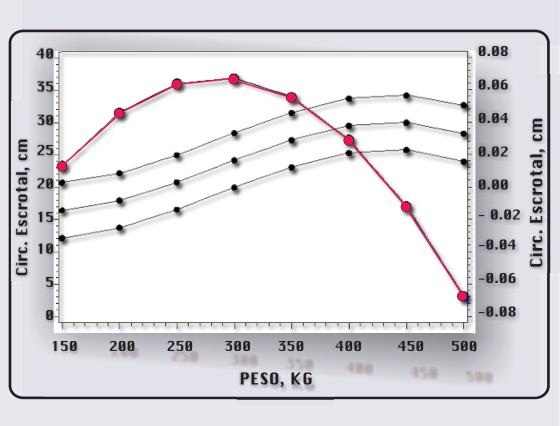
Documentos

ISSN 1980-6841 Agosto, 2007

Estimativas de curvas de crescimento na produção animal





Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária Embrapa Pecuária Sudeste Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento

Documentos 68

Estimativas de curvas de crescimento na produção animal

Alfredo Ribeiro de Freitas

Embrapa Pecuária Sudeste

Rodovia Washington Luiz, km 234 Caixa Postal 339

Fone: (16) 3361-5611

Fax: (16) 3361-5754

Home page: http://www.cppse.embrapa.br Endereço eletrônico: sac@cppse.embrapa.br

Comitê de Publicações da Unidade

Presidente: Alberto C. de Campos Bernardi Secretário-Executivo: Edison Beno Pott

Membros: Carlos Eduardo Silva Santos, Maria Cristina Campanelli Brito,

Odo Primavesi, Sônia Borges de Alencar

Revisor de texto: Edison Beno Pott

Normalização bibliográfica: Sônia Borges de Alencar Editoração eletrônica: Maria Cristina Campanelli Brito

1ª edição on-line 2007

Todos os direitos reservados.

A reprodução não-autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação dos direitos autorais (Lei no 9.610).

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação - CIP Embrapa Pecuária Sudeste

Freitas, Alfredo Ribeiro de

Estimativa de curvas de crescimento na produção animal / Alfredo Ribeiro de Freitas. — São Carlos: Embrapa Pecuária Sudeste, 2007. — (Embrapa Pecuária Sudeste. Documentos, 68).

Modo de Acesso: http://www.cppse.embrapa.br/servicos/publicacao gratuita/documentos/Documentos68pdf/view>.

Publicações gratuitas (acesso em 10/08/2007)

1. Produção animal - Estimativa - Curvas de crescimentos 3. I. Ribeiro, Alfredo R. de. II. Título. III. Série.

CDD: 636.082

Autores

Alfredo Ribeiro de Freitas

Engenheiro Agronômo, Dr., Pesquisador da Embrapa Pecuária Sudeste, Rod. Washington Luiz, km 234, Caixa Postal 339, CEP: 13560-970, São Carlos, SP.

Endereço eletrônico: ribeiro@cppse.embrapa.br

Sumário

Introdução	5
Dados de peso e de idade utilizados	7
Aspectos teóricos dos modelos não-lineares	8
Modelos ajustados	13
Estimativas de parâmetros dos modelos	16
Modelos ajustados por espécie animal	16
Modelo ajustado com dados de peso de bovinos da raça	
Canchim	21
Estimativas de taxas de crescimento com dados de peso o	et
bovinos da raça Canchim	23
Considerações finais	26
Referências bibliográficas	26

Estimativas de curvas de crescimento na produção animal

Alfredo Ribeiro de Freitas

Introdução

A técnica de análise de medidas repetidas é de fundamental importância na produção animal. Estas análises incluem situações em que as unidades experimentais ou os indivíduos de diferentes subpopulações ou tratamentos, como sexo e raça, são estudados ao longo de diversas condições de avaliação (tempo, doses, etc.). Dentre essas análises, sobressaem as curvas de crescimento na produção animal, que relacionam o peso e a idade dos animais, por meio de modelos não-lineares (Davidian & Giltinan, 1996; Paz, 2002).

Dentre as várias aplicações das curvas de crescimento na produção animal, destacam-se: a) resumir, em três ou quatro parâmetros, as características de crescimento da população, pois alguns parâmetros dos modelos não-lineares utilizados podem ser interpretados biologicamente (maturidade e taxa de crescimento, entre outros - Freitas, 2005); b) estudar o perfil de respostas de tratamentos ao longo do tempo; c) estudar as interações de respostas das subpopulações ou dos tratamentos com o tempo; d) identificar em uma população os animais de maior peso em menor ser obtidas idade – essas informações podem mediante investigação do relacionamento entre o parâmetro K das curvas de crescimento, que expressam a taxa de declínio na taxa de crescimento relativa, e o peso-limite do animal ou do peso

assintótico (Sandland & McGilchrist, 1979; Draper & Smith, 1980; Davidian & Giltinan, 1996); e e) obter a variância entre e dentro de indivíduos, o que é de grande interesse nas avaliações genéticas (Mansour et al., 1991). As aplicações de a) até d) são de interesse mais geral nos estudos de curvas de crescimento.

No enfoque de medidas repetidas na produção animal, é importante considerar duas fontes de variabilidade: a variação aleatória entre os animais, que possibilita testar o efeito de tratamentos de modo global e dentro de cada tempo, e a variação aleatória entre medidas dentro de animal. Nesse caso, tem-se a aplicação das curvas de crescimento, cujo interesse é modelar o padrão de resposta de dados de peso e de idade ao longo da vida do animal.

O estudo de curvas de crescimento, particularmente em bovinos, é ainda mais atraente, pois os modelos não-lineares são flexíveis o bastante para serem utilizados com dados de peso e de idade, pelo fato de envolverem características inerentes aos dados de pesagens, tais como: a) as pesagens podem ser irregulares no tempo, isto é, o intervalo entre duas medidas consecutivas quaisquer não é necessariamente eqüidistante; b) possuem estrutura incompleta; c) as avaliações adjacentes são mais estreitamente correlacionadas do que as demais; e d) a resposta dos indivíduos em função do tempo tem variância crescente.

Tradicionalmente, o ajuste dos modelos não-lineares é feito por meio do procedimento NLIN do SAS (SAS, 1999–2001), utilizando-se o método dos quadrados mínimos ordinários. Entretanto, para solucionar os problemas de heterogeneidade de variâncias e para obter estimativas de parâmetros mais eficientes, recomenda-se usar quadrados mínimos generalizados, de modo que as observações com maior variabilidade recebem menos peso na determinação das estimativas de parâmetros. Um procedimento é usar o inverso dos elementos da diagonal da matriz de variância—covariância da variável dependente, de modo que, quanto

maior for o peso associado à observação, tanto mais importante ela será para a estimativa de parâmetros (SAS, 1999–2001).

