

# ARTE MODULAR COM AZULEJOS DE TRUCHET

*Andreia Hall*

CIDMA – Centro de Investigação e Desenvolvimento  
em Matemática e Aplicações, Departamento de Matemática  
Universidade de Aveiro, Portugal  
e-mail: [andreia.hall@ua.pt](mailto:andreia.hall@ua.pt)

**Resumo:** A construção de obras de arte baseadas num módulo — *arte modular* — está presente ao longo de toda a história da humanidade. A recombinação do módulo pode ser mais ou menos flexível dando origem a resultados com diferentes graus de regularidade. Naturalmente, a modularidade é um campo fértil para a ocorrência de simetrias e também de antissimetrias. Nesta apresentação consideramos a utilização de um módulo particular que consiste num quadrado dividido por uma das suas diagonais em dois triângulos de cores diferentes, que designamos por *azulejo de Truchet*. A partir deste módulo consideramos rosáceas e frisos de diferentes dimensões e estudamos as suas propriedades quanto às possíveis simetrias e antissimetrias. Fazemos também contagens das configurações distintas que se podem obter para diferentes dimensões das rosáceas e dos frisos. Para terminar apresentam-se alguns trabalhos realizados por professores do ensino básico/secundário no contexto de uma ação de formação de professores realizada na Universidade de Aveiro nos meses de fevereiro a abril de 2017.


**Abstract:** The construction of art works based on a module — *modular art* — is present throughout all human history. The recombination of the module can be more or less flexible giving rise to results with different degrees of regularity. Naturally, modularity is a fertile field for the occurrence of symmetries and also of antisymmetries. In this presentation we consider the use of a particular module consisting of a square divided by one of its diagonals into two triangles of different colors, which we call *Truchet tile*. From this module we consider rosettes and friezes of different dimensions and study their properties regarding possible symmetries and antisymmetries. We also count the different configurations that can be obtained for different dimensions of rosettes and friezes. Finally, we present some works carried out by primary and secondary school teachers in the context of a professional development course held at the University of Aveiro from February to April 2017.

**palavras-chave:** arte modular; azulejo de Truchet; simetria; antissimetria.

**keywords:** modular art; Truchet tile; symmetry; antisymmetry.

## 1 Introdução

Estruturas modulares são estruturas construídas a partir de um conjunto de elementos básicos (módulos). O princípio da modularidade manifesta-se de múltiplas formas, na natureza, na ciência, na arte, etc.. Como refere Slavik Jablan (2002), o princípio da modularidade é uma manifestação do princípio universal de economia na natureza: a possibilidade de diversidade e variabilidade das estruturas, resultante de alguns conjuntos (finitos e muito restritos) de elementos básicos, através das suas recombinações. Naturalmente, quando as recombinações se baseiam em isometrias, encontramos frequentemente diversas simetrias neste tipo de estruturas.

Em 1704, um padre dominicano chamado Sébastien Truchet publicou um trabalho “Memoir sur les Combinacions”, onde explorou a construção de padrões feitos a partir de um módulo simples composto por um quadrado dividido por uma das suas diagonais, em dois triângulos de cores diferentes, . Posteriormente, em 1722, um outro padre colega de Truchet, Dominique Doüat, publicou o livro “Méthode pour faire une infinité de dessins différents, avec des carreaux mi-partis de deux couleurs par une ligne diagonale”, dando continuidade ao trabalho de Truchet e considerando muitos outros padrões construídos com o mesmo motivo. O trabalho destes dois religiosos tornou-se conhecido através da muito mais recente publicação de Smith e Bouchet (1987), que despoletou a criação e exploração de padrões baseados em azulejos de Truchet e levou à criação de outras variantes do motivo na criação de pavimentações modulares. Atualmente, a designação “Truchet tile” é utilizada na área do *design* gráfico referindo-se a este ou outros motivos quadrados simples que dão origem a padrões visualmente atrativos. A Figura 1 inclui alguns exemplos de padrões obtidos na internet numa pesquisa de imagens de “Truchet tiles”.

