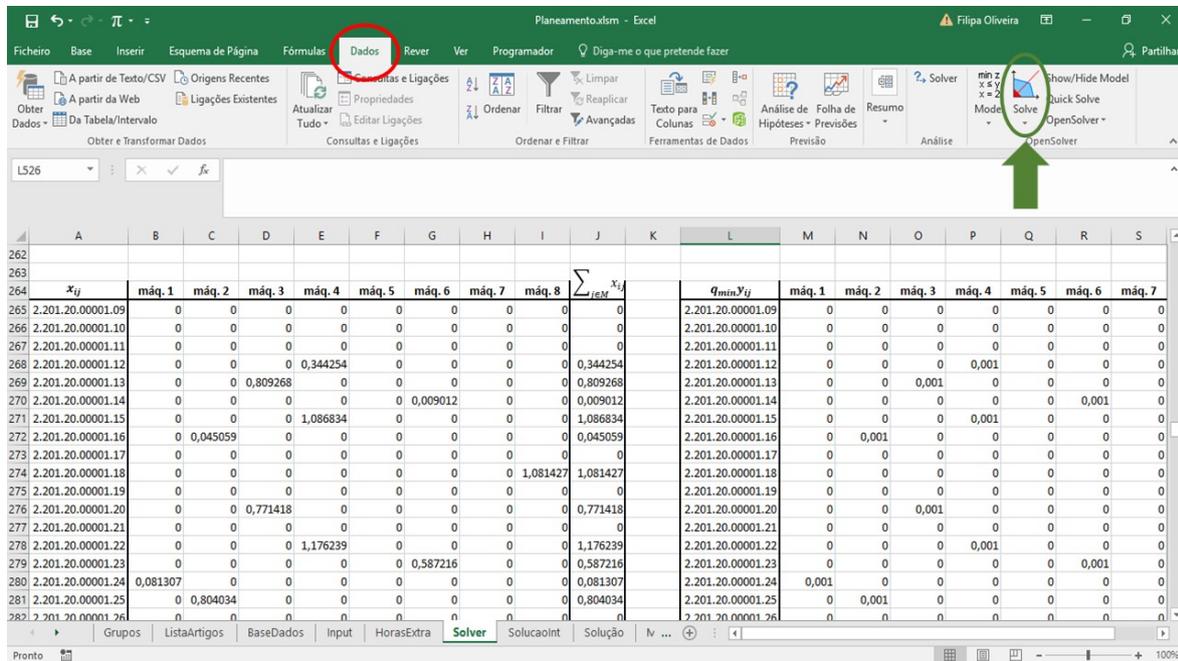


Figura 5: Open Solver

Separador *Solução*

O separador *Solução*, dá-nos a solução de maneira mais organizada que o separador *Solver*, onde também é possível observar a solução. Para obter a solução é preciso carregar no botão que se encontra neste separador como mostra a Figura 6.

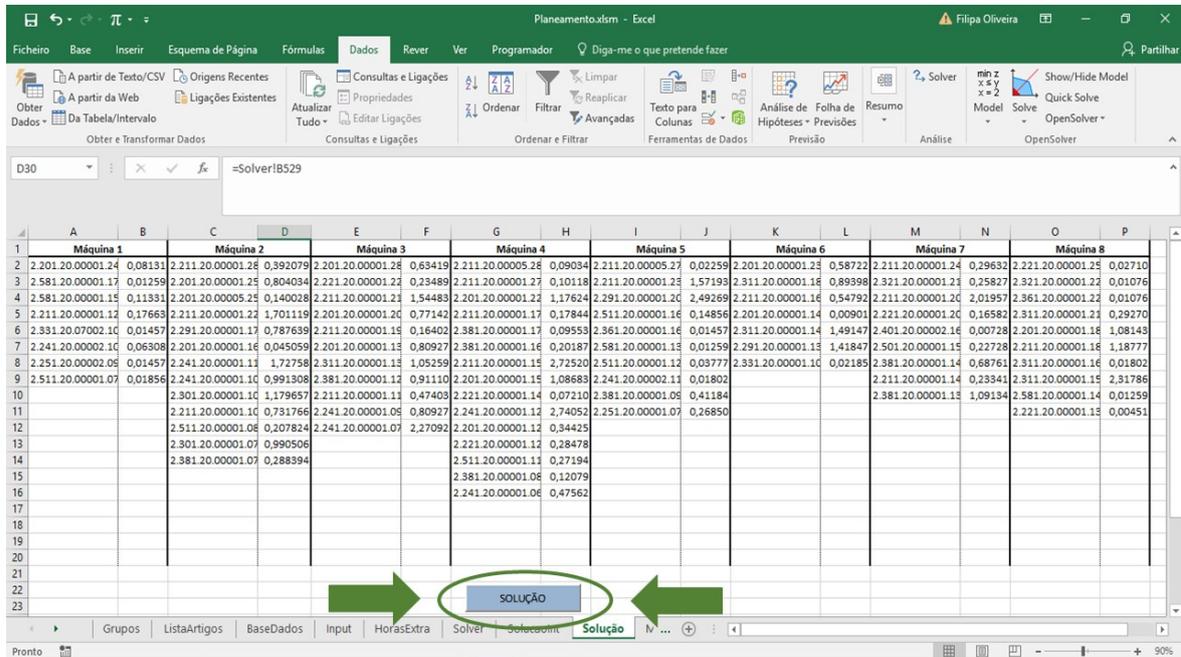


Figura 6: Obter solução