Os objetivos do trabalho foram: a) ajustar a dados de peso e de idade, de oito espécies de animais, os modelos não-lineares tradicionalmente usados na produção animal: de Brody, de Richards, de von Bertalanffy, duas alternativas de Gompertz e duas alternativas do modelo logístico; b) com base no quadrado médio do resíduo, no coeficiente de determinação e na interpretação biológica dos parâmetros, definir o(s) modelo(s) mais adequado(s) para estimar o crescimento corporal em cada espécie estudada.

Dados de peso e de idade utilizados

Foram utilizados dados de peso e de idade de oito espécies de animais. Os dados foram obtidos de instituições de pesquisa e da literatura, conforme segue:

- De camarão-de-água-doce (*Macrobrachium rosenbergii* de Man, L. 1879). Os dados utilizados referem-se às médias de peso de camarões cultivados em quatro profundidades (10, 20, 30 e 40 cm), do nascimento até 210 dias de idade, na região Nordeste, de maio de 1990 a janeiro de 1991 (Mendes & Marins, 1995).
- De rã-pimenta pesos de fêmeas, do nascimento até 10 meses de idade, estimados de modelos ajustados (Agostinho et al., 1991).
- De coelhos machos da raça Nova Zelândia Branca, pesados semanalmente do nascimento aos 70 dias de idade, na Universidade Estadual Paulista, em Jaboticabal, SP.
- De frangos machos da linhagem Pilch, na Embrapa Suínos e Aves, em Concórdia, SC.
- De ovinos, de raças exóticas e mestiças, com 15 pares de dados (peso e idade), avaliados por animal, do nascimento a um ano de idade, na Embrapa Meio-Norte, em Teresina, PI.

- De caprinos da raça Moxotó, pesados a cada trimestre, do nascimento aos três anos de idade, na Embrapa Meio-Norte, em Teresina, PI.
- De suínos fêmeas da raça Large White, pesados ao nascer, aos 21 dias e semanalmente, dos 60 aos 168 dias de idade, na Embrapa Suínos e Aves, em Concórdia, SC.
- De bovinos machos da raça Canchim, pesados do nascimento até 40 meses de idade, na Embrapa Pecuária Sudeste, em São Carlos, SP.

Aspectos teóricos dos modelos não-lineares

a) Modelo de von Bertalanffy para estudos metabólicos

O estudo de curvas de crescimento iniciou com o modelo de von Bertalanffy em experimentos metabólicos (Richards, 1959). A equação que descreve esse modelo é a seguinte:

$$y = \{ \eta / \kappa - (\eta / \kappa - y_0^{-m}) e^{-(1-m)Kt} \}^{1/(1-m)},$$
 (1)

em que y é o peso do animal; η e κ são constantes de anabolismo e de catabolismo, respectivamente; y_0 é o valor de y quando o tempo t é igual a zero; quando $t \to \infty$, a curva do modelo converge assintoticamente para $(\eta/\kappa)^{1/(1-m)}$, resultando em A (peso-limite do animal). Quando m=1, o consumo de oxigênio é proporcional ao peso do animal e $\partial y/\partial t=(\eta-\kappa)y$; quando m=2/3, o metabolismo do animal é proporcional à área da superfície corporal. A taxa de anabolismo é proporcional à m-ésima potência do peso e a taxa de catabolismo é proporcional ao peso, de modo que a taxa de crescimento do animal, medida em peso, é dada por $\eta y^m-\kappa y$.

b) Modelo de von Bertalanffy para estudos de curvas de crescimento

Uma vez que o modelo (1) proporciona resultados irreais de η e κ em situações nas quais m>1, ele foi rescrito para

$$y^{1-m} = A^{1-m} - \beta e^{-Kt}$$

em que $A^{1-m} = (\eta/\kappa)$, $\beta = \eta/\kappa - y_0^{(1-m)} = A^{1-m} - y_0^{(1-m)}$, e K = $(1 - m)\kappa$. Posteriormente, foi reparametrizado para:

$$y^{1-m} = A^{1-m} (1 \pm be^{-Kt}),$$
 (2)

em que $\mathbf{b} = \pm \beta \mathbf{A}^{1-m}$; o sinal é "-" quando $\mathbf{m} < 1$ e "+", quando $\mathbf{m} > 1$.

c) Origem dos modelos de Brody, de von Bertalanffy, logístico, de Gompertz e de Richards

Com base na equação (2) e de acordo com o ângulo **m** (Richards, 1959), estes modelos são obtidos por:

$$y^{1-m} = A^{1-m} (1 \pm be^{-Kt})$$
Brody: $y = A(1-be^{-kt})$ (m=0)

Von Bertalanffy: $y = A(1-be^{-kt})^3$ (m=2/3)

$$Logística y = A/(1+be^{-kt})$$
 (m=2)

Gompertz $y = Ae^{-be^{-kt}}$ (m \rightarrow 1)

Richards $y_t = A(1-be^{-kt})^m$ (m variável)

Quando 0 < m < 1, tem-se um modelo intermediário entre o de Brody e o de Gompertz; quando 1 < m < 2, o formato se situa entre o modelo de Gompertz e o modelo logístico; quando m > 2, o resultado é um modelo similar ao logístico, porém, assimétrico, em que o ponto de inflexão pode ser alterado para um valor maior do que y = A/2.

d) Parâmetros A, b, K, m

O parâmetro $\bf A$ é uma estimativa do peso assintótico ou do peso-limite, quando $\bf t \to \infty$; quando o peso adulto do animal não é atingido, $\bf A$ reflete a estimativa do peso nas últimas pesagens. A constante $\bf b$ não possui interpretação biológica, porém é importante para modelar a curva sigmoidal desde o nascimento ($\bf t = 0$) até a idade adulta ($\bf t \to \infty$) do animal, resultando nas expressões

$$A(1-b) \le y \le A$$
, $A(1-b)^3 \le y \le A$, $A/(1-b) \le y \le A$, $Ae^{-b} \le y \le A$ e $A(1-b)^m \le y \le A$,

nos modelos de Brody, de von Bertalanffy, logístico, de Gompertz e de Richards, respectivamente; quando m \to 1, como no caso do modelo de Gompertz, tem-se

$$b = (y_o/A)^{1-m}$$
.