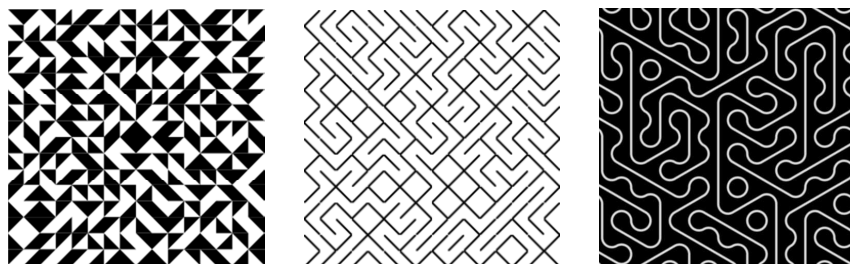


Figura 1: Imagens de padrões com azulejos de Truchet.

([https://en.wikipedia.org/wiki/Truchet\\_tiles](https://en.wikipedia.org/wiki/Truchet_tiles), <https://www.youtube.com/watch?v=ca7kueeBVPY>)

Os azulejos de Truchet permitem não só criar padrões bidimensionais como também rosáceas e frisos muito apelativos. Estes padrões, frisos e rosáceas, podem ser encontrados em variadas aplicações da vida real, incluindo trabalhos de *patchwork*, tapeçarias e fachadas de edifícios. Em Portugal, no início do Séc. XIX, várias fachadas de edifícios foram revestidas com azulejos de Truchet, em azul e branco. Devido à época da sua fabricação este azulejo ficou conhecido como “azulejo republicano”. Na cidade do Porto existem mais de 40 edifícios com estes azulejos. A Figura 2 mostra três exemplos de fachadas com três padrões distintos que se encontram no Porto, padrões estes que encontram entre os publicados por Sébastien Truchet em 1704. A Figura 3 mostra um quarto padrão, menos simétrico, que se encontra num painel da fachada do Ginásio Clube Português em Lisboa.



Figura 2: Fotografias de fachadas de três edifícios no Porto, retiradas do *googlemaps*.



Figura 3: Pormenor do painel de azulejos da fachada do edifício do Ginásio Clube Português, em Lisboa.

Na Grécia, numa pequena aldeia da ilha de Chios chamada Pyrgi, encontram-se, nas fachadas das casas, muitos frisos ornamentais construídos com este motivo (ou uma versão retangular do mesmo). A Figura 4 mostra dois exemplos.

## 2 Contagens de rosáceas de Truchet

Lord e Ranganatan (2006) desafiaram a comunidade académica a contabilizar o número de padrões diferentes que é possível construir com azulejos



Figura 4: Fotografias de fachadas de casas em Pyrgi, Chios, Grécia.

de Truchet, dada uma dimensão da célula unitária (célula que se repete por translação num padrão periódico). No sentido de dar resposta a este desafio, começámos a efetuar contagens de rosáceas e frisos construídos com azulejos de Truchet. Para tal é necessário considerar os possíveis grupos de simetria das figuras e efetuar as contagens para cada grupo distinto. Existem apenas dois tipos de grupos de simetria de rosáceas, os grupos cíclicos,  $C_n$ , e os diedrais,  $D_n$ , bem como sete grupos de simetria de frisos (para mais informações ver Martin, 1982). Quando restringida a um quadrado, uma rosácea apenas pode pertencer a 6 grupos de simetria:  $D_4$ ,  $C_4$ ,  $D_2$ ,  $C_2$ ,  $D_1$  e  $C_1$ . Efetuando as contagens das configurações possíveis dentro de cada um destes grupos obtivemos a Tabela 1 para o número de rosáceas quadradas distintas (configurações congruentes não são consideradas distintas), sendo  $n$  o número de azulejos do lado do quadrado. Como se pode ver o número de rosáceas cresce muito rapidamente com a dimensão da rosácea. Também se pode ver que (em geral) quanto mais simétrica for a rosácea menos configurações existem.