A constante **K**, ou índice de maturidade, é a razão entre a taxa de crescimento máxima e o tamanho adulto, a qual expressa a redução na taxa de crescimento relativa, em **t**⁻¹, em que valores menores indicam taxa de crescimento relativa mais rápida. Segundo Fitzhugh (1976), **K**⁻¹ é referido como intervalo de maturidade, uma escala de tempo padrão para medir trocas no grau de maturidade.

e) Taxa de crescimento absoluta instantânea

A taxa de crescimento absoluta instantânea (TCI) estima o incremento no peso em cada unidade de tempo t; no modelo geral (3), a TCI é dada por:

$$\partial y/\partial t = \mp KA be^{-Kt} (1 - m)^{-1} (1 \pm be^{-Kt})^{m/(1 - m)}$$
. (4)

Quando se substituem os valores de m de acordo com o item "c)", em que o sinal "+" ocorre se m < 1 e o sinal "-", se m > 1,

obtém-se para a TCI: $K(A - y_t)$, $3bK \ y_t e^{-Kt} (1 - e^{-Kt})^{-1}$, $Ky_t (A - y)/A$, $Ky_t log_e(A/y)$ e $AbKme^{-Kt} (1 - be^{-Kt})^{(m-1)}$, nos modelos de Brody, de von Bertalanffy, logístico, de Gompertz e de Richards, respectivamente; no caso do modelo de Gompertz, o valor da TCI é obtido quando $m \rightarrow 1$, considerando-se a propriedade $lim_{x \rightarrow 0} (a^x - 1) = log_e a$.

f) Taxa de crescimento instantânea relativa e absoluta

A taxa de crescimento instantânea relativa (**TCIR**) no tempo \mathbf{t} em relação ao peso do indivíduo no particular tempo \mathbf{t} é obtida do modelo geral (3), de acordo com a variação de \mathbf{m} , por:

$$y_t^{-1}(\partial y_t/\partial t) = \mp Kbe^{-Kt}[(1-m)(1 \pm be^{-Kt})^{-1} ("+" quando m > 1; "-" quando m < 1),$$
 (5)

que resulta nas seguintes expressões da TCIR: $bKe^{-Kt}/(1 - be^{-Kt})$, $3bKe^{-Kt}/(1 - be^{-Kt})$, $bKe^{-Kt}/(1 + be^{-Kt})$, $Kylog_e(A/y)$ e $-Kbe^{-Kt}$ [(1 - m)(1 + be^{-Kt})⁻¹, nos modelos de Brody, de von Bertalanffy, logístico, de Gompertz e de Richards, respectivamente.

A taxa de crescimento instantânea absoluta (**TCIA**) é visualizada por meio do gráfico de $\partial y/\partial t$, na ordenada, e y, na abscissa, a qual se aproxima de **A** assintoticamente. Uma vez que **b** é aproximadamente igual a **1**, a forma do gráfico depende dos parâmetros **A**, **m** e **K**; a área da curva é dada pela integral y = A $\int Ky/(1-m)[(A/y)^{1-m}-1]dy$, que é igual a **A**²**K**/(2**m** + 2), e a y = 0

média da altura é dada por **AK**/(**2m + 2**), que representa a média da taxa de crescimento dos animais dentro da população. A média da taxa de crescimento relativa da população no ponto de inflexão é

$$\text{dada por } \frac{1}{A} \int\limits_{y=0}^{y=A} \!\! \left(\frac{1}{y}.\frac{\partial y}{\partial t} \right) \!\! \partial y = \!\! \frac{1}{A} \int\limits_{y=0}^{y=A} \!\! \frac{k}{1-m} \! \left[\left(\frac{A}{y} \right)^{\!1-m} - 1 \right] \!\! \partial y = \textbf{K/m}.$$

g) Ponto de inflexão

É o ponto em que a TCI passa de crescente para decrescente. É dado pela equação $y_t/A = m^{1/(1-m)}$, que corresponde a $y_t/A = 8/27$, $y_t/A = 1/2$, $y_t/A = 1/e$ e $y_t/A = m^{1/(1-m)}$, nos modelos de von Bertalanffy, logístico, de Gompertz e de Richards, respectivamente. Observa-se que a constante m determina a proporção do peso final (A) no qual o ponto de inflexão ocorre. No caso particular do modelo de Brody, que não possui ponto de inflexão (indefinido para m = 0), é comum utilizar este modelo para descrever o crescimento pós-natal ou a fase de auto-inibição do crescimento.

h) Taxa de maturidade absoluta

É a razão de $\partial y_t/\partial t$ em relação ao peso assintótico **A**, ou seja, $A^{-1}\partial y_t/\partial t$. O gráfico $A^{-1}\partial y/\partial t$ versus y_t/A representa a taxa de troca em peso do tamanho proporcional em relação ao tamanho global, que varia na escala de 0 a 1. A área delimitada pela curva é igual a K/(2m+2) e possibilita aplicações importantes. Quando se faz o ajuste de uma curva a um conjunto de animais, uma vez que **m** é constante, a área é dependente apenas de **K**. Nesse caso, por meio da associação de **K** e o peso-limite do animal, é possível identificar na população os animais de maior peso em menor idade. Da mesma forma, quando diferentes curvas são ajustadas ao conjunto de animais, pode-se estabelecer a equivalência entre os **K**s e comparar estas curvas variando apenas o valor de **m**. Por exemplo, para K/2, K/4, K/6 e K/(10/3), os modelos de Brody, de Gompertz, logístico e de von Bertalanffy, respectivamente, podem ser comparados variando apenas o valor de **m**.

i) Taxa de crescimento no intervalo t_i e t_i (i < j)

Para duas avaliações quaisquer de i e j no animal, a média da

taxa de crescimento é dada por $1/(t_j-t_i)\int\limits_{t_i}^{t_j} (\partial y/\partial t)\ \partial t = (y_j-y_i)\ /(t_j-t_i),$ enquanto a média da taxa de maturidade absoluta é dada por $A^{-1}/(t_j-t_i)\int\limits_{t_i}^{t_j}\ \partial y/\partial t\ \partial t = A^{-1}(y_j-y_i)\ /(t_j-t_i).$

Modelos ajustados

A Tabela 1 apresenta os modelos não-lineares usados no presente trabalho, assim como algumas propriedades associadas a eles, tais como taxa de crescimento absoluta, taxas de crescimento instantânea relativas e ponto de inflexão. Além dos cinco modelos do item "Aspectos teóricos dos modelos não-lineares", foram considerados dois modelos alternativos: a) o de Gompertz, dado por $y = y_o.exp[(L/K)(1-e^{-Kt})]$ (Freitas & Costa, 1983), em que os termos $y_oe^{L/K}$ e L/K, equivalem, respectivamente, ao parâmetro A e b; e b) o logístico, dado por e b a e b and e b and e b and e b arametro e b and e b and e b arametro e b and e b and e b arametro e b and e b and e b and e b arametro e b and e b and e b and e b arametro e b and e b arametro e b and e b arametro e b and e b and e b arametro e b arametro e b and e b arametro e b arametro e b and e b arametro e b and e b arametro e b arametro e b and e b arametro e b arametro e b and e b arametro e b aram

A escolha dos modelos mais adequados para cada espécie animal foi feita considerando-se: a) convergência ou não: o processo iterativo converge na j-ésima iteração, quando (SQR $_{j-1}$ – SQR $_j$) / (SQR $_j$ + 10 $^{-6}$) < 10 $^{-8}$; b) coeficiente de determinação, dado por 1– (SQR/SQT), em que SQR e SQT são a soma de quadrados do resíduo e a soma de quadrados total corrigida, respectivamente; e c) interpretação biológica dos parâmetros. O ajuste dos modelos aos dados foi feito por meio do procedimento NLIN do SAS (SAS, 1999–2001) e do método iterativo de *Gauss-Newton*, o qual produz estimativas a partir de quadrados mínimos ou de quadrados mínimos ponderados.

Tabela 1. Propriedades dos modelos não lineares (y): de Brody (1), de Gompertz (2a, 2b), logístico (3a, 3b), de Richards (4) e de von Bertalanffy (5).

Modelo: y =	∂y/∂t	$A^{-1}(\partial y/\partial t)$	(∂y/∂t)/y	(y _i ; t _i)
1. A(1 – bC ₁)	AbKC₁	bKC ₁	AbKC₁/y	não possui
$\partial y/\partial A = (1 - bC_1)$				
$\partial y/\partial b = -AC_1$				
$\partial y/\partial K = AbtC_1$				
2a. yo.exp[(L/K)(1 – C₁)]	LyC ₁	LyC₁/A	LC ₁	0,368A; log(L/K)/K
$\partial y/\partial y_o = \exp\{(L/K)(1-C_1)\}$				
$\partial y/\partial K = yLtC1/K$				
$\partial y/\partial L = y(1 - C_1)/K$				
2b. Aexp(-bC ₁)	BKyC ₁	KyC ₁ /A	bKy C₁	A/e; (log _b)/K
$\partial y/\partial A = \exp(-bC_1)$				
$\partial y/\partial b = -yC_1$				
$\partial y/\partial K = ybtC_1$				
3a. A/(1 + C ₁) ^m	$KmyC_1/(1+C_1)$	$KmC_1(1+C_1)^{-m-1}$	$KmC_1/(1+C_1)$	$A[m/(m+1)]^m; log_m/K$
$\partial y/\partial A = 1/(1 + C_1)^m$				
$\partial y/\partial K = ymtC_1/(1 + C_1)$				
$\partial y/\partial m = -y\log (1 + C_1)$				
3b. $A/(1 + bC_1)$	$ybK/(1 + bC_1)C_1$	$BKC_1/(1 + bC_1)^2$	$bK/(1 + bC_1)C_1$	A/2; (log _b)/K
$\partial y/\partial A = 1/(1 + bC_1)$	+			
$\partial y/\partial b = -yC_1/(1 + bC_1)$				
$\partial y/\partial K = ybt/(1 + bC_1)C_1$ 4. A(1 - bC ₁) ^m				
4. A(1 – bC ₁) ^m	$YmbKC_1/(1 - bC_1)$	$MbKC_1 (1 - bC_1)^{(m-1)}$	$mbKC_1/(1-bC_1)$	$Am^{1/(1-m)}$; log (b(1 – m) ⁻¹)/K
$\partial y/\partial A = (1 - bC_1)^m$				
$\partial y/\partial b = -ymC_1/(1 - bC_1)$				
$\partial y/\partial K = ymbtC_1/(1 - bC_1)$				
$\partial y/\partial m = y \log(1 - bC_1)$ 5. A(1 - bC ₁) ³				
5. A(1 – bC ₁) ³	$3AbKC_1 (1 - bC_1)^2$	$3bK C_1 (1 - bC_1)^2$	$3ybKC_1/(1-bC_1)$	8A/27; log (3b)/K
$\partial y/\partial A = (1 - bC_1)^3$				
$\partial y/\partial B = -3AC_1 (1 - bC_1)^2$ $\partial y/\partial K = 3ABT(1 - bC_1)^2 C_1$				
$\partial y/\partial K = 3ABT(1 - bC_1)^2 C_1$				
C – ovn(Kt)	•		•	

 $C_1 = \exp(-Kt)$.

 $\partial y/\partial t$ = taxa de crescimento instantânea.

 $A^{-1}(\partial y/\partial t)$ = taxa de maturidade absoluta.

 $(\partial y/\partial t)/y$ = taxa de crescimento instantânea relativa.

 $(y_i; t_i)$ = ponto de inflexão.

O programa seguinte ilustra uma aplicação do procedimento NLIN do SAS no ajuste da função de von Bertalanffy ao conjunto de dados de peso de rãs.

```
title BERTALANFFY;
PROC NLIN METHOD = GAUSS /* usa o método iterativo de Gauss */
  NOITPRINT /* suprime o resultado de cada iteração */
  CONVERGE=10E-8 /* condição para convergência */
  OUTEST=saida1; /* resultados produzidos por iteração */
/* weight = expression; */
PARMS A = 0.3294 /* Valor inicial para o peso adulto, kg */
   B = 0.6800 /* Valor inicial para a constante B */
   K = 0.1249; /* Valor inicial para K */
MODEL y = A^*(1-B^*EXP(-K^*T))^{**3}; /* modelo bertalanffy */
CO
      =(1-B*EXP(-K*T)); /* parte do modelo bertalanffy */
BOUNDS .20<=A<=.40; /* amplitude de A considerada */
BOUNDS .6<=B<=.9; /* amplitude de B considerada */
BOUNDS .1<=K<=.4; /* amplitude de K considerada */
DER.A=CO**3:
                         /*derivada parcial com relacao a A */
DER.B=-3*A*EXP(-K*T)*CO**2; /*derivada parcial com relacao a B */
DER.K= 3*A*B*T*CO**2*EXP(-K*T); /*derivada parcial com relacao a K */
OUTPUT OUT= RA BERT PREDICTED = Y; /* arguivo com valores
preditos */
PROC PRINT data=RA BERT; /* imprime arguivo com valores preditos */
run;
```

A opção BOUNDS é particularmente interessante em situações em que se deseja estimar os parâmetros do modelo linear para cada animal; nessas situações, muitas vezes se obtém valores irreais de alguns parâmetros, principalmente para o valor assintótico