$n \times n$	1x1	2x2	3x3	4x4	5x5	6x6
$D_4$		2		16		512
$C_4$		1		120		130816
$D_2$		2		240		261632
$C_2$		2		16200		17179672832
$D_1$	1	12	256	65280	16777216	68719214592
$C_1$	0	24	32640	536830080	1,407E14	5,903E20
<b>Tot.</b>	1	43	32896	536911936	1,407E14	5,903E20

Tabela 1: Número de configurações distintas de rosáceas de Truchet quadradas.

A título de exemplo mostram-se as 16 rosáceas  $D_4$  de tamanho  $4 \times 4$  na Figura 5.

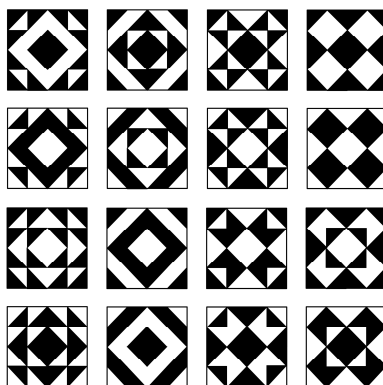


Figura 5: Todas as rosáceas de Truchet quadradas,  $4 \times 4$ ,  $D_4$ .

### 3 Trabalhos realizados por professores

O azulejo de Truchet constitui um módulo simples que pode motivar a exploração do tema das simetrias em contexto de sala de aula, interligando os conteúdos da matemática com os de outras áreas, como a educação visual ou as aplicações ao mundo real.

No presente ano de 2017, nos meses de fevereiro a abril, decorreu uma ação de formação intitulada *Frisos a torto e a direito* (acreditada sob o registo CCPFC/ACC – 87582/16), destinada a professores de matemática desde o 1.º ciclo até ao secundário. Nesta ação de formação foram explorados os grupos de simetria e de antissimetria de frisos e realizaram-se trabalhos em cerâmica e em *patchwork* baseados em frisos com azulejos de Truchet. A Figura 6 mostra alguns dos trabalhos realizados pelos professores.

Este tipo de ações de formação tem-se revelado muito gratificante já que os professores reforçam os seus conhecimentos na área da matemática e ao mesmo tempo adquirem novos conhecimentos na área das expressões e, acima de tudo, têm a oportunidade de explorar a sua criatividade e a expressão artística, criando-se um ambiente de trabalho extremamente agradável e produtivo. Nestas ações conseguimos atingir o objetivo máximo de toda a formação, que é aprender/ensinar com prazer e satisfação.

**Agradecimentos:** Este trabalho foi apoiado pela Fundação para a Ciência



Figura 6: Trabalhos em cerâmica e *patchwork* realizados por Lucinda Belo (cima esquerda), Lúcia Fradinho (cima direita) e Teresa Carvalho (baixo).

e a Tecnologia (FCT) através do projeto UID/MAT/04106/2013 do CIDMA – Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações.

## Referências

- [1] D. Doüat, *Méthode pour faire une infinité de dessins différents, avec des carreaux mi-partis de deux couleurs par une ligne diagonale*, Académie Royale des Sciences, Paris, 1722.
- [2] S. Jablan, “Modularity in Science and Art”, *VisMath*, 4, No. 1 (2002). Disponível em <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/jablan/d3.htm>.
- [3] E. Lord e S. Ranganathan, “Truchet tilings and their generalisations”, *Resonance*, Vol. 11(2006), pp. 42–50.
- [4] G. Martin, *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*, Springer-Verlag, New York, 1982.
- [5] C. S. Smith e P. Boucher, “The Tiling Patterns of Sebastien Truchet and the Topology of Structural Hierarchy”, *Leonardo*, Vol. 20, No. 4 (1987), pp. 373–385.