Estimativas de parâmetros dos modelos

As estimativas dos parâmetros dos modelos não-lineares, por espécie, estão no Tabela 2; a convergência ou não do modelo foi o critério inicial de ajuste. Para todas as situações em que o ajuste foi obtido, os coeficientes de determinação (R2) foram superiores a 92%, o que mostra que o crescimento dos animais foi estimado adequadamente nessas situações. Os números de modelos que se mostraram adequados, por espécie, foram dois, para o coelho; três, para o camarão-de-água-doce e o ovino; quatro, para o caprino e o suíno; e cinco, para a rã-pimenta, o frango e o bovino; ou seja, pelo menos dois modelos mostraram-se adequados para estimar o crescimento corporal (peso em relação à idade) das espécies consideradas. Os modelos mais versáteis foram o logístico (modelo 3), com a equação $y = A/(1 + e^{-Kt})^m$, que estimou o peso em todas as espécies, seguido do modelo de von Bertalanffy (modelo 5), que não ajustou dados de camarão, e os de Gompertz (modelos 2a e 2b), os quais estimaram o crescimento de camarões, de rãs, de frangos, de suínos e de bovinos. Uma vez que a qualidade do ajuste de um modelo a uma espécie animal é, entre outros fatores, dependente do número de pares de peso e de idade avaliados, do sexo, da raça, do manejo e da idade do animal em que o último peso é obtido, a expectativa é de que as estimativas de parâmetros obtidas neste trabalho sejam usadas como valores iniciais em situações específicas daqueles que as utilizarem.

Modelos ajustados por espécie animal

A Figura 1 mostra as curvas de crescimento por espécie, selecionadas de modo a ilustrar a maior diversidade possível de modelos. Das oito curvas ajustadas, a única que não apresenta o aspecto sigmoidal é a de caprinos.

Mendes & Marins (1995) estimaram o crescimento em peso e em comprimento e a taxa de sobrevivência de camarões, cultivados a 10, 20, 30 ou 40 cm da coluna de água, do nascimento até 210

dias de idade, com o modelo de von Bertalanffy. Os autores verificaram que os pesos máximos assintóticos foram de 11,4 g, 13,7 g, 14,7 g e 23,8 g, respectivamente, nos cultivos de 10, 20, 30 e 40 cm de coluna de água; porém, a partir de 180 dias de cultivo, os valores observados foram maiores do que os estimados. Aos 210 dias, as médias de peso foram de 12,0 g, 11,8 g, 17,9 g e 20,2 g, a 10, 20, 30 e 40 cm de coluna de água, respectivamente. No presente trabalho, quando se utilizou no ajuste os mesmos dados, porém, considerando-se as médias de peso de camarões cultivados nas quatro profundidades, verificou-se que ambos os modelos de Gompertz e o modelo logístico (Tabela 2) foram os adequados, não havendo distinção entre eles. No entanto, os três modelos superestimaram o peso inicial e o peso final.

Com exceção do modelo de Brody e do modelo logístico $y = A/(1 + be^{-Kt})$, todos os modelos estudados (Tabela 2) estimaram adequadamente o crescimento de rãs até os 10 meses de idade. Com os mesmos dados, Agostinho et al. (1991) concluíram que o modelo de von Bertalanffy superestimou o peso inicial, porém, nas demais idades observaram correspondência entre o peso observado e o peso estimado. Houve boa concordância entre o valor assintótico estimado por esses autores (329,1 g) e o estimado no presente trabalho (322,1 g).

Das espécies estudadas, o ajuste de curvas de crescimento de dados de coelhos (Tabela 2) foi o mais complicado, pois apenas o modelo logístico $\mathbf{y} = \mathbf{A}/(\mathbf{1} + \mathbf{C}_1)^m$ e o modelo de von Bertalanffy foram adequados para estimar o crescimento. Ambos os modelos subestimaram o peso inicial e o peso final; porém, na fase inicial, o modelo de von Bertalanffy foi inferior ao logístico; nas fases intermediárias e nas fases finais, os dois apresentaram comportamento semelhante.

Tabela 2. Estimativas de parâmetros de modelos não-lineares em oito espécies animais: de Brody (1), de Gompertz (2a, 2b), logístico

(3a, 3b), de Richards (4) e de von Bertalanffy (5).

	Espécie							
y =	Camarão	Rã	Coelho	Frango	Caprino	Ovino	Suíno	Bovino
1. A(1 – bC ₁)								
A, kg					56,9968	39,8745		1751,9000
b, kg/kg					0,8923	0,9260		0,9734
K, t ⁻¹					0,0508	0,0040		0,0103
R ²					0,9391	0,9372		0,9244
2a. yo, exp[(L/K)(1 – C ₁)]								
y _o , kg	0,00075	0,0121		0,0265			1,7421	72,7672
L, g/g	0,0184	0,6243		0,1669			0,0600	0,1343
K, t ⁻¹	0,0026	0,2069		0,0341			0,0132	0,0566
R ²	0,9799	0,9999		0,9444			0,9500	0,9232
2b. Aexp(-bC ₁)								
A, kg	0,9562	0,2477		5,0148			164,1111	780,5950
b, kg/kg	7,1469	3,0138		4,8905			0,0600	2,3728
K, t ⁻¹	0,0026	0,2066		0,0341			0,0132	0,0566
R ²	0,9799	0,9999		0,9444			0,9500	0,9232
3a. $A/(1 + C_1)^m$								
A, kg	0,4562	0,2213	2,0270	4,6257	49,6414	31,7670	149,3101	731,0000
K, t ⁻¹	0,0038	0,2651	0,0459	0,0404	0,1164	0,0114	0,0169	0,0713
m, kg/kg	9,1720	4,0810	5,6632	6,4917	2,4913	2,8403	6,4020	3,2265
R ²	0,9796	0,9999	0,9412	0,9999	0,9332	0,9390	0,9320	0,9357
3b. $A/(1 + bC_1)$								
A, kg				3,5597		29,5021		
b, kg/kg				33,9103		4,8414		
K, t ⁻¹				0,0776		0,0160		
R ²				0,9341		0,9341		
4. A(1 – bC ₁) ^m		0.0004						
A, kg		0,3221						
b, kg/kg		0,6560						
K, t ⁻¹		0,1295						
m, kg/kg		3,1756						
		0,9999						
5. A(1 – bC ₁) ³		0.2204	2,6223	7.5450	E1 00E0	34,0172	220 0520	872,9000
A, kg		0,3294	0,8298	7,5453	51,9850	0,5183	329,0520 0,8387	0,5777
B, kg/kg K, t ⁻¹		0,6800	0,0247	0,8872 0,0184	0,4733 0,0823	0,0076	0,8387	0,0413
R ²								
н		0,9999	0,9402	0,9999	0,9370	0,9393	0,9244	0,9238

 $C_1 = \exp(-Kt)$.

Obs.: a) As estimativas em negrito foram usadas na elaboração da Figura 1.

b) A parte sombreada indica a espécie à qual o modelo não se ajustou.

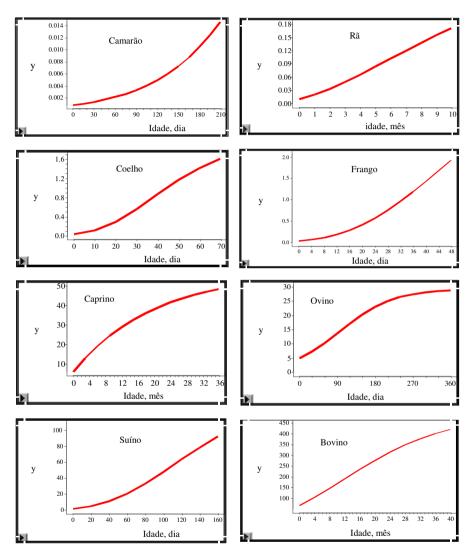


Figura 1. Estimativas de peso (em kg), por modelo e por espécie animal: modelo logístico (camarão), modelo de von Bertalanffy (rã), modelo logístico (coelho), modelo de Gompertz (frango), modelo de Brody (caprino), modelo de von Bertalanffy (ovino), modelo de Gompertz (suíno) e modelo de Gompertz (bovino).

Com frangos, as duas formas do modelo de Gompertz, as duas formas do modelo logístico e ainda o modelo de von Bertalanffy apresentaram bom ajuste (Tabela 2); quanto ao peso inicial, ambos os modelos de Gompertz e o de von Bertalanffy subestimaram esses valores até 12 dias de idade, enquanto o modelo logístico superestimou o peso até 8 dias de idade. Nas idades intermediárias, os cinco modelos proporcionaram bom ajuste. Todos subestimaram o peso a partir de 65 dias. Freitas et al. (1984) compararam regressões polinomiais e os modelos de Gompertz, logístico, de Richards e de von Bertalanffy, para ajustar dados de peso e de idade de frangos e de frangas, do nascimento até 68 dias de idade; os autores concluíram que o modelo de Gompertz $y = y_0 \cdot \exp[(L/K)(1 - e^{-Kt})]$ e o modelo logístico $y = A/(1 + e^{-Kt})$ e^{-Kt})^m proporcionaram os resultados mais adequados estimativa do crescimento.

Três modelos, o de Brody, o logístico **y** = **A**/(**1** + **e**^{-Kt})^m e o de von Bertalanffy, foram adequados (Tabela 2) para estimar o crescimento de caprinos, em todas as idades, sendo a única exceção o peso ao nascimento, pois os três modelos o superestimaram na magnitude de 10%. Observa-se que a curva de crescimento de caprinos na Figura 1 não apresenta o aspecto sigmoidal, pois foi ajustada pelo modelo de Brody, o qual não possui o ponto de inflexão, conforme descrito no item "g)" de "Aspectos teóricos dos modelos não-lineares".

Cardoso Monteiro et al. (1999) aplicaram os modelos de Brody, de Richards, de Gompertz, de von Bertalanffy e o logístico a dados de bodes da raça Serrana Transmontana. Segundo esses autores, o modelo de Richards proporcionou o melhor ajuste aos dados ($R^2 = 0.97$), porém, os modelos de Brody e de von Bertalanffy também se ajustaram razoavelmente aos dados. Todos os modelos apresentaram ajuste pobre nas fases iniciais do crescimento.

O ajuste para ovinos foi semelhante ao de caprinos, com exceção do modelo logístico. A curva exibida na Figura 1 foi

ajustada com o modelo de von Bertalanffy; a curva é do tipo sigmóide e mostra estabilização no crescimento, ou seja, para esta curva o parâmetro **A** fornece indicação do peso à maturidade. Santos et al. (2001), estudando o crescimento de ovinos da raça Santa Inês desde o nascimento, mostraram que, em condições ambientais adequadas, a curva descrita é do tipo sigmóide: há aceleração da sua velocidade até a puberdade e diminuição gradativa até a maturidade.

Com a espécie suína, os estudos de curvas de crescimento são mais abundantes do que as espécies já citadas e os resultados são concordantes. No presente trabalho (Tabela 2), os modelos adequados foram o de Gompertz $y = y_0 \cdot \exp[(L/K)(1 - e^{-Kt})]$, o logístico $y = A/(1 + e^{-Kt})^m$ e o de von Bertalanffy. Freitas & Costa (1983) e Rodrigues et al. (1992), estudando as diferentes funções (de von Bertalanffy, logístico, de Gompertz e de Richards) para estimar curvas de crescimento de suínos, do nascimento ao abate, concluíram que os modelos tiveram bom ajuste aos dados, com valores altos de R2. Dutra Júnior et al. (2001) citaram que o crescimento do tecido muscular, do tecido gorduroso e do tecido ósseo de suínos também foi estimado com boa acurácia por curvas de crescimento. O fato de o modelo de Brody não ter se ajustado a dados de crescimento de suínos concorda com a literatura. De acordo com Alves (1986), citado por Dutra Júnior et al. (2001), esse foi o modelo de pior ajuste.

Modelo ajustado com dados de peso de bovinos da raça Canchim

No estudo do ajuste de dados de bovinos, foi escolhida a raça Canchim, para ilustrar algumas das propriedades descritas nos subitens a) até i) em "Aspectos teóricos dos modelos não-lineares", pelo fato de se dispor de dados de pesos mensais, do nascimento até 40 meses de idade, de machos desta raça. Dos modelos estudados com esta espécie (Tabela 2), observa-se que apenas o

modelo logístico $\mathbf{y} = \mathbf{A}/(\mathbf{1} + \mathbf{be}^{-Kt})$ e o de Richards não se ajustaram aos dados; a curva da Figura 1 ilustra o ajuste com o modelo de von Bertalanffy. As estimativas de peso e a taxa de crescimento absoluta no instante \mathbf{t} são apresentadas nas Figuras 2 e 3, para os modelos de Brody: $\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{1} - \mathbf{be}^{-Kt})$, de Gompertz: $\mathbf{y} = \mathbf{Aexp}(-\mathbf{be}^{-Kt})$, logístico: $\mathbf{y} = \mathbf{A}/(\mathbf{1} + \mathbf{e}^{-Kt})^{m}$ e de von Bertalanffy: $\mathbf{A}(\mathbf{1} - \mathbf{be}^{-Kt})^{3}$. Quando se observa o comportamento dos modelos quanto às estimativas de peso (Figura 2), verifica-se que eles proporcionaram resultados semelhantes, porém, há diferença entre os modelos na fase inicial e nas últimas pesagens. Na fase inicial, o mais indicado foi o modelo de Brody, enquanto os demais tenderam a superestimar o peso. Entretanto, considerando-se todos os pares de peso e de idade, o modelo logístico $\mathbf{y} = \mathbf{A}/(\mathbf{1} + \mathbf{e}^{-Kt})^{m}$, seguido do modelo de von Bertalanffy, foi o mais indicado.

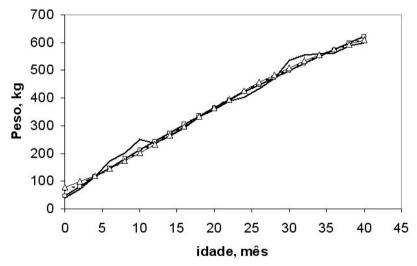


Figura 2. Pesos, em função da idade, em mês, de bovinos machos da raça Canchim, estimados dos modelos de Brody: y=A(1-be-kt): losango; Gompertz: y=Aexp(-be-kt): quadrado; logístico: y=A/(l+exp(-kt))^m: triângulo; Von Bertalanffy: y=A(l-be-kt)³: linha pontilhada e a média dos pesos observados, em linha cheia.

As estimativas de peso ao nascimento obtidas destes modelos, pela ordem, foram de 46,6 kg, 72,7 kg, 89,4 kg e 78,0 kg, com os modelos de Brody, de Gompertz, logístico e de von Bertalanffy, respectivamente, todas superiores ao valor observado (40,2 kg). Parece existir tendência de os modelos ajustados superestimarem o peso inicial, pois, nos estudos de crescimento de fêmeas bovinas de várias raças, Brown et al. (1976) verificaram que o modelo de Gompertz, o logístico e o de von Bertalanffy superestimaram o peso inicial.

Análise mais detalhada da Figura 2 possibilita verificar que os modelos superestimaram o peso até os dois meses, dos 23 aos 28 meses e dos 30 aos 34 meses de idade e subestimaram aquele dos 6 aos 12 meses. Aos 40 meses de idade, os pesos estimados foram de 622,4 kg, 610,0 kg, 609,9 kg e 613,9 kg, com os modelos de Brody, de Gompertz (duas alternativas), logístico $\mathbf{y} = \mathbf{A}/(\mathbf{1} + \mathbf{e}^{-\mathbf{K}t})^{\mathbf{m}}$ e de von Bertalanffy, respectivamente, os quais superestimaram o valor observado (600,2 kg). Entretanto, pode-se verificar (Tabela 2), que estes modelos foram adequados para estimar o crescimento corporal de animais da raça Canchim até os 40 meses de idade.

Estimativas de taxas de crescimento com dados de peso de bovinos da raça Canchim

Quanto à taxa de crescimento absoluta no instante **t** (Figura 3), verifica-se que do nascimento até o 40° mês os valores variaram de 17,5 a 11,6 kg, de 9,8 a 8,5 kg, de 9,0 a 7,6 kg e de 11,1 a 9,5 kg nas estimativas utilizando-se os modelos de Brody, de Gompertz, logístico e de von Bertalanffy, respectivamente. Com exceção do modelo de Brody, que não apresenta esse ponto, os valores do ponto de inflexão foram: 16,2 (16° mês), 16,6 (16° mês) e 16,0 kg (14° mês), no modelo de Gompertz, no modelo logístico e no modelo de von Bertalanffy, respectivamente.

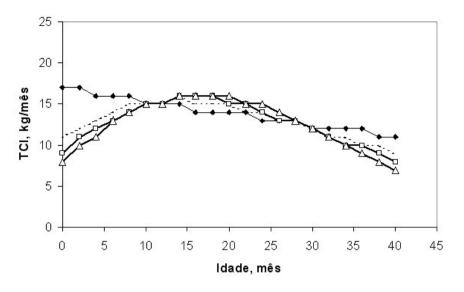


Figura 3. Taxas de crescimento instantânea (TCI), em kg/m}es, de bovinos machos da raça Canchim, estimados dos modelos de Brody: y=A(1-be^{-kt}): losango; Gompertz: y=Aexp(-be^{-kt}): quadrado; logístico: y=A/(I+exp(-kt))^m: triângulo; von Bertalanffy: y=A(I-be^{-kt})³: linha pontilhada.

No intervalo entre o peso ao nascimento (t_i) e o peso aos 40 meses de idade (t_j), a média da taxa de crescimento mensal, descrita no item "i)" em "Aspectos teóricos dos modelos não-lineares", calculada com os modelos de Brody, de Gompertz, logístico e de von Bertalanffy, foi, respectivamente, de 13,8 kg, 13,0 kg, 12, 9 kg e 13,2 kg. Entretanto, a média da taxa de maturidade absoluta, que indica a proporção de crescimento mensal, relativa ao valor assintótico (**A**), foi, respectivamente, de 0,8%, 1,7%, 1,8% e 1,5%. Quando se considera que os pesos observados aos 40 meses de idade foram de 622,4 kg, 610,0 kg, 609,9 kg e 613,9 kg nos modelos de Brody, de Gompertz, logístico e de von Bertalanffy, respectivamente, e que os correspondentes valores assintóticos (**A**)

foram de 1.751,9 kg, 780,6 kg, 731,0 kg e 872,9 kg, verifica-se que são necessários 126,8 meses, 60,1 meses, 56,7 meses e 66,0 meses de idade para se atingir o valor de **A**. O valor de 1,5% obtido com o modelo de von Bertalanffy, por exemplo, indica que a cada mês houve crescimento corporal de 1,5% relativo ao peso assintótico (872,9 kg), o que significa que o animal teria 66,7 meses de idade ao atingir o peso à maturidade da raça, caso o mesmo comportamento do crescimento se mantivesse após os 40 meses de idade. Se a estimativa do peso ao nascimento for de 46,6 kg, isto significa que o crescimento pós-nascimento é de 826,3 kg, o que requer a média de crescimento de 12,4 kg por mês.

Vários estudos sobre curvas de crescimento têm sido realizados em bovinos, tanto em taurinos quanto em zebuínos, e os resultados mostram que existem divergências entre eles, apesar de vários modelos serem adequados. Segundo Cortareli (1973), citado por Paz (2002), na comparação dos modelos de Brody, logístico, de Richards, de von Bertalanffy e de Gompertz, o último foi o mais adequado na estimação de crescimento de bovinos da raça Nelore; entretanto, de acordo com Perotto et al. (1992), o modelo de Richards foi o escolhido para estimar o crescimento em peso de fêmeas zebuínas e de mestiças holandês x zebu.

Com dados de fêmeas da raça Guzerá (Oliveira et al., 2000), os modelos de Brody, de Gompertz, de von Bertalanffy e o logístico apresentaram boa qualidade de ajuste; porém, o modelo de von Bertalanffy apresentou a melhor qualidade de ajuste; com o modelo de Richards, apesar de ele se ajustar bem aos dados, houve dificuldades computacionais, não sendo indicado por Oliveira para representar a curva de crescimento.

Elias (1998), no estudo de pesos de fêmeas das raças Nelore, Guzerá e Gir, verificou que os modelos de Brody, logístico, de von Bertalanffy, de Gompertz e de Richards apresentaram bom ajuste aos dados; no entanto, o de Brody foi o mais adequado. Para machos da raça Nelore, pesados ao nascimento, ao desmame e

mensalmente dos 10 aos 16 meses de idade, o modelo de von Bertalanffy apresentou o melhor ajuste (Unanian et al., 2000). Mais recentemente (Paz, 2002), no ajuste dos modelos de Brody, de von Bertalanffy, de Richards, de Gompertz e o logístico a dados de peso ao nascimento, ao desmame e mensais dos 8 aos 19 meses de idade de onze classes de genótipos e de três grupos genéticos de bovinos da raça Canchim, o último modelo foi o mais indicado.

Considerações finais

O modelo logístico, $y = A/(1 + e^{-Kt})^m$, seguido do modelo de von Bertalanffy, $y = A(1 - be^{-Kt})^3$, foi o mais versátil para ajustar dados de crescimento das espécies animais estudadas. Quanto às duas formas de modelos de Gompertz utilizadas, $y = yo.exp[(L/K)(1 - e^{-Kt})]$ e $y = A.exp(-be^{-Kt})$, ambas foram adequadas para predizer o crescimento de camarões, de rãs, de coelhos, de frangos, de suínos e de bovinos. De modo geral, modelos não-lineares tenderam a superestimar o peso inicial e o peso final em todas as espécies animais estudadas. Em todas estas espécies, pelo menos dois dos sete modelos não-lineares avaliados mostraram-se adequados para estimar o crescimento corporal em função da idade, pois os coeficientes de determinação foram superiores a 92%.

Referências bibliográficas

AGOSTINHO, C. A.; SILVA, M. A.; TORRES, R. B.; LIMA, S. L. Curvas de crescimento de rãs-pimenta, *Leptodactylus labyrinthicus* (SPIX, 1824). **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, MG, v. 20, n. 1, p. 47-54, 1991.

BROWN, J. E.; FITZHUGH JR., H. A.; CARTWEIGHT, T. C. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationship in cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, n. 4, p. 810-818, 1976.

CARDOSO MONTEIRO, A. M.; AZEVEDO, J. M. T. de; SILVA, E S. R. Curvas de crescimento de caprinos machos da raça Serrana Transmontana. Revista Portuguesa de Zootecnia, v. 2, n. 2, 1999. Disponível em: http://home.utad.pt/apez/Publicacoes/revista/ano-v-2/art-04.htm. Acesso em: 21 jan. 2004.

DAVIDIAN, M.; GILTINAN, D. M. **Nonlinear models for repeated measurement data**. 2.ed. London: Chapman Hall, 1996. 359 p.

DUTRA JÚNIOR, W. M.; FERREIRA, S.; DONZELE, J. L.; EUCLYDES, R. F.; ALBINO, L. F. T.; CARDOSO, L. L.; FERNANDES, S. dos P. Predição de curvas de crescimento de tecidos de fêmeas suínas por intermédio da função alométrica estendida. **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, v. 30, n. 3, p. 1007-1014, 2001 (suplemento 1).

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 2.ed. New York: Wiley, 1980. 709 p.

ELIAS, A. M. **Análise de curvas de crescimento de vacas das raças Nelore, Guzerá e Gir**. 1998. 128 f. Tese (Mestrado em Melhoramento Animal) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP, 1998.

FITZHUGH JR, H. A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, n. 4, p. 1036-1051, 1976.

FREITAS, A. R. de. Curvas de Crescimento na produção animal. **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, MG, v. 34, n. 3, p. 786-795, 2005.

FREITAS, A. R. de; ALBINO, L. F.; MICHELAN FILHO, T.; ROSSO, L. A. Modelos de curvas de crescimento em frangos de corte. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 19, n. 9, p. 1057-1064, set. 1984.

- FREITAS, A. R. de; COSTA, C. N. da. Ajustamento de modelos não lineares a dados de crescimento de suínos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 18, n. 10, p. 1147-1154, out. 1983.
- MANSOUR, H.; JENSEN, E. L.; JOHNSON, L. P. Analysis of covariance structure of repeated measurements in Holstein conformation traits. **Journal of Dairy Science**, v. 74, n. 8, p. 2757-2766, 1991.
- MENDES, P. P.; MARINS, M. A. Diferentes colunas de água no cultivo do camarão *Macrobrachium rosenbergii* (de Man, L. 879). **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, v. 24, n. 6, p. 863-873, 1995.
- OLIVEIRA, H. N. L; LÔBO, R. B.; PEREIRA, C. S. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 9, p. 1843-1851, 2000.
- PAZ, C. C. P. Associação entre polimorfismos genéticos e parâmetros da curva de crescimento em bovinos de corte. 2002. 107 f. Tese (Doutorado em Melhoramento Animal) Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP, 2002.
- PEROTTO, D.; CUE, R. I.; LEE, A. J. Comparison of nonlinear functions for describing the growth curve of three genotypes of dairy cattle. **Canadian Journal of Animal Science**, v. 72, p. 773-782, 1992.
- RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, v. 10, n. 29, p. 290-300, 1959.
- RODRIGUES, P. B.; MUNIZ, J. A.; PEREIRA, F. A. Estudo comparativo de curvas de crescimento em suínos. **Ciência e Prática**, v. 16, n. 1, p. 151-157, 1992.

SANDLAND, R. L.; McGILCHRIST, C. A. Stochastic growth curve analysis. **Biometrics**, v. 35, n. 1, p. 255-271, 1979.

SANTOS, C. L.; PEREZ, J. R. O; MUNIZ, J. A.; GERASEEV, L. C.; SIQUEIRA, E. R. de. Desenvolvimento relativo dos tecidos ósseo, muscular e adiposo dos cortes da carcaça de cordeiros Santa Inês. **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, v. 30, n. 2, p. 487-492, 2001.

SAS INSTITUTE. SAS-STAT 1999-2001. **User's guide**: statistics. Version 8, v. 2. Cary, NC, USA: SAS, 1999-2001.

UNANIAN, M. M.; BARRETO, C. C., FREITAS, A. R.; CORDEIRO, C. M. T.; JOSAHKIAN, L. A. Associação do polimorfismo do gene do hormônio de crescimento com a característica peso em bovinos da raça Nelore. **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, v. 29, n. 5, p. 1380-1386, 2000.